ARYTMETYKA
DLA
SZKÓŁ NARODOWYCH

Trzeci ráz wydana.

~~[illegible]~~

Bez oprawy - - Złot: 2 - gr 15

W dowod przyjazni
[illegible] ofiaruje
Ignacemu [illegible]

[redacted]

W KRAKOWIE 1785.

w Drukarni Szkoł Głowney Koronney.

Dziéło: *Arytmetyka*, ułożoné przez J. P. Lhuilier, Obywatela Genewénskiégo, a w Towarzystwo Nauk, w témże Mieście ustanowioné policzonégo, które za ogłoszoném w Polsce, i obcych Kraiach Uczonych do pisaniá wezwaniém, z pomiędzy innych potwiérdzénié i nagrodę odebrało, od Towarzystwa do Xiąg Eléméntarnych roztrząśnioné, a przez J. X. Gawrońskiégo Kanonika Krakowskiégo, Lektora J. K. Mci, w témże Towarzystwie zasiádaiącégo, na Polski ięzyk z Francuzkiégo przełożoné. Szkołóm Narodowym do użyciá, podług przepisów naszych, podaiémy. w Warszawie na Sessyi naszéy dnia 2. Pazdziernika Roku 1778.

IGNACY Xżę MASSALSKI Biskup Wiléński, Prezyduiący.
MICHÁŁ Xżę PONIATOWSKI Biskup Płocki.
AUGUST Xżę SUŁKOWSKI Wda Kaliski.
JĘDRZÉY MOKRONOSKI Wda Mazowiecki.
JACEK MAŁACHOWSKI Podkan. Koron.
JOACHIM CHREPTOWICZ Podkan. W. X. Lit.
MICHÁŁ MNISZECH Marszałek Nadwor: W. X. L.
IGNACY POTOCKI Pisárz W. W. X. Lit.
ADAM Xżę CZARTORYSKI Jen. Ziém Podolskich.
STANISŁAW Xżę PONIATOWSKI Jen. Lieut. W. K.
FRANCISZEK BIELIŃSKI Star. Czérski.
ANDRZÉY ZAMOYSKI Kawal. Ord. Orła Biáłégo.

ZBIÓR

RZECZY ZAWIÉRAIĄCYCH SIĘ W ROZDZIÁŁACH TÉY XIĘGI NA CZTÉRY CZĘŚCI PODZIELONÉY.

CZĘŚĆ PIÉRWSZÁ

O rachunkach w liczbach cáłkowitych.

Roz-

Zbiór

ZBIÓR SŁÓW POLSKICH,

Albo nowych, albo mniéy znanych użytych w tey Xiędze, z przydanémi obok słowami Łacińskiémi, toż samo w używaniu Matematyków znaczącémi.

Bryła	*Solidum.*
Dzielénié	*Divisio.*
Dzielnik	*Divisor.*
Dzielny	*Dividendus.*
Liczba wieloraká	*Numerus complexus.*
Licznik	*Numerator.*
Mianownik	*Denominator.*
Mnożénié	*Multiplicatio.*
Mnożnik	*Multiplicator.*
Mnożny	*Multiplicandus.*
Odéymowanié	*Subtractio.*
Podstawa	*Basis.*
Sześcián	*Cubus.*
Sześcián prostokątny	*Parallelopipedum rectangulum.*
Ułomek, albo liczba łámaná	*Fractio.*
Wieloczyn	*Productum*, albo *factum.*
Wieloráz	*Quotiens*, albo *quotus.*

Na pamiątkę Ignacemu Stupeckiemu ofiaruie. —

ARYTMETYKI
CZĘŚĆ PIÉRWSZÁ
O RACHUNKACH W LICZBACH CÁŁKOWITYCH.

ROZDZIÁŁ I.
O Liczéniu.

Mowiedecki

Wieléby na tém zawisło, gdybyśmy znali drogę postępowania rozumu ludzkiégo w naukach i rzemiosłach, tych osobliwie, których pożytek náypierwey nam się czuć daie. Postrzeglibyśmy, że potrzeba pierwsza była nauczycielką człowieká, i przemyślnym go uczyniła w użyciu śrzodków do postępku w krótkim czasie dość prętkiégo.

 Ale

Ale tenże sám człowiek, piérwszym swoim potrzebóm dogodziwszy, daléy nie postępowáł; właśnie iak gdyby całą tę drogę iuż przebył, w którą ledwie że wkroczył.

Za każdą atoli nową potrzebą, widzielibyśmy uciekaiącego się do nowych przemysłów, i té, które mu iuż znaiomé były na pomoc biorącégo. Nie tak, iako ów robak, którego w tysiącznych pokoleniach robota, niczém się od piérwszéy nie różni, miáł się człowiek co ráz bardziéy do doskonałości, i przy poźnieyszych niknęły piérwszé przemysłu iego wynalázki.

Powolność w postępowaniu, samé nawet omyłki iego i błędy, byłyby dlá nás nauką. Dochodząc ich przyczyn, chronić się ich uczylibyśmy, a tam naśladować, gdzie go prawdziwé światło z ciémności wyprowádzało. Lepiéy znaiąc naturę iego, sprężyny, któré go dzielnym czynią, i przeszkody, któré mu na zawadzie stóią, umielibyśmy lepiéy piérwiástkowé iego wynalázki doskonalić, pomnáżać ich skutki, a opory w dalszém zatrzymuiącé działániu znosić.

Wiadomość téy rozumu ludzkiégo drogi, osobliwiéy iest użyteczná prawdziwym narodu ludzkiégo przyiáciołóm, którzy tak wielkiéy wagi urząd Nauczaniá młodzieży sprawuią. Nie twierdząc, że tém tylko w życiu iesteśmy, czém nás wychowanié utworzyło; przéczyć nié można, że piérwszé w narzyło; pomoc ukach zabrané wiadomości skuteczną są pomocą do dalszégo w nich postępowaniá, i że zażycié początkowéy instrukcyi náywięcéy zawisło

zawisło od sposobu, którym były nauki podáwané.

Arytmetyka, albo Nauka Rachunkowá, w poczet tych náypotrzebnieyszych Nauk bez wątpiéniá liczyć się powinná. Dzikié nawet narody, maią swóy sposób liczéniá; ale wiadomość ich w téy mierze, tak nie daleko zasiągá, iak rozum ich iest ograniczony. Wzaiémné związki człowieka żyiącégo w społeczéństwie, pomnáżaią potrzeby iego, a potrzeba, matka przemysłu, granice rozumu iego rozpościérá. Różność i oddzielność maiątku, przyzwoitych każdému zabiegów używać káże, do zachowaniá i pomnożeniá tego, co iego iest.

Piéniądze wprowadzoné w społeczności końcém oznáczéniá maiątku, i przez zamianę nabyciá rzeczy piérwszéy potrzeby, wiodą każdégo w szczególności, by sobie znaczył stán fortuny swoiéy, wydatków i potrzeb swoich. Handel się między odległémi narodami ustanáwiá, ułatwiaią się trudności, które dalekość sprawuie, iedna tylko robi się na ziemi familiá, gdzie każdy wchodzi w społeczność iedén z drugim. Co przedtém iednégo tylko kraiu ziémia wydáwała, iuż i drugi w to obfituie: każdy naród przemysłu swégo używaiąc do tego, co mu łatwiéy przychodzi, pożytkować i z cudzégo ieszcze przemysłu usiłuie, i wnosi do powszechnégo skarbu owoc prácy swoiéy.

W pośrzód tłumu rozlicznych interessów, gdzie każdy szuká zysku swégo, cóż czynić będzie ów człowiek, który nie umié sobie dadź ſprawy z tego, co zyſkáł i co utracił? Ofiarą ſtáwſzy się niewiadomości, czyliż przeſzkodzić może, aby maiątek iego nie wpádł w ręce tych, którzy go otáczaią i ſzukaią z niewiadomości iego zyſków swoich?

Nié mogąc się w jstocie ſtawić w piérwszych wiekach świata, dlá oddaniá winnégo hołdu szczęśliwym owym geniiuszom, którzy krok piérwſzy w Nauce Rachunkowéy uczynili; usiłuymy przynáymniéy pod iakiém pozornem podobiéńſtwém, wyſtawić przed oczy poſtępek wynalázku w téy nauce.

Niech na przykłád podróżny iaki, chce wiedzieć długość drogi, którą przechodzi, z wielości kroków, które czyni. Będzie on musiáł użyć iakiégo znaku, dlá wyſtawiéniá sobie w myśli każdégo w ſzczególności kroku, i znowu inſzégo znaku, któryby mu przypomináł wielkość tychże kroków. Gdyby za każdym krokiém, wymáwiáł to iedno tylko na przykłád ſłowo: *ráz*; trudnośćby ta ſama ieſzcze zoſtała: boby mu trzeba nadto wiedzieć, wielé razy to samo ſłowo wymówił. Nie należałoż mu więc zaráz każdy krok osobném nazwać imiéniém, nie powtárzaiąc próżno tegoż samégo ſłowa?

Ale z drugiéy ſtrony, gdyby za każdym uczynionym krokiém, odmiénné ſłowo wymáwiáł, a gdyby wielość tych kroków była znaczná trzebaby nadzwyczayną mieć mu pamięć, żeby tych ſłów porządku nie zapomniáł, od którégoby poznanié wielości kroków iego zawiſło. Przypomniéymy sobie tylko iak nám ciężko ſpamiętać ſzereg ſłów żádnégo związku z sobą niémaiących, a łatwo sami się przeświádczymy, o téy niezmierné y trudności, któréyby tén człowiek doznáł, chcąc takim ſposobém dokładné sobie uczynić wyobrażénié kroków ſwoich.

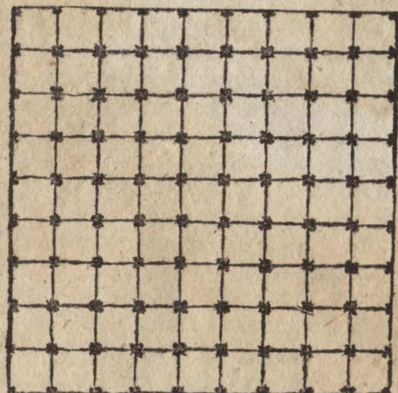
Mógłciby on zaprawdę udadź się do inſzych znaków aby swégo dokázáł; mógłby na przykłád każdy krok ſobie naznaczyć, przez lekki iaki kamyczek włożony do kieszéni; a tym ſposobém zyſkáłby, że zamiást kroków następuiących po sobie, które wszystkié razém ſtawićby mu się w myśli nié mogły, miáłby przed oczyma kamyczki, wielością swoią, wráz liczbę tych kroków okázuiące.

Ale znowu ieżeli ta liczba zbyt iest wielká, iakże ciężko przyydzie mu ią wyobrazić sobie, ieżeli ſposobu iakiégo nie wymyśli, przez który liczbę iednę przywiększą, mógłby rozeznać od drugiéy, dwa albo trzy razy tak wielkiéy?

Pożytek iednak, który iuż widzi z tych kamyczkowych znaków, na mieysce kroków użytych, że oné razém sobie przed oczy stawić może, pobudzi go, że tém bardziéy myśl ſwoię natęży do ułatwiéniá dalszégo roboty przedsięwziętéy. Postrzeże zatem, że porządek, którymby kamyki owé ułożył, pomógłby wielé do wykonaniá iego zamyſłu.

Niechby na przykłád, ſkończywszy drógę, rozstawił kamyki w równéy, albo mało różniącéy się od siebie odległości, a pewną ich liczbę, którąby łatwo sobie w myśli mógł wystawić w jednym rzędzie położywszy, niechby drugi pod tymże samym z równéy piérwszému liczby ſkładaiący się ułożył, i tak daléy.

léy. Tén porządek ułatwiłby mu bardzo nabycié wiadomości o całéy drodze od niego odprawionéy. *Obácz ułożénié to na figurze:*



gdzie każdy kamyk oznaczony iest przez kropkę, a liczba kropek w każdym rzędzie razém wziętych nazywá ſię dziesięć.

Ale ieżeli liczba kroków tego podrożnégo będzie znacznieyszá; liczba téż rzędów z kamyków, będzie większá: i mimo porządku, który w jch ułożéniu zachowá, dozná wszelako prácy i trudności, żeby ich wielość, dokładnie sobie mógł w myśli wyſtawić.

Sposób do zebraniá liczby wszyſtkich kamyków, w liczbę mnieyszą tén mu przyyśdź na myśl może: aby wielość ich zawartą w jednym na przykład rzędzie, naznaczył sobie większym iakim kamykiém, albo iakożkolwiek od inszych odmiénnym, i tému dał znaczénié wielości tych kamyków, na mieysce któ-

których go kładzie. Na przykład, kroków dwieście trzydzieści pięć, tyląż małémi kamykami w rzędach dwudzieſtu trzech i pół naprzód wyraziwſzy, oznaczyłby potém każdy dziesiątek, iednym większym kamykiém, i miałby takowych kamyków dwa tylko rzędy zupełné, w trzecim trzy takowéż kamyki; a w czwártymby pięć kamyków mnieyszych, iako nie dochodzących dziesiątka, położył. Zmnieyszywszy tak liczbę kamyków, z których iedné wyſtawuią mu dziesiątki kroków, a drugié iedności tychże kroków, będzie się daléy kusił zmnieyszyć i tych ieszcze kamyków liczbę, kładąc za dziesięć kamyków wyrażaiących dziesiątki kroków, iedén znowu kamyk od tych odmiénny: a tak zamiáſt dwóch rzędów drugiégo gatunku kamyków, będzie miał dwa tylko kamyki, z których każdy przypominać mu będzie dziesięć dziesiątków kroków, toiest, ſto kroków. Trzy kamyki drugiégo gatunku pozoſtałé przypomną mu trzy dzieſiątki kroków, a pięć kamyków piérwſzégo gatunku przypomni mu pięć kroków. Gdyby zaś liczba kroków była bardzo wielká, mógłby użyć ieszcze i kamyków czwártégo gatunku, kładąc iedén z nich, zamiáſt dziesięciu kamyków trzeciégo gatunku; i t. d. Przez tén szczęśliwy wynalázek iednégo znaku za wielé innych, niższy oznáczaiących gatunek, zmnieyszy mu się znacznie wielé znaków, którychby inaczéy użyć musiał, i trudność ułatwi w wyobrażéniu sobie tym ſposobém, długości drogi.

Przykład tén z natury saméy wzięty pokazuie piérwſzy wzór ſposobu, którym ludzie

mogli

mogli bydź przywiedzéni do wynaleziénia nauki rachunkowéy, i zmnieyszénia znaków, których w początkach samych, aż nadto pewnie używali.

Nie sądzę, aby Nauczyciele zaczynać mieli od tego wſtępu Naukę rachunkową, maiąc wzgląd na wiek dziecinny ich uczniów, którym to analityczné rozbiéranié, albo długié, albo oschłé zdáwałoby się. Szukać iednak ſposobnégo czasu powinni, aby im tén wynalázku postępek wyłożyli, takim iak iá, albo podobnym kształtém, gdy ich w gruntowné iuż rozumiénie części iakiéy, téy nauki wprawią.

Ale naypiérwszé Nauczycielów bydź má ſtaranié, aby się upewnili, że ich uczniowie dobrze, i dokładnie biorą i rozumieią słowa, przez któré oznáczaią się liczby. Ku tému końcowi, niech im każą rachować rzeczy, któré widzą, na przykład pieniądze, wárcaby, Xiążki uczniów innych: i to, zaczynaiąc z początku, od iednégo, aż do ſta, potém daléy, nie używaiąc ieszcze żádnégo znaku pisanégo. Dadzą do poznaniá dzieciom, że możná było przeſtać na dziewięciu osobnych wyrazach samé tylko iedności znaczących, toiest: od iednégo do dziewięciu; na iednym zaś wyrazie na dziesiątki; i że zamiáſt iedénáście, dwanáście, i tak daléy, możná było mówić: dziesięć i iedén, dziesięć i dwa, iak się mówi, dwadzieścia i iedén, dwadzieścia i dwa, i tak daléy, sto iedén, ſto dwa *i t. d.* Podobnie możná było mówić, dwa dziesięć, trzy dziesięć, i tak daléy, zamiáſt dwadzieścia, trzydzieści *i t. d.* tak iak mówimy dwieście, albo dwa ſta, trzyſta,

ſta, cztéryſta, *i t. d.* Niech potém dodaią na pamięć, naprzód dwie małé liczby, których ſumma mnieyszáby była od dziesięciu, daléy takié, żeby każdá z nich nie przenosiła dziesięć: ſumma zaś, żeby więcéy niż dziesięć czyniła. Naſtąpi dodáwanié liczb iednéy mnieyszéy, od sta, drugiéy mnieyſzéy od dziesięciu. Cwiczyć się w podobnych przykładach maią przez czas nie mały, i często ié powtárzać (zawsze iednak maiąc przed oczyma rzeczy, któré dodaią), póki się nie wprawią, aby bez żádnégo zaſtanowiénia się odpowiedzieć mogli, wielé dodané do siebie czynią liczby dwie, tego iak się wyżéy powiedziało gatunku; tak dalece, żeby ich to iuż więcéy nie zatrudniało, gdy im przyydzie dodáwać liczby pisané. Z témże pomiarkowaniém, i z równą oſtrożnością poſtępować sobie trzeba będzie, wprawiaiąc dzieci w nie wielkié liczb, iednéy od drugiéy odeymowaniá, któré także z pamięci bez żádnych znaków pisanych czynić będą. Zacznie się z razu od liczb mnieyszych niż dziesięć, któré od liczb cokolwiek większych nad piérwszé, mnieyszych iednak od dziesięciu będą odeymować: potém wziąć możná liczby mnieyszé od dwudzieſtu, daléy mnieyszé od ſta; zawsze pamiętaiąc, aby té odeymowaniá, na rzeczach pod oczy im podpádaiących czynili, i widocznie tego doświádczali, że od dziesięciu na przykład groszy, odiąwszy trzy, zoſtanie siedm, odiąwszy cztéry, zoſtanie ſześć, i tak daléy.

Przygotuie ieſzcze Nauczyciel, i do liczbowégo mnożéniá ucznie swoie przez liczb mniey-

mnieyszych od dziesięciu dodáwanié w tén ſposób: na przykład, ponieważ ráz trzy, czyni trzy; dwa razy trzy, uczyni trzy i trzy, toieſt: ſześć; i znowu ponieważ dwa razy trzy, czyni ſześć; trzy razy trzy, uczyni ſześć i trzy, toieſt dziewięć, *i t. d.* Dopóty zaś ćwiczyć się będą w tém na pamięć liczb mnożéniu póki łatwości zupełnéy, bez pomocy nawet dodáwaniá nie nabiorą w témże mnożéniu liczb wſzyſtkich mnieyſzych od dziesięciu. Naoſtatek nie omiészká ich przygotować i do dzieléniá; każąc im dzielić na pamięć liczby różné, aż do dziewięćdziesiąt przez inné aż do dziesięciu, któréby iednak dzielić piérwſzé zupełnie mogły. Cwierć godziny, mniéy albo więcéy codziénnie na to ćwiczénié odłożywszy, któré za zabawę nawet dziecióm ſtanąć może, będzie dosyć do ułatwiéniá im dalszych w czasie trudności.

Długość w wyrażéniu przez ſłowa, liczb przenoszących tysiąc, daie czuć potrzebę użyciá znaków bardziéy niż ſłowa ſkróconych, dlá oznaczéniá liczb zwłászcza przywiękſzych. Będzie ſtaraniém Nauczyciela wytłumaczyć się iasno, i dobrze dzieciom względém znaków, na któré ludzie zgodzili się, aby ich używali zamiáſt wyrazów ſłownych. A naprzód zamiáſt tych ſłów:

iedno, dwa, trzy, cztéry, pięć, ſześć,
1. 2. 3. 4. 5. 6.
siédm, ośm, dziewięć.
7. 8. 9.

Té znaki dáwſzy im poznać, poſtąpi do liczb z dwóch znaków złożonych. Z razu pokáże té tylko, któré ſkłádaią się z iednégo z dziewięciu wyżéy wyrażonych znaków (któré cyframi nazwać można) i z zero przydanégo. Cyfra maiącá zero po sobie ważyć będzie tylé dziesiątków, ilé w sobie zamyká iedności.

Té wyrazy: dziesięć dwadzieścia, piszą się tak: 10. 20.
trzydzieści, czterdzieści, pięćdziesiąt,
30. 40. 50.
ſześćdziesiąt, siédmdziesiąt, ośmdziesiąt,
60. 70. 80.
dziewięćdziesiąt.
90.

Zatrudni się daléy Nauczyciel, liczbami złożonémi z dwóch znaków, z których obadwa liczbę wyrážaią, i porządkiém ié na táblicy pisać będzie, zacząwszy od iedénástu, aż do dziewięćdziesiąt dziewięć, przydaiąc zaráz i ſłówné ich wyrazy: (a) káże potém też samé liczby dzieciom pisać i iak się nazywaią powiadać. Tym-

(a) Nie będzie tu od rzeczy podadź na wzór Nauczycielóm ſposób, którégo użyć mogą, aby się zapewnili, że ich uczniowie dobrze iuż znaią liczby, których się dotąd uczyli. Niech ié napiszą na osobnych kartach zacząwszy od iednégo, aż do sta: niech potém pomiészáwszy, każą ié losém wyciągać tymże ucznióm, i głośno wymáwiać, iaką który liczbę wyciągnął. Zabawi ich to, i przerwie myśli natężénié, któréby trudné im było, i zapewnéby ich nudziło, gdyby się z niémi wciąż zawsze w téy nauce postępowało. Trzeba i na daléy to pamiętać, chociáż wyraźnégo o tém nie będzie ostrzeżéniá, aby podobné iak tu przerywaniá, od natężonéy ustawicznie uwági dzieci uwálniały.

Tymże porządkiém postąpi sobie, pisząc im, czytaiąc; i znowu każąc pisać i czytać, liczby z trzech składaiącé się znaków, zaczynaiąc podobnie iak wyżéy, od liczb z jednéy tylko cyfry, i zę dwóch następuiących zerów złożonych. Przypilnuie náywięcéy tego, aby dzieci takowé trzéma znakami wyrażoné liczby, iak náydokładniéy znali: bo té są fundaméntém znaczéniá liczb wszystkich z więcéy niż ze trzech znaków złożonych. Podá przykłady, gdzie liczba, złożoná tylko będzie ze sta i z jedności, bez dziesiątków, iakoto: sto pięć, sto ośm, dwieście pięć, *i t. d.* i dá poznać potrzebę włożéniá zero na mieyscu dziesiątków. Tak, sto pięć, wyraz się przez 105, a nie przez 15; dwieście ośm, przez 208, nie przez 28. *i t. d.*

Té piérwszé trudności przebywszy, łatwo będzie wprowadzić dzieci w czytanié, i wyrażénié liczb z więcéy niż dotąd znaków złożonych, poczynaiąc zawsze od tych, które iednę tylko na początku cyfrę maią, a resztę zerów, a dopiéro na mieyscé zerów, kładąc rozmaité cyfry które pisać i czytać dobrze iuż dzieci umieią. Tak ponieważ liczby: „

„tysiąc, dwa tysiące,
wyrażaią się przez: 1 000. 2 000.
trzy tysiące; dziewięć tysięcy *i t. d.*
3 000. - - - 9 000. *i t. d.*

A liczba trzysta sześćdziesiąt i ośm, pisze się przez 368. i té iuż dzieci znaią; łatwo im przyyydzie czytać:

1 368. tysiąc trzysta sześćdziesiąt ośm.
2 368. dwa tysiące trzysta sześćdziesiąt ośm.
3 368. trzy tysiące trzysta sześćdziesiąt ośm.
9 368.

9 368. dziewięć tysięcy trzysta sześćdziesiąt ośm.

Podá się do uwági dzieciom, że znaczénié tysiąców, podobné iest, do znaczéniá iedności, w tém, że iako piérwszá po prawéy ręce liczba znaczy samé przez się iedności, drugá, ich dziesiątki, trzeciá sta; tak czwártá, znaczy iedności tysiąców, piąta dziesiątki tysiąców, szósta sta tysiąców, i tak przez dodanié trzech zerów do téy liczby 368. będzie 368000. toiest trzykroć, albo trzysta sześćdziesiąt ośm tysięcy.

Gdy po iedności sześć zerów napisze się 1 000 000, to znaczy milliion, albo dziesięć sta tysiąców, i znowu té milliony póydą tymże co i iedności porządkiém, toiest: naprzód iedności milliionów, potém dziesiątki milliionów, daléy sta milliionów, tysiące, dziesiątki tysiąców, sta tysiące milliionów, *i t. d.*

Dziesięć sta tysięcy milliionów, czyli tysiąc tysięcy milliionów nazwać możná krócéy bimilliion, albo billiion, toiest milliion milliionów. Jeden billiion wyráżá się przez iedność i dwanáscie zerów tak: 1 000 000 000 000, tryliion, który milliion razy tylé znaczy co tamtén, pisze się przez 1, i ośmnaście zerów, kwadrylliion przez 1, i dwadzieścia cztéry zerów, i tak daléy. (b)

Zda-

(b) Dlá łatwości w czytaniu liczb złożonych z wielu znaków, dobrze będzie pisząc ié, odstępować cokolwiek co trzy liczby, od prawéy, do lewéy ręki, dlá widocznieyszégo oddziálu sta od tysiąców: a co sześć liczb więcéy ieszcze odstępować, dlá rozeznaniá milliionów, billiionów; i tak

Zdaie mi się, żeby nie trzeba z razu prowadzić dzieci do znaiomości liczb wiekſzych, iak są té, które z ſześciu znaków ſkładaią się; tak dalece, żeby mogli ugruntować się w dodawaniu liczb, i ich odeymowaniu na samych tylko liczbach mnieyszych od milliiona przeſtaiąc, i nie znaiąc nawet tych, które się przez więcéy znaków wyrażaią.

Zakończę tén rozdział przez niektóre Logiczné uwági.

Piérwszá. Znaki liczb, na których używanié zgodzono się, żádnégo związku naturalnégo nié maią z témi rzeczami, które oznaczaią; ale ci, którzy ié wymyślili z włásnégo upodobaniá to im dali znaczénié.

Drugá. Liczba tych znaków ieſt także z upodobaniá. Może iednak liczba palców naszych dziesięciu u rąk, tę piérwſzym wynalázcóm myśl podała; liczba takowych znaków przywiększá bydź nié powinná była, aby nie obciążała pamięci, ani też znowu bardzo małá; bo w takim niedoſtatku znaków, wielkiéy liczby wyraziéby nié możná, tylko długim bardzo tychże znaków ſzeregiém, coby i czasu więcéy w pisaniu zabiérało, i trudności dodało nie potrzebnéy w samém rachowaniu.

Niektórzy Matematycy byli tego zdaniá, i podobno nie bez przyczyny, że podział liczby na dwanáście znaków, byłby wygodniey-

szy

daléy n. p. 3 658 972342. Możná téż oddziáły milliionów oznaczyć przez iednę kropkę, billiionów przez dwie, trylliionów przez trzy, n. p. 19. 103 658, 972 342.

szy od naſzych dziesięciu znaków, których używámy. Bo naprzód każdéy rzeczy, którá z dwunáſtu części ſkłádá się, możná wziąć zupełnie połowę, trzecią część, czwártą i ſzóstą, a zaś dziesięciu nié możná mieć tylko połowę, i część piątą; powtóré, że większé liczby przez mniéy znaków wyráżałyby się; bo każdá liczba, zacząwszy od iednégo, aż do dwunáſtu, poiedynczym znakiém byłaby oznaczoná; od dwunáſtu, aż do ſta czterdzieſtu cztérech, dwiéma; od ſta czterdzieſtu cztérech, aż do tysiąca siedmset dwadzieścia ośm, trzéma, i tak daléy. Tym sposobém ſkrácałyby się liczb wyrazy, aleby na to mieyscé przybyło więcéy znaków.

Trzeciá. Ułożénié i porządek tych znaków, dlá którégo tę a nie inną wielość znaczą, pochodzi także od upodobaniá piérwſzych wynalázców.

Czwártá. Proſté i krótkié znaków liczbowych nazwiſka pomágaią wielé do prędkiégo czytaniá, i wyſtawianiá sobie w myśli liczby iakimkolwiek porządkiém napisanéy. Ta nazwiſk prostota, i krótkość ułatwiá, i przyſpieszá nám poſtępek we wszystkich naukach. Jeżeli, iak twiérdzi P. *Condamine*, znáyduie się naród taki, gdzie dlá wyrażéniá liczby *trzy*, nie maią ludzie innégo ſłowa, tylko to: *Poellarrarrorincourac*, czyliż się dziwić potrzeba, ieśli tam nauka rachunkowá w samych tylko znaná ieſt początkach?

Aby poznać lepiéy pożytki z naszégo liczb wyrażéniá wynikaiącé, dobrze będzie porównać ié, z iakiém innéym odmiénném wyrażéniém:

zénié m: tém na przykład, którégo dáwni Rzymianie powfzechnie używali; zwłászcza, że i to dzieci znáć powinni, gdyż iefzcze zupełnie nie ieft zarzucone. Rzymianié literami swégo abecadła, liczby té wyrażali, które my cyframi oznáczamy. Wszyftkoby to na iedno wychodziło, gdyby porządek, i powtárzanié ich znaków, nie różniło się od porządku, i powtarzaniá naszych w téyże samey liczby wyrażéniu.

Jedności oznáczali oni przez literę I. liczby zaś 2. 3. przez dwa albo trzy I. tak iako niżey.

1.	2.	3.
I.	II.	III.

Pięć znaczyli przez V. Jedność przed tym znakiém położoná zmnieyszała go iednością, po nim zaś położoná powiększała go iednością także; i tak liczby: były oznaczone przez:

4.	5.	6.	7.	8.
IV.	V.	VI.	VII.	VIII.

Dziesiątek iedén wyrażali przez X. dwa dziesiątki przez dwa X. trzy dziesiątki przez trzy X. i przeto liczby: tak pisali:

10.	20.	30.
X.	XX.	XXX.

Liczby następuiącé: 9. 11. 12. 13.
u nich tak się pisały: IX. XI. XII. XIII.

14.	15.	16.	17.
XIV.	XV.	XVI.	XVII.

Pięćdźiesiąt znaczyło u nich L.

Liczby 40. 50. 60. 70. 80.
wyrażali przez XL. L. LX. LXX. LXXX.

Pośrzednié zaś między témi na przy-

kład:

kład: 41. 44. 49. 54. 59.
tak: XLI. XLIV. XLIX. LIV. LIX.

89.
LXXXIX.

Sto oznáczali. przez C, pięćset przez D, tysiąc przez M. Rok na przykład teraźnieyszy 1785. znakami ich takby się wyraził: MDCCLXXXV.

Tén sam przykład iuż nám dostatecznie okázuie, żeśmy znaczenié liczb, po naszému, przekładać nad znaczénié Rzymian powinni; ponieważ ta liczba, która u nás cztéréma tylko znakmi ieft wyrażoná, iedynástą znakami według znaczeniá Rzymfkiégo, i to iefzcze siédmiu różnych od siebie gatunków, wyráżá się. A dopieróż trudność w rachowaniu témi Rzymián liczbami nieporównanie iest większa, iak gdy naszych w rachunkach używámy.

W tym piérwszym Rozdziele iuż dobrze dzieci poiąć powinny były, co to ieft liczyć iaką wielość, co to ieft liczba, i łatwiéy im to zapewné przyszło, iak gdyby na samym początku dała im się była tego definicyá któréyby wyrazów pewnie nie zrozumieli. *Liczyć iaką wielość*, ieft to doświadczać, ile razy zamyká w fobie ta wielość części iednakowych, z których się fkładá. Każdá takowá część, liczącá się w wielości, nazywá się *iedność*. Nazwifko to fłuży oboiętnie do oznaczéniá części większéy lub mnieyszéy, byleby w liczéniu téyże saméy wielości, trzymać się części téy saméy, która się ráz za iedność wzięła. I tak liczyć możná fummę iaką pieniędzy przez czérwoné złote, przez talery, przez dwuzłotów-

 ki,

ki, złotówki, półzłotówki, grosze ſrébrné, miedziané, toiest brać możná za iedność, czérwony złoty, taler, dwuzłotówkę, grosz: *i t. d.* Wyrazy té, czyli znaki, któréml oznáczámy, ilé razy wielość iaká, zámyká w sobie iedność, którąśmy obrali, nazywaią się *liczbami.*

ROZDZIÁŁ II.

O Dodáwaniu Liczby (c)

Piérwszé zadanié. *Człowiek pewny miáwſzy 32 złotych, zyſkál nadto 26, wieléż miál potém wſzyſtkiégo?*

Dochodzénié. Liczba złotych, i mianych piérwéy, i zyſkanych potém od tego człowieka, zamykać w sobie powinná naprzód iedności złotych, które miáł, i które zyſkáł, toiest 2, i 6, czyli 8. iedności złotych; powtóré zamykać powinná dziesiątki złotych, tak tych, które miáł dáwniéy, iak i tych, które zyskáł, toieſt 3 i 2, czyli 5. dziesiątków złotych.

Odpowiédz. *Będzie tedy miál ze wſzyſtkiém złotych 58.*

Aby tę robotę ſposobém wygodnieyszym odprawić; zgodzono się na to, żeby liczby dodá-

(c) Rozumiém, że dostatecznie iuż wprawné są dzieci w dodáwanié liczb małych na pamięć, co się w piérwszym Rozdziele zaléciło. Przeto zadaniá następuiącé nie trudné wydáwać się im powinny.

dodáwać się maiącé, kłaśdź iedné pod drugiémi, iedności pod iednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, tak iako się tu wyráżá:

$$\begin{array}{r} 32 \\ 26 \\ \hline 58 \end{array}$$ (d). zł:

Liczby, któré są dané, oddzielaią się liniią od tych, których ſzukámy; piſze się pod iednościami, liczba zamykaiącá w sobie wszyſtkié razém iedności liczb danych, pod dziesiątkami zaś pisze się liczba, która wszyſtkié dziesiątki liczb także danych w ſobie zawiérá; tym sposobém znáyduie się liczba, którey ſzukaliśmy.

W przykładzie przytoczonym 2, i 6. czyni razém 5 dziesiątków; liczba więc cała zebrana ieſt 58. (e)

(d) Nauczyciele mogą doświádczyć wráz z uczniami, innégo iakiégo porządku w ułożéniu liczb dodáwać się maiących; aby têm lepiéy dali poznać, że tén porządek, który teráz powszechnie iest wzięty, nad inné przekłádać maią. Pilnie tego przestrzégać należy, aby dzieci porządek tén ustanowiony, zawſze w pisaniu zachowały, kładąc tegoż samégo gatunku iedności, bez náymnieyſzégo, ilé możności, uchybiéniá iedné pod drugiémi. To ostrzeżénié iest bardzo potrzebné, aby się ustrzédz omyłek tak łatwych do popełniéniá, albo przynáymniéy ulżyć tym sposobém w działaniu. Co się tycze pospolitégo zwyczaiu w dodáwaniu, że się to, od iedności zaczyná, idąc potém do dziesiątków, daléy do sta, i t. d. możná tego przyczynę w tén czas dopiéro dadź ucznióm, gdy im przykłady takié będą przytoczoné, gdzie ſumma iedności gatunku niższégo czyni iednę przynáymniéy iedność gatunku wyższégo.

(e) Będą przyuczać do tego Nauczyciele uczniów swoich, aby skończywszy robotę dodáwaniá, Nazywać będziémy *Summą* dwóch albo więcéy liczb, liczbę tę, która tylé waży, ilé tamté razém wzięté, *addycyą* albo *dodáwaniém*, działanié, przez które szuká się ſummy dwóch liczb, albo więcéy. (f)

Drugié zadanié. *Pewny człowiek maiący 54 złotych, zyſkał 43; wieléż mieć będzie wszyſtkiégo?*

Wzór działaniá: 54
43
Summa - - - 97 złotych.

Sposób poſtępowaniá 4 i 3, *czyni* 7 iedności
5 i 4 9 dziesiątków

Trzecié zadanié. *Jedna z trzech osób má lát 32, drugá 24, trzeciá 34. iakáż ieſt ſumma lát wſzyſtkich?*

Wzór

przeświádczali się, czyli ią dobrze odprawili, powtárzaiąc toż samo dodáwanié; i co piérwéy na przykład od dołu do góry dodáwali; to powtórnie dodaiąc z góry na dół, albo wspak. Niech się nie spodziéwaią, aby uczniowie ich po skończonéy nauce Rozdziáłu następuiącégo, byli w stanie doświádczéniá, przez odeymowanié, czyli się w dodáwaniu nie omylili, zwłászcza, że tén doświádczéniá sposób, iest trudnieyszy od piérwszégo, i prędzéy ieſzcze omyłka iaká przytrafićby się w nim mogła: sposobu téż takiégo użyć trudno, gdzie więcéy niż dwie liczby dodáwały się.

(f) Definicye té w tén czas dopiéro maią bydź uczniom dáwané, gdy przez wielé przykładów przysposobią się do dokładnégo zrozumiéniá słów, których musiałém użyć dlá krótkości. Niech na tę przestrogę pamiętaią Nauczyciele, i przy innych definicyach w Rozdziáłach następuiących.

Wzór działaniá - 32
24
43
Summa - - 99 lát.

Należy dadź więcéy, lub mniéy takowych przykładów dzieciom według ich poiętności, i doświádczać każdégo, czyli zrozumiał dobrze to, czego iuż był uczony. Przykładów zaś takich, ilé możności dobiérać trzeba, któréby i pożyteczné, i zabawné dlá dzieci były. Gdy z trzech albo więcéy znaków liczby dodáwać się maiące są złożoné; tymże co i wyżéy sposobém z niemi sobie poſtąpić trzeba.

Czwárté zadanié. *Piotr má orzechów 324 Ján 463; wieléż razém obadwa maią?*

Wzór działaniá 324
463
Summa 787 orzechów.

Sposób poſtępowaniá.

4 i 3, czyni 7 które się, pod iednościami piszą,
2 i 6 czyni 8 dziesiątków.
3 i 4 czyni 7 ſta.

Piąté zadanié. *Piotr má złotych 2342, Ján*

Koniec takowych definicyy osobliwiéy tén iest, aby przypominały dzieciom, iakiégo działaniá w każdym szczególnym razie użyć maią, tam zwłászcza, gdzie kilka razém odprawić działáń odmiénnych od siebie przyydzie, nim tego, czego szukaią, albo co im iest zadané, dóydą. Mogliby się łatwo pomiészać, i iednę robotę wziąć za drugą: gdyby tych definicyy nié mieli na pamięci.

Jan 235, a Paweł 1421, wieléż złotych wszyscy trzech maią?

Wzór działaniá	2 342
	- 235
	1 421
Summa -	3 998 złotych.

W Przykładach poprzedzaiących summa wszystkich iedności, mnieyszá zawsze była od 10 iedności, summa dziesiątków mnieyszá niż dziesięć dziesiątków *i t. d.*

Szóste zadanié. *Na iednéy iabłoni, było iabłek 379, na drugiéy 421; wieléż było na obudwóch?*

Dziewięć iedności i iedna, czynią razém 10 iedności, toiest iedén dziesiątek; tén dziesiątek złączywszy z 7, i z 2 dziesiątkami, któré w dwóch danych liczbach znáyduią się, uczyni wszystko dziesięć dziesiątków, czyli iedno sto. To iedno sto przydáwszy do 3 i do 4 sta, będzie razém 8 sta. Więc cała summa będzie 800 iabłek.

Wzór działaniá	379
	421
Summa - -	800

W tym przykładzie zebráwszy dziesięć iedności, które się dodaią, ponieważ té dziesięć iedności, czynią iednę iedność gatunku liczb dziesiątnégo, ta iedność przydáwała się do tegóż gatunku, iako iuż do niego należącá. Tymże sposobém postępować sobie trzeba, gdy summa iedności lub dziesiątków *i t. d.* większá będzie nad 10; czyli, powszechnie mówiąc, kiedy summa iedności, iakiégożkolwiek liczb gatunku, przechodzić będzie dziesięć, zachowuie się zawsze ta iedność gatunku wyższégo, aby dodaná była do iedności tegoż samégo gatunku.

Siódmé zadanié. *Jedna sztuka Sukna kosztowała 485 złotych, drugá 738. złotych; wieléż obiedwie razém kosztowały?*

Wzór działaniá	485
	738
Summa - - -	1 223 Złotych.

Sposób postępowaniá: 5 i 8 czyni 13, toiest trzy iedności, i iedén dziesiątek, piszę więc trzy pod iednościami, a dziesiątek do dziesiątków zachowuię. Tén dziesiątek 1 i 8 czyni 9 a 3, czyni 12, toiest dwanaście dziesiątków, albo 2, dziesiątki, i 1 sto, piszę 2 pod dziesiątkami, a 1 sto zachowuię dlá dodaniá go do innych sta. To 1 sto i 4 czyni 5, a 7, czyni 12 sta, toiest 2 sta i tysiąc, piszę 2 sta pod stami, a 1 tysiąc daléy na swoiém mieyscu.

Ósmé zadanié. *Pewná osoba má dochodu rocznégo z iednégo mieysca 364. złotych, z drugiégo 598, z trzeciégo 4967. złotych; wieléż złotych razém co rok ią dochodzi?*

Wzór działaniá.	364
	598
	4 967
Summa - -	5 929 złot: (g)

Dzie-

(g) Nie sądzę bydź dosyć na tych przykładach, do wprawiéniá dostatecznégo dzieci w liczb

Dziewiąté zadanié: *Pewná osoba dziedziczy pięć maiętności:*

Piérwszéy wartość	5 432 826	złot:
Drugiey - - -	6 396 048	
Trzeciéy - - -	10 342 532	
Czwártéy - - -	11 872 364	
Piątéy - - - -	12 728 976	

Jakiż iest cały téy osoby maiątek?

Odpowiédź - - 46 772 746 złot:

Dziesiąté zadanié. *Pewná osoba wydała.*

w Styczniu -	5 409 złotych.
w Lutym -	4 917
w Marcu -	6 020
w Kwietniu -	3 846
w Maiu -	10 089
w Czérwcu	2 508
w Lipcu -	7 123
w Sierpniu -	4 300
w Wrześniu -	11 007
w Październiku	8 945
w Listopadzie	7 830
w Grudniu -	12 975

Wieléż ta osoba wydała w całym roku?

Odpowiédź - 84 969.

ROZ-

iakichkolwiek dodáwanié. Nauczyciele przydadzą takich przykładów mniéy, albo więcéy, według łatwości większéy, lub mnieyszéy, z którą ich uczniowie tę dodáwaniá robotę poymować i wykonywać będą. Ale trzeba im iesz cze, i takié przykłady dáwać, w których by i więcéy rzędów liczb dodáwać się maiących, i więcéy tychże liczb gatunków znáydowało się.

ROZDZIÁŁ III.

O Odeymowaniu Liczby. (h)

Piérwszé zadanié. *Oyciec má lát 64, Syn iego má lát 42; wieląż laty starszy Oyciec od Syna?*

Ten Oyciec przy narodzéniu Syna swégo miáł mniéy 42 laty, niżeli teráz; má zaś teráz 64 lát; więc odiąwszy 42 lat, od 64, będę wiedziáł wiele lát miał, gdy mu się Syn narodził, toiest będę wiedział, wielą latami starszy iest od Syna swégo. Odeymuię tedy 2 iedności, od 4 zostaną się 2 iedności, odeymuię 4 dziesiątki od 6, zostaną się 2. dziesiątki. Więc Oyciec tén 22 lát má więcéy od Syna.

Gdyby tylko wiadomy był wiek ninieyszy Oyca, toiest 64 lát, i że tén Oyciec miáł lát 22, gdy mu się Syn narodził dóyśdźby stąd można i lát Syna, które má teraz, uważaiąc, że 22 laty mniey od Oyca mieć musi. A przeto odiąwszy té 22 lat od 64, toiest 2 iedności od 4, zostaną się 2 iedności, i znowu odiąwszy 2 dziesiątki od 6, zostaną 4 dziesiątki, toiest 42 lát, i tén iest wiek Syna.

Dru-

(h) Już się przestrzegło Nauczycielów, aby do tego działaniá przysposobili uczniów, wprawuiąc ich w liczb nie wielkich odeymowanié iednych od drugich na pamięć. W mnieyszych licz.

Drugié zadanié. *Pewny uczéń maiąc sobie przysłanych od przyiáciela* 87, *iabłek*, *rozesłał z nich różnym swoim przyiaciołóm* 53, *wieléż mu się zostało?*

Podobnie sobie, iak i na pierwszé zadanié rozważaiąc, przyydzie na myśl, że liczba pozostałych iabłek znaléźć się powinná, gdy 53, odeymiémy od 87 iabłek; odiąwszy tedy 3 od 7 zostanie 4; od ośmiu zaś dziesiątków odiąwszy 5 dziesiątków, zostanie 3; więc się temu uczniowi zostało 34 iabłek.

Gdyby się tylko wiedziało, wielé tén uczéń miał iabłek, toiest 87, i wielé mu zostało toiest 34 doszlibyśmy odeymuiąc 34 od 87, że rozesłał iabłek 53. Tym dwoiakim kształtém, każdy z następuiących przykładów zadáwać będą uczniom Nauczyciele, tak dlá wprawy większéy iako i dlá doświádczéniá; przez powtórną robotę czyli pierwszą dobrze odprawili.

Definicyá. Działanié przez które iednę liczbę od drugiéy odciągámy, nazywá się *subtrakcyą*, albo *odéymowaniém*. (i.)

Dlá

bach, czyli ié dobrze od siebie odciągali, doświádczyć tego mogą na wárcabach, piéniądzach, albo innym iakim sposobém, któryby im to na oko pokázał, że dobrze albo zle tę robotę odprawili.

(i) Dwa céle można sobie wystawić w tém działaniu, bo albo chcémy wiedzieć, ilé razy iedna liczba przewyższá drugą, i w tén czas ta liczba, którą iedna drugą przewyższá nazywá się *Różnica* (differencyá); albo wiedząc iednę liczbę większą, i iéy różnicę od drugiéy mnieyszéy, któréy iészcze nie wiémy, chcémy ią znaléźć, i ta liczba znalezio-

Dlá większéy w takowych robotach łatwości, pisać się zwykły liczby dané iedna pod drugą, tym iak w dodáwaniu, porządkiém, wyiąwszy, że większá liczba pisze się wyżéy od mnieyszéy.

Przykład zadaniá pierwszégo.

	Wiek Oyca	64.
	Wiek Syna	42.
Różnica	lát Oyca od Syna.	22.

Od 4 (iedności) (odiąwszy 2 iedności) zostaie 2 (iedności).

Od 6 (dziesiątków) odiąwszy 4 (dziesiątki) zostaie 2 (dziesiątki.)

Przykład pierwszégo zadaniá na wspak.

	Wiek Oyca	64
Różnica wieku Oyca od	Syna	22
	Wiek Syna	42 Reszta.

Trzecié zadanié: *Pewná Osoba má czérwonych złotych* 4 848
winná iest 325 *wie-*

ná nazywá się *resztą*, (residuum) Że té dwa cele odmiénné są od siebie, dadzą to poznać Nauczyciele uczniom swoim w samych przykładach, które im iuż przytoczyli. Ponieważ iednak działanié tymże samym sposobém odprawiá się, którykolwiek z tych dwóch celów, kto sobie założy; przeto lepiéy iest iednégo trzymać się nazwiska, toiest nazywać zawsze *resztą*, tę liczbę, która wypadnie, gdy się z innych dwóch liczb iedna od drugiéy odeymie. Już przestrzégłém że nim się do definicyi przyidzie, wielé innych przykładów poprzedzić powinno *wieléż oddáwszy tén dług zostanie przy niéy?*

Oczywista rzecz, że zapłaciwszy długu czérwonych złotych 325, iuż się kapitał 4 848 czérwonych złotych, téy Osobie zmnieyszy 325 czérwonémi złotémi. Trzeba więc odiąć ie od kapitału, aby wiedzieć, wielé się téy osobie zostanie.

Wzór działaniá	4 848
	325
Reszta - -	4 523

W przykładach poprzedzaiących każdy w szczególności znak liczby górnéy mnieyszy był od znaku tegoż gatunku liczby dólnéy. Ale gdy ta druga liczba, którą od tamtéy odiąć trzeba, będzie miała więcéy iedności, albo dziesiątków *i i. d.* niż górná; na tén czas, w liczbie górnéy, powiększyć trzeba tych iedności, albo dziesiątków *i t. d.* przez iedność z wyższégo gatunku pożyczoną, którá gatunek niższy tém samém dziesiącią iednościami powiększy. Tak na przykład do dwóch iedności iedén dziesiątek przydáwszy, będzie iedno dziesięć, i dwie iedności, toiest dwanáście iedności.

Czwárté zadanié. *Pewná Osoba maiącá czérw: zł: 63. wydała z nich 45; wieléż się zostało?*

Wzór działaniá	63
	45
	18 Reszta.

Sposób postępowaniá. Od 3 iedności nié możná odiąć 5, ale ponieważ liczba 63, skłádá się z 60, i 3. albo 50, i 13; pożyczywszy iednégo dziesiątka od 60, a przydáwszy go do 3, mogę od 13 iedności odiąć 5, i zostanie się 8, które piszę pod iednościami. Od 50, czyli od 5, dziesiątków odiąwszy 4 dziesiątki, zostanie 1, który piszę pod dziesiątkami, i mám reszty czérw: zł: 18, które się téy Osobie po wydatku zostały.

Dlá pamięci pożyczonéy iedności od gatunku któregokolwiek w liczbie wyższéy, kładzie się kropka nad tymże gatunkiém, który tém samém, iuż má mniéy iedną iedności.

Piąté zadanié. *Péwná Osoba kupiła dom zgodzony za 6 454. zł: dała zaś dopiéro za niego 3 892; wieléż ieszcze má dodadź.*

Wzór działaniá	6 454
	3 892
	2 562 Reszta.

Szósté zadanié. *Pewná Osoba winná złotych 4 362, zapłaciła iuż 2 896 zł: wieléż ieszcze będzie winná?*

Wzór działaniá	4 362
	2 896
	1 466 Reszta.

Siódmé zadanié. *Pewná Osoba má tylko całégo maiątku 12 480 złotych; winná zaś iest 14 372 zł: cóż iéy się zostaie, dług tén wypłaciwszy?*

Dług tén większy iest od maiątku téy Osoby, a zatém nié możná się pytać, co iéy się z maiątku zostanie, gdy dług cały zapłaci, ale raczéy wielé ieszcze winná będzie, gdy cały maiątek w długu oddá; trzeba więc maiątek iéy, toiest 12 480 zł: odiąć od długu, toiest 14 372 zł: a reszta pokáże wielé ieszcze winná będzie.

Wzór

Wzór działania 14 372
12 480

1 892 Reszta (k)

Przydatek do dwóch poprzedzaiących rozdziałów. Cwiczenia zawieraiące w sobie działania tak dodawania iako i odeymowania.

Pierwsze zadanie. *Pewny uczeń maiący 42 iabłek, założył się o 8 iabłek, wieleż będzie miał gdy zakład wygra lub przegra?*

Wzór działania		
	42	42
	8	8
	50 iabłek	34 iabłek.
	Summa gdy wygra	Reszta gdy przegra.

Drugie zadanie. *Pewna Osoba winną będąc* 48 000 *złotych trzech dłużników spłaciła.*

Pierwszemu dała 18 400 *zł:*
Drugiemu 16 200
Trzeciemu - - - 2 400

Wieleż wszystkiego wypłaciła, i wiele ieszcze ma wypłacić?

18 400	48 000
16 200	37 000
2 400 Reszta	11 000 do wypłac:
Sum: wypł: 37 000.	

Trze-

(k) Dwoiakim sposobém doświadczyć mogą uczniowie, czyli się w odeymowaniu mnieyszéy liczby od większéy nie pomylili: albo resztę znalezioną odeymuiąc od liczby większéy, po którém odjęciu, ieżeli omyłki nie było, powinna wypaśdź liczba mnieyszá, która się przed tém

Trzecie zadanie. *Pewny Kupiec troiaki handel prowadzący:*

w pierwszy włożył zł:		12 800
w drugi	- -	15 400
w trzeci	- -	26 400
Na pierwszym handlu zarobił przez rok	zł:	1 288
Na drugim zarobił	- - - zł:	1 458
Na trzecim stracił	- - - zł:	528
Miał oprócz tego; różnego wyd:przez rok	*zł:*	1 854

Pytám się wiele tén Kupiec po skończonym roku mieć będzie?

Dodáwszy naprzód te pieniądze, które w handel włożył, znaydziemy, że na początku roku wydał wszystkiego złotych 54 600. Podobnie dodáwszy zysk iego roczny dwoiaki będzie złotych 2 746
Złączywszy także stratę roczną dwoiaką będzie złotych - 2 382

Odiąwszy liczbę drugą od pierwszéy, zostanie zysku czystego przez rok - - - - - 364 zł:

Na końcu więc roku ponieważ i swoie odebrał zł: 54 600
i ieszcze zysku czyst: má zł: 364

Sum: cała tego Kup: będzie zł: 54 964.

Czwárte zadanie. *pewna Osoba miała na przedaż pięć sztuk materyi:*

W pier-

odeymowała, albo dodaiąc resztę do liczby mnieyszéy, których to liczb obudwóch summa zrównać powinna liczbę większą.

W piérwszéy było łokci		254
W drugiéy - - -		348
W trzeciéy - - -		272
W czwártéy - - -		376
W piątéy - - - -		284
Przedała zaś z 1wszéy materyi ło:		128
Z drugiéy - - - -		132
Z trzeciéy - - - -		146
Z czwártéy - - - -		153
Z piątéy - - - - -		172

Wieleż się téy Osobie łokci wszystkich zostało?

Summa łokci przed przedażą iest,	-	1 534
Summa łokci przedanych	- -	731
Summa łokci pozostałych		803.

Sądziłbym, aby więcey takowych przykładów dzieciom dawać dla wprawy.

ROZDZIÁŁ IV.

O Mnożéniu Liczby.

Piérwszé zadanié. *Pewná Osoba cztéry łokcie Sukna kupiła, płacąc za każdy łokieć po złotych 6; wieleż dała za cztéry łokcie?*

Dochodzénié. Liczba złotych, którą má zapłacić, składać się powinna z cztéry razy 6, a zatém ta liczba, równá będzie summie liczb cztérech iednakowych, z których każdá wyrážała 6 złotych.

Wzor działania

6
6
6
6

24 Summa.

Gdy-

Gdyby ta osoba zamiást łokci cztérech sukna, więcéy daleko była kupiła, trzebaby wiele czasu i mieysca do napisaniá 6, tylé razy, ilé było łokci, a dopiéroż do zebraniá tego wszystkiego w jednę summę. Do tak długiéy roboty, ciężkoby równie natężonéy baczności przyłożyć i omyłki się w niéy uchronić. A traficby się nawet mogło, że życié całé człowieka nie wystarczyłoby na dokończénié takim sposobém podobnéy roboty.

Szukano więc iakby skrócić takowé dodáwanié; i równość liczb maiących się dodáwać, skrócénié to łatwém uczyniła.

Liczba na przykład złotych, któréy szukaliśmy, powinná była zamykać w sobie złotych 6, tylé razy, ilé było łokci, toiest 4 razy, co czyni 24, złotych.

Dlá uchronieniá się długich opisów, dané są nazwiska szczególné każdéy liczbie, która w tę robotę wchodzi.

Definicye. Nazywá się *mnożnym* .(multiplicandus) ta liczba, którą kilkokrotnie przydadź do siebie potrzeba, w przykładzie wyżéy przytoczonym liczbie 6 złotych, toiest zapłacie za ieden łokieć sukna, służy to nazwisko.

Mnożnikiém. (multiplicator) nazwać można tę liczbę, która pokazuie, ilé razy piérwszą mám przydadź do nieyże saméy. Liczba 4, znacząca tyleż łokciów sukna w przykładzie powyższym, iest taką liczbą mnożącą.

Wieloczyn (productum albo factum) iest ta liczba, która wypádá z dodania *mnożnéy* tylé razy do siebie, ilé mnożnik zamyká w sobie iedności, w tymże samym, iak wyżéy, przy-

 kła-

kładzie 24, ieſt *wieloczynem*. Dziáłanie zaś samo nazywá się *mnożeniem* (multiplicatio.)

Żeby ſkróconym sposobem robotę, o któréy mowa odprawić z łatwością, trzeba na pamięć wiedzieć, ilé uczyni iedna liczba mnieyszá od dziesiątka, przez drugą mnieyszą także od dziesiątka, rozmnożoná.

Oprócz téy wprawy, którą iuż mieć muſzą dzieci, w rozmnożéniu liczb mnieyszych iednéy przez drugą, co się zaráz w piérwszym Rozdziele zaléciło, na pomocy do tego będzie i Táblica tu przyłączoná, bez któréy iednak (wpawiwszy się lepiéy w tę robotę) obeyśdź się można.

T Á B L I C A.

1		2	3	4	5	6	7	8	9
		C	Z	Y	N	I:			
2		4	6	8	10	12	14	16	18
3		6	9	12	15	18	21	24	27
4		8	12	16	20	24	28	32	36
5	Z	10	15	20	25	30	35	40	45
6	A	12	18	24	30	36	42	48	54
7	R	14	21	28	35	42	49	56	63
8		16	24	32	40	48	56	64	72
9		18	27	36	45	54	63	72	81

Táblica ta ukazuie Kwadrat większy, na 4 mnieyszych podzielony. Każdy kwadracik

dracik zamyká w sobie liczbę rozmnożoną z dwóch innych mnieyszych od 10, z których iedna w piérwſzym rzędzie poprzecznym, a drugá w piérwszym po lewéy ręce rzędzie podłużnym znáyduie się; i tam gdzie się zchodzą, liczbę tę rozmnożoną pokazuią. Żeby więc znaléźć liczbę iaką, którá z rozmnożéniá dwóch innych mnieyszych od 10 wypádá, trzeba w náywyższym rzędzie naznaczyć sobie palcem iednéy ręki, liczbę z tych iednę, a drugiéy ręki palcem naznaczyć drugą w piérwszym rzędzie podłużnym, i posuwać té palce, piérwszy na dół proſto, drugi wproſt przed się, póki się nie zniydą, gdzie liczbę, z dwóch tamtych pokażą rozmnożoną. Na przykład, chcę znaléźć liczbę, którą czyni rozmnożénie 7, przez 8: ſzukám 7, w piérwszym po lewéy ręce rzędzie podłużnym; a 8 w náywyższym rzędzie poprzecznym, poſtępuię palcami tak, iak ſię wyżéy powiedziało, i znáydę 56 w kwadraciku, gdzie obadwa tych dwóch liczb rzędy zchodzą się. Ta więc liczba 56, wypádá z rozmożéniá 7, przez 8.

Drugié zadanié. *Pewná Oſobá má trzy ſztuki materyi, w każdéy ſztuce ieſt po 321 łokci; wieléż łokci będzie we trzech ſztukach?*

Wzór dziáłaniá

321	*mnożny.*
3	*mnożnik.*
963	*wieloczyn.*

Sposób poſtępowaniá. 3 razy 1 łokieć, czyni 3 łokcie, które piszę pod iednościami; 3 razy 2 dziesiątki, czyni 6, które piszę pod dziesiątkami; 3 razy 3 ſta, czyni 9, które piszę pod

pod ſtami. Liczba tedy cała rozmnożoná wypádá 363 łokci.

Kiedy liczba mnożná, czyli mnożny przez drugą, toieſt przez mnożnika, rozmnożoná ſkłádá się z dwóch znaków, na przykład z dziesiątka albo dziesiątków, i z iedności albo z zera, na tén czas tén drugi znak pisze się na mieyscu sobie przyzwoitém, które powinién zaſtępować; a tamtén do wyższego gatunku, który mámy rozmnáżać zachowuie się, i onému rozmnożonému dodaie.

Trzecié zadanié. *Pewná Osoba kupiła 8 ſztuk materyi, za każdą po 842 złotych maiąc zapłacić, wieléż dá za wſzyſtkié?*

Wzór działaniá 842 *mnożny.*
8 *mnożnik.*
———
6736 *wieloczyn.*

Sposób poſtępowaniá. 8 razy 2, czyni 16, toieſt 6 iedności, i 1 dziesiątek; piszę 6 iedności pod iednościami, a dziesiątek zachowuię do dziesiątków; 8 razy 4 dziesiątki, czyni 32 dziesiątki, a z iednym zachowanym uczyni 33, toieſt 3 dziesiątki, i 3 ſta, piszę 3 dziesiątki pod dziesiątkami, a trzy zachowuię; 8 razy 8 ſta, czyni 64 ſta, a trzy zachowané, z którémi razém będzie 67 ſta; piszę i té na swoiém mieyscu, i będę miáł całą liczbę rozmnożoną 6736 złotych, które ta Osoba za 8 ſztuk materyi zapłacić powinná.

Czwárté zadanié. *Wieléż koſztuie 9 ſztuk materyi, z których każdá kosztuie 934 złotych?*

Wzór

Wzór działaniá 934 *mnożny.*
9 *mnożnik.*
———
8406 *wieloczyn.*

W przykładach dotąd przytoczonych, liczba mnożąca iedén tylko znak miała; gdyby zaś więcéy niż z iednégo znaku złożoná była; na tén czas tylé będzie rzędów liczb rozmnożonych, ilé znaków w liczbie mnożącéy: i té liczby rozmnożoné dodadź potrzeba, aby mieć całą liczbę wypádaiącą z rozmnożéniá takiégo.

A naprzód, aby iaką liczbę rozmnożyć przez 10, dosyć ieſt do téy liczby przypisać zero po prawéy ręce, a iuż tém samém będzie przez dziesięć rozmnożoná; ponieważ każdá liczba przez odmiénné z przydaniá zeru położénié, będzie dziesięć razy tylé ważyła, ilé przedtém, tak téż rozmnáżaiąc liczbę iaką, przez inſzą z kilku dziesiątków złożoną, a na zero zakończoną, dosyć będzie rozmnożyć ią przez iedności dziesiątków, i do tak rozmnożonéy przydadź na końcu zero.

Piąté zadanié. *Wielé złotych uczyni, czérwonych złotych 20, rachuiąc iedén po 18 złotych?*

Wzór działaniá 18 *mnożny.*
20 *mnożnik.*
———
36 *wieloczyn przez* 2.
360 *wieloczyn przez* 20.

Szóſté zadanié. *Jeżeli kamién waży funtów 32, wieléż funtów ważyć będzie iedná bela, która 80 kamiéni waży?*

Wzór

Wzór działaniá 32 *mnożny.*
80 *mnożnik.*

256 *wieloczyn przez* 8
2 560 *wieloczyn przez* 80

Z podobnéy iak wyżéy przyczyny, aby rozmnożyć liczbę iaką przez 100, trzeba iéy tylko dodadź dwa zera, rozmnáżaiąc ią zaś przez dwieście, trzysta, *i t. d.* toieft, przez 2, i dwa zera, przez 3, i dwa zera, *i t. d.* dosyć będzie przez samę tylko liczbę znaczącą dwa, trzy, *i t. d.* rozmnáżać, przydaiąc na końcu dwa zera.

Także chcąc rozmnożyć liczbę przez 1000, 10000, *i t. d.* nic więcéy się nie czyni, tylko tylé zerów, ilé ich ieft w liczbie mnożącey, przykłádá się do liczby mnożnéy.

Rozmnáżać zaś liczbę iaką przez drugą, złożoną z dwóch, trzech i więcéy znaków, z których każdy liczbę wyráżá, ieftto rozmnáżać tę liczbę piérwfzą, naprzód przez iedności drugiey, potém przez téyże dziesiątki, daléy przez fta, *i t. d.* Na przykład rozmnáżać liczbę iaką przez 365, ieftto wziąść ią naprzód 5 razy, potém 60 razy, naoftatek 300 razy. A zatém nie trudniéy ieft rozmnáżać liczbę iaką, przez inną z kilku znaków złożoną, iako i przez maiącą tylko znak iedén. (1)

(1) Niecháy tego sposobu przez czas długi używaią Nauczyciele, gdy różné przykłady rozmnáżaniá podáwadź będą uczniom swoim. Niecháy się nie spieszą z dáwaniém na tę robotę reguł, które wcześnie dané sprawuią to, że dzieci ślepo idąc za niémi, nic nie czynią na rozum, i prędko czégo się tak nauczyli, zapominaią, nié maiąc tego przez czas nieiaki w używaniu.

Siódmé zadanié, *Rok fkłádaiący się z dni całych 365, a każdy dzién z 24 godzin; wieléż w roku takim godzin będzie?*

Wzór działaniá 24 *mnożny.*
365 *mnożnik.*

120 *wieloczyn przez* 5
1 440 *wielocz: przez* 60
7 200 *wielocz: przez* 300

8 760 Summa tych trzech liczb rozmnożonych, czyli liczba cała rozmnożoná.

Ósmé zadanié, *Pewná ofoba żyła lát 32, wieléż godzin żyła, rachuiąc w roku 365 dni?*

Według poprzedzonégo dopiéro rachunku, rok iedén má w sobie godzin 8 760, które przez 32 rozmnożywszy, będę wiedział ilé 32 lát, czynią godzin.

Wzór działaniá 8 760 *mnożny.*
32 *mnożnik.*

17 520 *wieloczyn przez* 2
262 800 *wielocz: przez* 30

280 320 *wielocz: przez* 32

Té zera, któré się do tych czas w liczbach rozmnożonych, na końcu przydáwały, ilé razy mnożącá liczba złożoná była z kilku znaków, mogą bydź i opufzczoné, byleby zoftawić próżné mieyscé tam, gdzieby zera przypadły, zachowuiąc innym znakóm przyzwoité położénié. Co, że nie odmieniá w niczém liczby całéy rozmnożonéy, doświádczyć można i na przykładach w dwóch oftatnich zadaniach przytoczonych, czyniąc działánié, obadwa témi fposobami.

I. *Piérwszy sposób.*		*Drugi ſposób.*	
24	*mnożny.*	24	
365	*mnożnik.*	365	
120	*wielocz: przez 5.*	120	
1 440	*wieloc: przez 60*	144	
7 200	*wiel: przez 300*	72	
8 760	*wiel: przez 365*	8 760	*tož samo co i piérwſzym ſposobém.*

II.			
8 760	*mnożny.*	8 760	
32	*mnożnik.*	32	
17 520	*wiel: przez 2*	17 520	
262 800	*wiel: przez 30*	262 80	
280 320	*wiel: przez 32*	280 320	*taż sama co i piérwszym ſposobém.*

Dziewiąté zadanié. *Wielé kosztuie 1764 pak różnych towarów, gdy każdá paka koſztuie zł: 784?*

Wzór działaniá			
	784	*mnożny.*	
	1 764	*mnożnik.*	
	3 136	*wiel: przez*	*4 iedn:*
	47 04	*przez*	*6 dzies:*
	548 8	*przez*	*7 ſta.*
	784	*przez*	*1 tys:*
	1 382 976	*wiel: przez*	*1764*

Dzie-

Dziesiąté zadanié. *Funt rozenek płacąc po 36 groszy, wieléżbym dál groszy za 2 034. funtów?*

36	*mnożny.*		
2 034	*mnożnik.*		
144	*wiel: przez*	4	*iedności.*
108	- -	3	*dziesiątki*
72	- -	2	*tysiące.*
73 224	- -	2 304.	

W tym oſtatnim przykładzie, były tylko w liczbie mnożącéy tysiące, dziesiątki i iedności, ſtów zaś nie było, których mieysce zaſtępowało zero. A przeto chociáż ta liczba mnożącá, z cztérech znaków złożoná była, trzy iednak wypadły tylko rzędy liczb rozmnożonych; toieſt piérwszy z rozmnożéniá 36 przez 4 iedności, drugi z rozmnożéniá przez 3 dziesiątki, trzeci z rozmnożéniá przez 2 tysiące. Tego trzeciégo rzędu znak piérwszy 2, po prawéy ręce, liczby 72, aż pod trzecim znakiém wyższéy liczby, toieſt na mieyscu tysiąców napisał się; ponieważ ta liczba 72, pochodzi z rozmnożéniá przez tysiące.

Trzeba iako náywięcéy przykładów dzieciom wynáydować; przez któréby się wprawiały co ráz bardziéy w to działanié. Niecháy té wſzyſtkié liczby około których zatrudniać się będą, głośno wymáwiaią, aby Nauczyciel mógł wiedzieć, czyli nie fałszywie ié sobie w myśli wyſtawiaią.

Trzeba okazáć, że iednakowá zawsze rozmnożoná liczba na końcu działaniá wypadnie, którąkolwiek ze dwóch liczb podanych,

za

za mnożącą, albo mnożną wezmiémy. Ale kiedy w liczbach, mnożącéy i mnożnéy zachodzi różnica gatunku rzeczy, w tén czas wziąć należy za mnożną, liczbę tego gatunku, który mieć chcémy w rozmnożonéy, a mnożącą tak sobie wyſtawiać, iak gdyby żádnégo gatunku nie wyrážała. Tak na przykład, chcąc wiedzieć liczbę złotych, którą uczynią 3 czérw: zł: rachuiąc każdy pozł: 18, wziąłbym za liczbę mnożną 18, zł: a za liczbę mnożącą 3 czérw: złote, oddáliwszy wcale od tych 3 znaczénié czérwonych złotych; i miáłbym liczbę rozmnożoną 54 złote, którá to liczba wypádá z 18 złotych, 3 razy do siebie dodanych, czyli przez 3 iedności rozmnożonych.

Co się powiedziało względém doświádczéniá roboty dodáwaniá, to samo i tu z tychże pobudek zalécá się Nauczycielóm, aby się nie spuſzczali na naukę Rozdziáłu naſtępuiącégo, sądząc, że po téy ſkończonéy, iuż będą w ſtanie ich uczniowie doświádczéniá przez dzielénié, czyli omyłki iakiéy w liczb mnożéniu nie popełnili. Lepiéy ieſt, że wprawią zaráz dzieci w powtárzanié iuż ſkończonéy ráz roboty, chociáż bez powtórnégo pisaniá, albo téż że porządek odmiénić im każą, i brać za liczbę mnożną tę, którá piérwéy byłá wziętá za mnożącą. Niech także wprawuią ich w obrócénié czérwonych złotych, i innych wyżſzych gatunków pieniędzy, na niższé, na przykład na złote groſze; sznurów, sążni, łokci, i t. d. na mnieyszé długości, aby się tak przyſposobili do dalszych dziáłáń w części naſtępuiącéy.

PRZY-

PRZYDATEK DO TRZECH POPRZEDZAIĄCYCH ROZDZIÁŁÓW

Cwiczéniá zawiéraiącé w sobie dodáwanié, odéymowanié, i mnożénié liczby.

Piérwszé zadanié. *Wielé ſamych groſzów miedzianych będzie z czérwonych złotych 5 879, zł: 17, groszy 28, rachuiąc iedén czérw: złoty po zł: 18?*

5 879 czérw: zł:
18 zł:
———
47 032
58 79
———
105 822 zł: ieſt wártość czér: zł: 5 879
17
———
105 839 zł: ieſt wárt: czér: zł: 5 879 zł: 17
30
———
3 175 170 grosze z czérw: zł: 5 879 zł: 17
28
3 175 198 grosze z przydanémi 28.

Drugié zadanié: *Pewny kupiec troiakiégo gatunku zboża kupił:*

Pierwszy gatunek	*532*	*korcy pł: korzec*	*po zł:*	*18*
Drugiégo -	*647*	- -	*po zł:*	*14*
Trzeciégo -	*985*	- -	*po zł:*	*12*

Miészá razém té trzy gatunki, i korzec po złotych 16 przedaie, wieléż zyſká, wſzyſtko przedáwszy?

Wzór

Wzór działaniá:

korcy	*korcy*	*korcy*	*korcy*
538	647	985	538
18	14	12	647
4 304	2 588	1 970	985
5 38	6 47	9 85	2 170
9 684	9 058 zł:	11 820 zł:	16
9 058			13 020
11 820			2170
30 562 zł:	*wzięté za zboże* zł:		34 720
	wydané za zboże zł:		30 562
	zysk zł:		4 158

Trzecié zadanié: *Kupiec A. wziął od kupca B. następuiącé towary:*

36 łokci	po zł: 7	łok: co uczyni zł: -	252
25 -	po zł: 9	- - - -	225
47 -	po zł: 13	- - - -	611
19 -	po zł: 16	- - - -	304
		Summa - zł:	1 392

Kupiec B. wziął od Kupca A.

68 *łokci*	*po zł:* 8	*łok: co uczyni zł:*	544
27 - -	po zł: 12	- - -	324
54 - -	po zł: 14	- - -	756
15 - -	po zł: 17	- - -	255
		Summa zł: -	1 879
		zł: -	1 392

Więc kupiec B winien kupc: A. zł: - 487

Więcéy ieszcze takowych przykładów dzieciom dadź potrzeba.

ROZ-

ROZDZIÁŁ V.

O Dzieléniu Liczby (m.)

Piérwszé zadanié. *Pewná osoba kupiła sukna za 56 złotych, płacąc łokieć po 8 złotych, wieléż łokci kupiła?*

Odiąwszy od 56 zł: 8 zł: toiest cenę iednégo łokcia, reszta pokáże cenę reszty łokciów

(m) Ponieważ dzielénié liczby trudnieyszé iest od poprzedzaiących trzech działáń, należy użyć Nauczycielóm wszystkich sposobów, któréby naukę o témże liczby dziéléniu ułatwiały. Jeżeliby postrzegli, że wykładanié z gruntu nauki téy, nie chwytá się rozumu dziecinnégo, gdy ieszcze przez wielé przykładów w samo działanié nie są wprawiéni; lepiéy będzie, że na przykładach tylko samych przestaną, a potém dopiéro w przyczyny takowégo działaniá wchodzić będą. Że zaś trudność w dzieléniu liczby powiększéy części pochodzi z niepewności w naznaczéniu wielorazu; w któréy to niepewności dopóty dzieci zostawać będą, póki długiém wprawianiém się, nie nabędą łatwości w zgadnieniu bez zawodu, ilékroć liczba, którą dzielić maią, zamyká w sobie tę, która ią dzieli; przeto szczególném będzie staraniém Nauczycielów, aby podali sposób uczniom swoim, którym náyłatwiéy, i náyprędzéy natrafić mogliby na práwdziwy, wieloráz wypádaiący z podzieléniá liczby iednéy przez drugą. Osobliwie zaś w pamięci mieć to maią, gdy przyydą do liczb dzielących złożonych z dwóch znaków. Tam, naprzód zabawić się trzeba nad przykładami takiémi, gdzie znak iedności iest maciów kupionych; od téy piérwszéy reszty złotych odiąwszy znowu 8 złotych, drugá reszta pokáże, wiele zostało złotych na kupienie innych łokci prócz dwóch, których się cena iuż odięła. Daléy podobnie odeymuiąc, aż się na ostatek nic nie zostanie, znáydzie się liczba łokci

---

ły względém znaku dziesiątków, na przykład 81; i możná liczbę dzielącą, wystawić sobie iak gdyby z samych prawie dziesiątków skłádała się; toiest w przykładzie poprzedzonym, iak gdyby tylko było 80. Postąpią daléy do przykładów, w których by znowu znak dziesiątków, był bardzo mały względém znaku iedności, na przykład: 18, i uwáżać káżą liczbę dzielącą, iak gdyby iednym dziesiątkiém więcéy miáła, bez żadnych iedności, na przykład zamiást 18, iak gdyby było 20: Potém wynáydywać będą takié liczby dzielącé, których liczba iedności wyrażaiącá, coráz bardziéyby zbliżyła się do liczby dziesiątków. Tak długo zaś liczb dzielących z więcéy iak ze dwóch znaków złożonych, podawać nie będą ucznióm swoim, póki ci bez omyłki nie nauczą się, zgádywać wielorazów w tych liczbach podzielnych, których dzielącé liczby ze dwóch tylko znaków składać się będą.

Rozumiém, że iuż iakożkolwiek przygotowani są do tego działania uczniowie, przez dzieléniá na pamięć liczb mnieyszych od sta, przez inné mnieyszé od dziesiąciu, w których ćwiczénié się iuż wyżéy było zaléconé.

Można także na początku zaráz tego Rozdziału, przygotowáć dzieci do poięciá łatwieyszégo nauki o liczbach łámanych, albo ułomkach; (ułomek taki zowié się po łacinie *Fractio*,) nic iednak o tych ułomkach ieszcze im nie wspominaiąc, ale powiadaiąc tylko, że podzielić liczbę iaką przez 2, iest to wziąć iéy połowę, podzielić ią przez trzy, iest to wziąć iéy trzecią część i t. d. i że tráfiá się często dzielić liczby iedné przez drugié, któré kilka lub więcéy razy w tamtych się zawiéraią,

Drugié zadanié. *Sześciu uczniów maią między siebie podzielić 228 iabłek, aby każdému równo się dostało, wieléż na iednégo przypadnie?*

Liczba 6, znáyduie się w liczbie 228, więcéy niż 1,2,3,4,5,6, *i t. d.* aż do 9 razy: bo nawet 9 przez 6 rozmnożoné czyni tylko 54, iako táblica rozmnáżaniá ukazuie: a zatém ponieważ 6, znáyduie się w 54, razy 9, musi się więcéy daleko znáydować razy w licz-

---

dzieléniu, dwa céle sobie założyć można, bo albo chcémy wiedzieć, ile razy iedna liczba w drugiéy zawiérá się, co w tén czas má mieyscé, gdy tak liczba dzieląca, iako i podzielná, wielość iednégo gatunku rzeczy oznáczá: na przykład, gdy i ta, i tamta znaczy czérwoné złote, albo złote, i t. d. i w tén czas wieloráz będzie wyrážał liczbę samę przez się, toiest oznáczaiącą tylko, że tyle, a nie więcéy razy inné dwie liczby iedna w drugiéy się znáydowała; albo téż liczby danéy do podzieléniá, szukámy części iakiéy, na przykład połowy, trzeciéy części, czwártéy, i t. d. i na tén czas liczba dzieląca, żadnégo gatunku rzeczy nie znaczy, albo przynaymniéy tak iest uważaná; a zaś wieloráz wyrážá liczbę znaczącą wielość tego samégo rzeczy gatunku, który i liczba podzielná wyrážała. Tak na przykład zł: 5, znáyduie się w 20 zł: 4 razy, i tén wieloráz 4, nie oznácza złotych, któré znaczyłá liczba podzielná 20, ale tylko, że 4, a nie więcéy razy 5 złotych znáyduie się w zł: 20. Gdy zaś té 20 złotych na 5 na przykład osób równo dzielę na tén czas wieloráz 4, znaczyć będzie 4 złote, które z podzieléniá 20 zł: przez 5 wypadną. Tę różnicę przy każdym dopiéro przykładzie w szczególności pokazywać maią Nauczyciele uczniom swoim, doświádczaiąc ich piérwéy przez pytanie, czyli wieloráz w podanym im przykładzie, będzie znaczył iaki gatunek rzeczy, czyli nie?

bie 228, ſto razy znáydowáć się nie może, bo 100. razy 6, uczyni 600, większą liczbę niżeli ieſt 228; więc wieloráz liczby 228 przez 6 podzielonéy ſkłádáć się będzie albo z samych tylko dziesiątków, albo z dziesiątków i z jedności.

Wieloráz tén będzie miáł więcéy niż 1 dziesiątek; ponieważ 6 razy 10 czyni tylko 60, więcéy niż 2 dziesiątki, bo 6 razy 20, czyni 120; daléy 6 przez 30 rozmnożoné czyni 180, 6 przez 40, 240. Liczba 180, mnieyſza ieſt od 228, liczba zaś 240 większá od tychże 228; więc 6, więcéy niż 30 razy znáyduie się w 228, a mniéy niżeli 40 razy, a przeto 3 tylko dziesiątki będzie miáł w ſobie wieloráz; 3 té dziesiątki rozmnożoné przez 6, toiest 180, odiąwszy od 228, zostanie się 48, które iako táblica rozmnożénia pokazuie, są liczbą rozmnożoną z 6, przez 8 iedności; więc wieloráz 48, przez 6 podzielonych ieſt 8 iedności. Cáły przeto wieloráz liczby 228, przez 6 podzielonéy będzie miáł 3 dziesiątki, i 8 iedności, toieſt 6 znáyduie się w 228, razy 38; i tylé iabłek przypadnie na każdégo z ſześciu uczniów, równo ich dzieląc.

Trzecié zadanié. 9. *Osob maią równo podzielić między ſiebie zł.* 6 561, *wieléż każdéy z nich doſtanie się?*

Podobnym sposobém iak w przykładzie poprzedzaiącym dowieśdź można, że wieloráz, którégo szukámy, zawierać w ſobie będzie ſta, ale nie tysiące. Mnożąc 9, przez 100,200,300, *i t. d.* znáydziémy liczbę rozmnożoną z 9 przez 700, toieſt 6 300, náymniéy różniącą się od

liczby

liczby podanéy 6 561, i mogącą się od niéy odiąć; więc wieloráz będzie miáł 7 ſta, odiąwszy 6 300, od 6 561, zoſtanie się 261, które dzieląc daléy przez 9, powinniśmy znaléźć ieſzcze dziesiątki, i iedności wielorazu. Rozmnáżaiąc 9 przez 10, 20, *i t. d.* poſtrzeżémy, że náybliżéy przyſtępuiącá do 261 liczba ieſt 9, przez 20 rozmnożoné, toieſt 180; a przeto 2 dziesiątki przybędą do wielorazu. Odiąwszy 180, od 261, zostanie 81, która to reſzta mniéy niż 10 razy zamykáć w sobie powinná liczbę 9, iakoż zamyka ią tylko razy 9, bo w táblicy rozmnożénia znáydziémy, że 9 razy 9, czyni 81, przepisáwszy té 9 iedności do wielorazu, będzie cáły tén wieloráz ſkłádáł się z 7 ſta, 2 dziesiątków, i 9 iedności, toieſt 729 złotych doſtanie się każdéy z 9 osób, podzieliwszy równo między nich 6 561 złotych.

Żeby tę cáłą robotę razém mieć przed oczyma, liczba podzielná zwykła się pisać w pośrzodku między liczbą dzielącą po lewéy ſtronie, i wielorazém po prawéy; przedzieliwſzy ié liniykami podłużnémi, ták iak wzór naſtępuiący ukazuie.

Dzielnik	Dzielny	Wieloráz.
9	6 561,	729.
Wzór dział:	6 300	*Licz: roz: 9 przez 700*
	261	*Pierwſzá reszta.*
	180	*Wielocz: z 9, przez 20*
	81	*Drugá reszta.*
	81	*Wielocz: z 9 przez 9*
	0	

Czwárté zadanié. 8 *Osób podzielić trzeba równo 65 496 złotémi; iakáż będzie osmá część tych pieniędzy, którá iednéy osobie przypadnie?*

Wieloráz mieć tu będzie cztéry znaki, każdy z tych znaków wynaleźć się może tą samą drogą, którą szukaliśmy ich w przykładach poprzedzaiących.

Dzielnik	Dzielny	Wieloráz.
Wzór dziá: 8	65 496	8 187.
	64 000	*Wiel: z 8 przez* 8000.
	1 496	*Piérwszá reszta.*
	800	*Wieloc: z 8 przez* 100
	696	*Drugá reszta.*
	640	*Wieloc: z 8 przez* 80
	56	*Trzeciá reszta.*
	56	*Wielocz: z 8 przez* 7
	0	

Na wielu takowych przykładach niech się wprawiaią dzieci, gdzieby liczba dzieląca mnieyszá od 10 była. Mogą im tu pokazać Nauczyciele, że liczba każdá mnieyszá od 10, tylé tysięcy na przykłád razy znáyduie się w dziesiątkach tysięcy iakiéy liczby, ilé ſto razy znáyduie się w tysiącach, téyże liczby, ilé dziesiątków razy znáyduie się w ſtach, ilé iedności razy znáyduie się w dziesiątkach: odtrącaiąc po prawéy ręce ieden, dwa, trzy *i t. d.* znaki. Tak w przykładzie oſtatnim, ponieważ 8 znáyduie się w 65 496, 8 tysięcy razy, té samé 8 znáydować się będą w 6 549, 8set razy, w 654, 8 dziesiątków razy a w 65. 8 razy. Że tedy iedna zawsze liczba 8 wypádá na wieloráz, lubo

bo

bo nie iedno znacząca, możná więc w tym i w jnnych wszyſtkich przykładach dzieléniá, uważać tylko na piérwszé znaki liczby podzielnéy, iak tu 65, i té naprzód dzielić, a potém dopiéro podobnym sposobém dzielić liczby pozoſtałé: iakoto na tym ſamym przykładzie pokázać możná.

Wzór działaniá.

Dzielnik	Dzielny	Wieloráz.
8	65 496	8 187.
	64	*Wielo:* 8 *przez* 8 *tysięcy*
	1 496	*reszta piérwszá.*
	8	*Wielocz:* z 8 *przez* 1 *ſto*
	696	*reszta drugá.*
	64	*Wielocz:* z 8 *przez* 8 *dzie:*
	56	*reszta trzeciá.*
	56	*Wiel:* z 8 *przez* 7 *iedno:*

Na tym samym ſundaméncie, możná po iednym tylko znaku liczby podzielnéy przypisywać do reszty, którá się po odięciu zoſtanie, co na tymże przykładzie zobáczymy.

Wzór działaniá.

Dzielnik	Dzielny	Wieloráz.
8	65,4,9,6,	8 187.
	64	
	1 4 *reſzta* 1 *z przyd. znak:* 4.	
	8	
	69 *reſzta* 2 *z przyd: znak:* 9	
	64.	
	56. *reſzta* 3 *z przyd: zna:* 6	
	56.	

Możná

Można dlá pamięci każdy z tych znaków przydanych do reszty naznaczyć sobie w liczbie podzielney kropką, aby go do reszty następuiącey powtórnie nie przydadź.

Piąte zadanie. *Kilku przyiaciół uczyniło składkę na 136 złotych, na którą dał z nich każdy po zł: 17, wieleż się ich składało?*

Wieloráz ukazuiący tych przyiaciół liczbę znáydziemy, podzieliwszy 136 przez 17.

Lubo tu liczba dzieląca, nie ieden iak wyżey, ale dwa w sobie znaki zawierá; podobnym iednak, iak wyżey, sposobem znaleźć można wieloráz: szukaiąc liczb rozmnożonych z 17, przez 1,2,3, *i t. d.* aż do 9; i uważaiąc, która z nich náybliżey przystępuie do równości z liczbą 136, albo też wcale tey liczbie równa się. Taką tablicę zrobiwszy sobie, náydziemy tę samę liczbę 136 wypadłą z 17 przez 8 rozmnożonych; więc 8 iest wieloráz, którego szukaliśmy.

Táblica liczb pierwszych dziewięciu przez 17 rozmnożonych.

1	*ráz*	17	*czyni*	17
2	-	-	-	34
3	-	-	-	51
4	-	-	-	68
5	-	-	-	85
6	-	-	-	102
7	-	-	-	119
8	-	-	-	136
9	-	-	-	153

Ta-

Takie liczby, które kilka razy tę samę liczbę w sobie zamykaią, nazwáć mozná *wielokrotne (multipla.)*

Więcey takich przykładów zadáwać trzeba dzieciom, w którychby wieloráz nie przechodził 9.

Szóste zadanie. *24 Pak z towarami równo wáżących, wáży razem funtow 1 512, wieleż iedna paka wáżyć będzie?*

Trzeba znowu podobną, iak wyżey Táblicę sobie ułożyć z pierwszych liczb dziewiąciu wielokrotnych, toiest ráz 1, 2, 3, *i t. d.* zawieraiących w sobie liczbę 24,

1	ráz	24,	czyni	24
2	razy	-	-	48
3	-	-	-	72
4	-	-	-	96
5	-	-	-	120
6	-	-	-	144
7	-	-	-	168
8	-	-	-	192
9	-	-	-	216

Wzór działaniá.

Dzielnik	Dzielny	Wieloráz.
24	1 512	63
	1 44	*Wiel: z 24 przez 6 dzie:*
	72	*Reszta z przyd: znak:* 2.
	72	*Wielocz: z 24 przez* 3.
	0	

Sposób postępowania. Liczba 24 rozmnożoná przez 6 toiest 144 náybardziey zbliżá się

do

do trzech piérwszych znaków liczby podzielnéy, toieſt do 151; więc wieloráz ieſt 6, znaczący dziesiątki, ponieważ i 151, liczba podzielná, znaczy tu 151 dziesiątków. Odiąwszy 144, od 151, zoſtanie 7 dziesiątków, do których przydáwszy 2 iedności, toiest oſtatni znak podzielny, zostanie ze wszystkiém 72. Ta liczba 72 ieſt trzykrotná 24, toieſt 24 zawiérá się 3 razy w 72; więc wieloráz będzie 3 iedności. Znáyduię tedy, że każdá paka ważyła 63 funtów.

Siódmé zadanié. *Człowiek maiący rocznégo dochodu 130 305 złotych; wieléż na dzień wydadź może równo, aby mu dochód tén na 365 dni, toieſt na rok cały wyſtárczył?*

Liczby wielokrotné 365.

1	*ráz*	365	*czyni*	365
2	-	-	-	730
3	-	-	-	1095
4	-	-	-	1460
5	-	-	-	1825
6	-	-	-	2190
7	-	-	-	2555
8	-	-	-	2920
9	-	-	-	3285

Wzór działániá.

Dzielnik	Dzielny	Wieloráz.
365	130 305	357
	109 5	*Wiel: z 365 przez 3*
	20 80	*reszta z przydanym* 0.
	18 25	*Wielocz: z 365 przez* 5
	25 55	*reszta z przydanym* 5.
	2 555	*Wielocz: z 365 przez* 7.
	0	

Gdy

Gdy iuż przez czas nieiaki ćwiczyć się będą dzieci w dzieléniu liczb z pomocą Táblicy ukazuiącéy liczby wielokrotné; trzeba ich będzie przyuczać potém, aby się bez téy táblicy obeyśdź mogli, i na pamięć wielorázy zgádywali, uważaiąc na piérwszé znaki tak liczby dzielącéy, iako téż i podzielnéy. Gdy im się zbłądzić tráfi, że większą niż potrzeba liczbę, lub mnieyſzą wezmą na wieloráz, naprowadzi ich na drogę Nauczyciel, pokazuiąc, że w piérwszym razie, liczba rozmnożoná z wielorazu nadto wielkiégo, i z liczby dzielącéy, większá będzie od téy, od któréy má bydź odiętá, w drugim zaś razie, wieloráz nadto mały rozmnożony przez liczbę dzielącą, i odięty od liczby wyżſzéy, zoſtawi resztę większą od liczby dzielącéy, a zatém ta liczba dzielącá, ieſzcze się iaki ráz znáydować będzie w téyże reszcie.

Osmé zadanié. 91 *Łokci materyi koſztowało zł: 4 823, wieléż iedén łokieć koſztowáł?*

Wieloráz mieć tu powinién dwa znaki, iedén dziesiątków, drugi iedności.

Liczba dzieląca 91, nie znáyduie się w 48 ſtach, ani iedno ſta razy, ale w 482 dziesiątkach, może się znaléźć kilka dziesięć razy. Ponieważ zaś ciężko ieſt zgádnąć ilé dziesiątków razy ta całá liczba 91, znáydować się będzie w 482; weźmy dlá łatwości samo 9 i 48, a tak 9 w 48 znáydziémy 5 razy; więc wieloráz mieć będzie 5 dziesiątków; 5 rozmnożoné przez 91 uczyni 455, które odiąwszy od 482, zostanie 27 dziesiątków, do których przydáwszy

dáwszy 3 iedności z liczby podzielnéy, będzie ze wſzyſtkim 273 iedności; 91 w 273, albo 9 w 27, znáyduie się 3 razy, té trzy iedności rozmnożywſzy przez 91, zrobi się 273, które odiąwſzy od pozoſtałych 273, nic nie zoſtanie. Cały tedy wieloráz ieſt 53, i oznácza 53 złotych, toieſt cenę iednégo łokcia materyi.

Wzór działaniá.

Dzielnik	Dzielny	Wieloráz.
91	4 823	53
	455	
	273	
	273	
	0	

Dziewiąté zadanié. *Pewny kupiec za 5 655 czérwonych złotych kupił ſztuk materyi 65, po czémuż mu sztuka na sztukę przypádała?*

Wieloráz má tu mieć także dwa znaki. Liczba dziesiątków iego tylé będzie, ilé razy 65, znáyduie się w 565, a zaś 65 nie więcéy się razy znáyduie w 565, iak 6 w 56, ani mniéy iak 7, w 65; więc wieloráz albo będzie 9, albo 8. Biorąc naprzód dlá doświádczéniá, 9 za wieloráz, i mnożąc go przez 65 będzie liczba rozmnożoná 585, większá, niż 565, od którey miałaby bydź odiętá. A zatém 8 będzie prawdziwy wieloráz znaczący dziesiątki. Rozmnożywszy té 8 przez 65, i liczbę ſtąd rozmnożoną 520 odiąwszy od 565, zoſtanie 45. Przy téy reszcie przypisuię naſtępuiący, a oſtatni znak liczby podzielnéy 5, i będę miáł całéy reszty 455. Jlé iedności będzie miáł wieloráz,

loráz,

loráz, ukáże to 455 przez 65 podzielone, które 65 nie więcéy razy znáyduie się w 455, iak 6 w 45, ani mniéy iak 7 w 45, toieſt 7, albo 6 razy. Wziąwszy 7 za wieloráz, tén przez 65 rozmnożony, dá liczbę 455, którą odiąwszy od pozoſtałych 455, nic nie zoſtanie. Cały tedy wieloráz będzie 87 czérwonych złotych; i tylé przypadnie za iednę ſztukę materyi.

Wzór działaniá.

Dzielnik	Dzielny	Wieloráz.
65	5 655	87
	5 20	
	455	
	455	
	0	

Dziesiąté zadanié. 287 *pak towarów równo wáżących, wáży funtów 194 586; iléż każdá z nich wáży?*

Ponieważ drugi znak liczby dzielącéy 8 ieſt wielki względem piérwszégo 2; można dlá łatwości większéy w utrafianiu wielorazu, wyſtawić sobie w myśli, iak gdybyśmy dzielić mieli przez 300, zamiáſt 287, lubo rozmnożénié wielorazu przez 287, a nie przez 300 bydź powinno. Wieloráz tén má w sobie zawiérać znaków trzy, toieſt ſta, dziesiątki, i iedności. A naprzód tylé ſtów mieć będzie, ilé razy 287, wchodzi w 1945, albo 3 w 19, toieſt 6 razy; liczba z 6 przez 287 rozmnożoná, ieſt 1722, ta zaś od 1945 odiętá, zoſtawuie 223. Naſtępuiący znak liczby podzielnéy, 8 przypisáwszy do 223, liczbę dziesiątków wielora-

lora-

lorazu znáydziémy, dzieląc 2238 przez 287, albo dla łatwości 22 przez 3, które znáyduie się w 22 razy 7. Przez 7 rozmnożywszy 287, i liczbę rozmnożoną 2009, odiąwszy od 2238, zoſtanie 229, a z oſtatnim znakiém liczby podzieloney będzie 2296. W tey reszcie 2296, liczba podzielná 287, tylé prawie razy znáydować się powinná, ilé razy się znáyduie, 3 w 22 toieſt 7 razy, 7 przez 287 rozmnożoné, uczyni 2009, które odiąwszy od 2296, zoſtanie 287 tyla liczba, ilá ieſt dzielącá, a zatém 287, nie 7, ale 8 razy, znáyduie się, w 2296. Więc cały wieloráz będzie 678, oznáczaiący wielość funtów, które każdá w ſzczególności waży paka.

Wzór działaniá.

```
Dzielnik |Dzielny| Wieloráz.
  287    |194586|  678
          172 2
         -------
          22 38
          20 09
         -------
          2 296
          2 296
         -------
             0
```

Aby w dzieléniu liczb którychkolwiek, iednych przez drugié bydź mocnym, trzeba do tego, długiégo na rozmaitych liczbach ćwiczénia się, na takich osobliwie, któréby wielé w sobie znaków liczbowych zawiérały.

Na końcu przeszłégo Rozdziáłu zaléciło się, aby przez mnożénié umiały dzieci, wyższé gatunki na niższe obrácać, iako to na przykłád czérwoné złote na złote, *i t. d.* tu znowu nauczyć ich trzeba, iak maią przez dzielenié niższé gatunki, obrácać na wyższé, na przykład złote, na czérwoné złote *i t. d.*

Gdy się iuż dobrze wprawią w liczb dzielénié, mogą potém mnożénié, i odeymowanié przypádaiącé w tém działaniu razem czynić, nie tak, iak do tych czas naprzód liczby wielorazu mnożyli przez liczby dzielącé, a dopiéro potém rozmnożoné od podzielney liczby odéymowali. Tak w przykładzie oſtatnim, zamiáſt coby mieli pisać té liczby 1722, 2009, 2296, wypádaiącé z rozmnożéniá liczby dzielącéy 287, przez osobné znaki wielorazu, 6,7,8, i oné od przypádaiących liczby podzielnéy znaków odeymować, mogą sobie poſtąpić w tén ſposób.

Wzór działaniá.

```
Dzielnik |Dzielny| Wieloráz.
  287    |194586|  678
          2238
         ------
          2296
          000
         ------
```

287, znáyduie się w 1945 razy 6; 6 razy 7, czyni 42, 2 odiąwszy od 5, zoſtanie 3, a 4 do wyższégo się gatunku przenosi; 6 razy 8 czyni 48, a 4, 52; od 4, 2 odiąwszy, zoſtanie 2, a 5 się przenosi; 6 razy 2, czyni 12, a 5, 17, té 17 odiąwszy od 19 zoſtanie 2.

287, w 2238, znáyduie się razy 7; 7 razy 7, czyni 49; 9 od 18 odiąwszy zoſtaie 9, a 4 się przenosi, 7 razy 8 czyni 56, a 4, czyni 60, 60, odiąwszy o od 2, zostanie 2, a 6 się przenosi; 7 razy 2, czyni 14, a 6, 20, té 20 odiąwszy od 22 zostanie 2.

287, w 2296 znáyduie się razy 8, 8 razy 7, czyni 56, 6 od 6 nic nie zostawi, 8 razy 8, czyni 64, a 5, 69, 9 od 9 nic nie zostawi, 8 razy 2, czyni 16, a 6, 22, té 22 od 22 nic nie zostawią.

Nie iest rzecz koniecznie potrzebná, aby dzieci umiały używać tego sposobu mnożénia liczby, i razém odeymowaniá, dosyć na tém, że go znać będą.

Jeżeli Nauczyciele pamiętali na to, aby przykład każdy dzieciom zadany, na wspak im powtórnie zadawali; toiest daiąc im wieloráz zamiast liczby dzielącéy aby ta powtórnie wypádała za wieloráz, stanie to samo za doświádczénié, czyli za piérwszym razém omyłki iakiéy nie było w dzieléniu. Ale niech osobliwiéy przyuczaią dzieci, aby po skończoném dzieléniu wieloráz rozmnáżali przez liczbę dzielącą, skąd liczba rozmnożoná, ieżeli taká wypádnie, iaká była liczba podzielná, pewni bydź mogą, że omyłki w dzieléniu nie popełnili.

PRZYDATEK DO DWÓCH ROZDZIÁŁÓW POPRZEDZAIĄCYCH.

Cwiczénié, w któré razém wchodzi mnożénié, i dzielénié.

Piérwszé zadanié, 24 *robotników miasto okopuiąc, każdy z nich w jednymże czasie wykopał głębią długą na 56 sznurów, szérokości i głębokości iednakowéy, za którą robotę wzięli wszyscy złotych 34, 944; wieléż każdému z nich przypadnie za iedén sznur?*

Piérwszy sposob. Ponieważ każdy z tych robotników wykopał na 56 sznurow długości, a było robotników wszystkich 24; liczba sznurów wykopanych od wszystkich razém znáydzie się, mnożąc 56 przez 24, toiest: będzie 1344. Za té 1344 sznurów, ponieważ wzięli w zapłacie złotych 34 944 podzieliwszy 34 944 przez 1344, wieloráz 26 złotych pokaże zapłatę przypádaiącą za sznur iedén.

Drugi sposob. Ponieważ ci 24 robotników, wzięli zł: 34 944, każdy z nich wziął tylé, ilé wypadnie z podzieléniá 34 944 przez 24, toiest 1456 złotych; a że każdy z nich wykopał 56 sznurów, podzieliwszy 1456 przez 56, znáydę, ilé za iedén sznur iednému z nich przypadło; toiest zł: 26.

Tén drugi sposob, w tém iest od piérwszégo wygodnieyszy, że mnieyszé má liczby dzielącé; tamtén zaś w tém łatwieyszy, że mnożéniá naprzód używá zamiást dzieléniá.

Drugié zadanié. 32 *robotników pewną robotę w 28 dniach skończyli, wyrábiaiąc każdy na iedén dzień po 18 sznurów. Wzięli za całą robotę zapłaty 370 944 groszy; iléż im za iedén sznur wyrobiony przypádało?*

Piérwszy sposob, Każdy robotnik robiąc po 18 sznurów na dzień, przez dni 28, zrobi ich 504, co wypádá z rozmnożéniá 18 przez 28. A zaś 32 robotników zrobi 32 razy tylé, toiest 16 128 sznurów. Ponieważ zaś za té wszy-

wſzyſtkié wzięli groszy 370944; więc za iedén sznur przypadnie tylé, ilé wyydzie z podzieléniá 370944, przez 16128, toieſt 23 groszy.

Drugi ſpoſób. Płácę wszyſtkich razém robotników na dzién, znáydę, dzieląc 370944, przez 28, i ta będzie groszy 13248. Żebym znalázł płacę iednégo robotnika za 18 sznurów, podzielę 13248 przez 32, wieloráz 414 groszy będzie tę płácę oznáczáł. Té 414 przez 18 podzieliwszy, wieloráz 23 grosze, pokazuie, ilé za ſznur iedén, iednému robotnikowi przypádá.

Trzecié zadanié. *Pewná oſoba kupiła 24 łokci materyi, płacąc za łokieć po złotych 64; kupiła i innéy materyi łokci 72, ale nie pamiętá po czému ſię za łokieć iedén zgodziła była; wié tylko, że za obiedwie materye dała złotych 3840. Po czémuż iéy przypadnie łokieć téy drugiéy materyi?*

Ponieważ łokieć piérwſzéy materyi koſztowáł zł: 64, rozmnożywszy 24 przez 64, będzie 1536 złotych, za łokci 24. Odiąwszy 1536 od 3840, reſzta 2304 złotych przypádá za 72 łokci drugiéy materyi, podzieliwszy 2304 przez 72, wieloráz 32 zł: ieſt cena iednégo łokcia téy drugiéy materyi.

Co że tak ieſt w saméy rzeczy, łatwo pokázać możná; bo za 24 łokcie materyi po 64 złoté łokieć, przypádá zł: 1536; za 32 łokcie materyi, po 72 zł: łokieć, przypádá zł: 2304.

Dodáwszy, wypádá ta sama co wyżéy Summa 3840 zł:

Czwárté zadanié. *Pewny kupiec potrzebu-*

iący ſukna, którégo łokieć na 9 złotych przypádł, uſtępuie w zamián kupcowi drugiému 54 łokci iednégo sukna po 8 zł: łokieć, a drugiégo 72 łokci, po 12 złotych łokieć. Wieléż za to wszystko będzie miál łokci ſukna po 9 złotych?

Za łokci 54 sukna na 8 złotych przypádá złotych - - - - - - 432.

Za łokci 72 sukna na 12 złotych przypádá złotych - - - - - 864

Summa złotych 1296

Więc drugi kupiec má piérwszému przyſtawić sukna po 9 złotych, łokci tylé, ilé ich bydź może za 1296 złotych; podzieliwszy té 1296 złotych przez 9, wieloraz 144, pokáże liczbę łokci tego sukna.

Wiele innych podobnych przykładów przydadź ieszcze potrzeba; bo tym sposobém naylepiéy się mogą dzieci w rachunkach wydoſkonalić.

ĆWICZÉNIÁ z PIÉRWSZYCH POCZĄTKÓW MIERNICTWA.

Wiadomość piérwszych początków Miernictwa, iest tak pożyteczná, że ią wcześnie dzieci mieć powinny. Ci, którzy albo ochoty albo sposobności czuć w sobie nie będą do dalszych téy nauki części, dobrze, że iéy początki przynáymniéy znać będą. Ci zaś, którzy calé Jeometryi naukę przebydź zechcą, nie będą w tym ſzkodować, że im się ta sama rzecz, która tak wielkiéy ieſt wagi, powtórnie znowu w jnny sposób przełoży.

PIÉRWSZÉ POCZĄTKI MIERNICTWA CO DO ROZMIARU PROSTOKĄTÓW (RECTANGULUM)

Piérwszá Definicyá. Gdy prostá liniiá spádá na inną, tak, że ani na tę, ani na owę ſtronę nie ieſt względém niéy nachyloná, nazywá się *Prostopadłą* (*perpendicularis*) względém téy drugiéy, i ta wzaiémnie, względém tamtéy.

Przeſtroga. Jeżeli té liniie samémi tylko końcami spádaiąc na siebie, ſtykaią się, trzeba iednę z nich daléy pociągnąć, aby doświádczyć, czyli są prostopadłé.

Drugá Definicyá. Gdy iaká figura cztéréma liniiámi ieſt określoná, i té liniie do siebie są proſtopadłé; taká figura nazywá się *Proſtokąt* (*Rectangulum.*)

W takiéy figurze boki przeciwné są sobie równé.

Używanié liniy prostopadłych, i proſtokątów ieſt bardzo częſté.

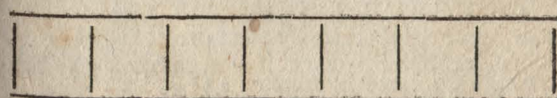
Domy, ogrody, pokoie, drzwi, okna, i wielé innych rzeczy widocznie nám to pokazuie. Trzeba, ażeby Nauczyciele takowé rzeczy piérwéy ieſzcze przed oczy wyſtawiali dziecióm, nim do definicyi przyſtąpią, aby tak zrozumiénié ich ułatwili.

Trzeciá Definicyá. Gdy proſtokąt wſzyſtkié cztéry boki má równé, nazywá się *Kwadratém* (*Quadratum.*)

Jeżeli Kwadratu bok każdy má długości na iednę ſtopę, mieyscé cztéréma liniiami takiémi zamkniêté, nazywá się *Stopą Kwadratową*. Té zaś cztéry liniie czynią *Obwód* (*Peripheria*) Kwadratu. Różnicę więc uczynić trzeba między obwodém, i Polém (*Aera*) Tak na przykład, ieżeli Kwadrat má łokieć, albo sążéń długości, polé iego będzie miało łokieć, albo sążéń kwadratowy, obwód zaś będzie miáł cztéry łokcie, albo sążnie zwyczayné.

Niech będą dwa równé kwadraty maiącé w ſzérz i wzdłuż po ſtopie, i tych boki dwa niech się z sobą zupełnie ſtykaią, tak spoioné uczynią proſtokąt, którego długość będzie 2 ſtopy, ſzérokość iedna ſtopa, polé zaś 2 ſtopy kwadratowé. Przyłączywszy ieſzcze trzeci kwadrat na iednę ſtopę długi i széroki, zrobi się proſtokąt z trzech Kwadratów złożony, maiący długości 3 ſtopy, ſzérokości 1 ſtopę, pola 3 ſtopy kwadratowé. A w powszechności mówiąc, iakákolwiek będzie liczba stóp kwadratowych, z sobą się ſtykaiących na przykłád 7, liczba stop długości takowégo prostokąta będzie téż 7, szérokości ſtopa, pola, stóp także 7, ale kwadratowych. Obácz to na Figurze.

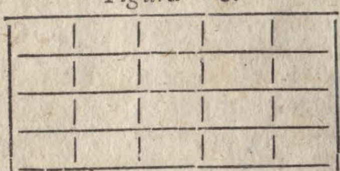
Figura 1.



Na wspak zaś, ieżeli proſtokąt będzie miáł na przykłád długości stop 7, szerokości ſtopę pę 1, można go uważać iak gdyby złożony był z 7 ſtóp kwadratowych z sobą ſtykaiących się. Stąd kiedy proſtokąt mieć będzie ſtopę 1 ſzérokości, a iakąkolwiek liczbę ſtóp długości, liczba ſtóp kwadratowych w tym proſtokącie zamykaiących się, będzie tylá ilé była liczba ſtóp długości.

Niech znowu będą dwa równé proſtokąty, maiącé długości na ſtóp na przykład 5, ſzérokości ſtopę 1, niech się tak iak figura pokazuie =

Figura 2.



stykaią z sobą, aby szérokość tylko, nie długość pomnożyły. W tén ſposób spoioné uczynią proſtokąt długi na 5. ſtóp, széroki na 2 ſtopy, polé zaś tego proſtokątu mieć będzie 10 ſtóp kwadratowych.

Gdy trzy podobné proſtokąty iedén na drugim położymy, zrobi się proſtokąt maiący ſtóp 5 długości, 3 ſtopy ſzérokości, a 15 ſtóp kwadratowych pola. Maiąc zaś proſtokąt długi na ſtóp 5, ſzéroki na 3 ſtopy, można go uważać, iak gdyby złożony był z trzech rzędów, z których każdy zamykałby w sobie po 5 ſtóp kwadratowych, toieſt gdyby cały tén proſtokąt ſkładało 15 ſtóp kwadratowych.

Té

Té przykłady, i inné tym podobné, trzeba ieszcze obiaśnić na kwadracikach z papiéru grubszégo, lub z drewna wyrobionych, albo innym iakim sposobém, układaiąc té kwadraciki na różné proſtokąty. Po tém wszyſtkiém łatwo, ledwie nie samé dzieci wniosą sobie, że dlá znaleziéniá pola iakiégo proſtokątu, którégo boków miara w iednymże gatunku na przykład w łokciach, albo ſtopach ieſt wiadomá, *trzeba liczby oznaczaiącé długość boków dwóch blizkich siebie, rozmnożyć iednę przez drugą.*

Náywięcéy zabawić się należy nad proſtokątém, który oráz ieſt i kwadratém, toieſt maiącym wszyſtkié cztéry boki równé, i tém się różniącym od innych proſtokątów, że tamtych boki tylko dwa, któré są naprzeciwko siebie, są równé. Ponieważ tedy w kwadracie, wszyſtkié boki są równé, aby polé iego znaléźć, dosyć iest liczbę znaczącą długość boku iednégo rozmnożyć przez siebie. Rozmnáżaiąc tak, większé i mnieyſzé kwadraty, trzeba w przykładach używać miar w kraiu zwyczaynych. Trzeba także pokazać różnice miár liniiowych, i miár kwadratowych, do czego ſłużyć mogą Táblice naſtępuiącé.

Miary liniiowé.

Sznur mierniczy má w sobie prętów - - -	10.
Pręt má łokci - - - - -	7 i pół
Łokieć má ſtóp albo pół łokciów	2
Stopa má ćwierci - - -	2
Cwierć má calów - - -	6

Cál

Cál má liniy - - - - 12

Miary Kwadratowé.

Sznur kwadratowy, má prętów kwadratowych - - - 100.
Pręt kwadratowy má łokci kwadratowych - - - 56 i ćwie:
Łokieć kwadratowy, má stóp kwadratowych - - - 4
Stopa kwadratowá má ćwierci kwadratowych - - - - 4
Cwierć kwadratowá má calów kwadratowych - - - 36
Cál kwadratowy má liniy kwadratowych - - - 144

Stąd łatwo zrachowáć możná, wielé na przykład sznur mierniczy zamyká w sobie łokci, albo stóp, lub iakiégokolwiek niższégo gatunku miár. Na przykład, chcąc wiedzieć, wielé má stóp w sobie; ponieważ 10 prętów czyni sznur iedén, á pręt 1, czyni łokci 7, i pół; toiest stóp 15, rozmnożywszy 10. przez 15, znáydę, że sznur má stóp 150. Podobnym sposobém, i wyższé gatunki miár kwadratowych, obróćić mogę na niższé. Z tych przykładów pokazuie się, że pola kwadratów bardziéy się powiększaią, niżeli boki; bo gdy boki kwadratów = są: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, i t.d. ich kw: będą 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

Piérwszé zadanié. *Izba maiącá 15 stóp długości, 12 stóp szérokości, iakiéż mieć będzie polé z téy długości, i szérokości wynikaiącé?*

15 Mnożny.
12 Mnożnik.

30
15

180 Stopy kwad: toiest, polé téy izby.

Drugié zadanié. *Prostokąt maiący długości stóp 24, szérokości stóp 16, iléż mieć będzie pola?*

24 Mnożny,
16 Mnożnik.

144
24

384 Stopy kwadratowé polé tego prostokątu okazuiącé.

Trzecié zadanié. *Maiąc długość prostokątu 24 stóp, i polé iego 384 stóp kwadratowych, iakże znaléźć iego szérokość?*

Dzielnik	Dzielny	Wieloráz.
24	384	16 *Stopy szérokości (tego prostokątu.*

144
144

0.

Uwága. Sposób tén który się podáł, i którym dzieci prowadzoné będą do zrozumiénia, i wykonaniá rozmiarów pól w prostokątach, iuż sám przez się ułatwi trudność, którąby zadać możná przeciwko tému, co się w Rozdziale czwártym powiedziało; toiest, że liczba rozmożoná, tén sám gatunek wyrażać powinná, któ-

który liczba mnożná wyráźá; a zaś w Mierniċtwie, tak liczba mnożna iako i mnożącá, znaczy proſte na przykład łokcie, ſtopy, a liczba rozmnożoná znaczy łokcie, ſtopy, *i t. d.* kwadratowe.

Ale według tego, co się wyżéy powiedziało, liczba mnożná, iuż w Mierniċtwie wyráża pole, toieſt wyráżá miarę kwadratową, na przykład łokcie, lub ſtopy kwadratowe, które w piérwſzym rzędzie kwadratów prostokąt ſkładaiących zawiéraią się; te dopiéro rozmnożone bywaią przez liczbę wyráżaiącą miarę szérokości, lub wysokości tego proſtokątu; toieſt, tyle razy się do siebie dodaią, ile iedności téyże miary bok ſzérokość, lub wysokość oznaczaiący w sobie zamyká. A zatém liczba rozmnożona tego ieſt, co i mnożná gatunku. Jeżeli się zwyczaynie mówi, że dlá znaleziéniá pola iakiégo proſtokątu, trzeba długość iego rozmnożyć przez ſzérokość, czyli, że trzeba liczby te, długość i ſzérokość oznaczaiące iednę przez drugą rozmnożyć; te ſkrócone wyrazy, nie powinny trudności czynić, po tém, które się dało obiaśniéniu.

POCZĄTKI JEOMETRYI, CO DO FIGUR PEŁNYCH, ALBO BRYŁ (*Solida.*)

Piérwszá Definicyá. Gdy bryła iaká podobná iest do koſtki od graniá, toieſt: maiacá ſześć ścián rownych kwadratowych, które ią zawiéraią, taká bryła nazywá się po łacinie *Cubus*, a po

a po Polsku nazwać ią można *ſześcián*, od ścián ſześciu (o)

Gdy ſześcianu takiégo bok mieć będzie długości cál iedén, albo ſtopę iednę *i t. d.* a zatém ściana iego będzie miała cál kwadratowy 1, albo ſtopę kwadratową 1, *i t. d.* taki sześcián, będzie calém ſześciénnym, czyli kubicznym, albo ſtopą ſześciénną, *i t. d.*

Sciana káżdá ſześcianu, zamyká w sobie ſtopę iednę kwadratową, ieżeli sześcián zamyká ſtopę ſześciénną, i takowych ſtóp kwadratowych ſześć będzie kończyło ſześcián. Toż mówić i o innych ſześcianach, większéy lub mnieyſzéy miary.

Drugá Definicyá. Bryła podobná z wiérzchołku do pokoiu podługowatégo, albo ſkrzynki, xiążki podłużnéy, toieſt: máiącá sześć ścián proſtokątnych, z których naprzeciw tylko będące są równe, nazywá się ſześcián proſtokątny, (*Parallelopipedum rectangulum.*) Sciana tá, na któréy ſtoi ſześcián, nazywá się *podſtawa (basis.)* Wysokość zaś iego ieſt tén bok, albo liniiá, która od rogu któregokolwiek podſtawy do góry idzie.

Wszędzie przez ſześcián rozumieć będziémy tę figurę, któréy wszyſtkie ściany są równe, a przez ſześcián proſtokątny tę, którá tylko ściany przeciwne má równe, i ieſt podługowatá.

Niech będzie ſześcián proſtokątny, którégo

(o) Trzeba, aby Nauczyciele przysposobili się, w wielé takowych ſześcianów równych sobie z drzewa na przykład wyrobionych, dlá ułatwiéniá dzieciom nauki w tych początkach zawartéy.

go podſtawa ieſt kwadrat maiący 2 ſtopy w boku kazdym, a zatém ſkłádaiący się z 4 ſtóp kwadratowych. Na takowéy podſtawie ſtóp 4 kwadratowych, zmieściłyby się cztéry sześciany równé, máiącé káżdy po ſtopie iednéy sześciénnéy. Té cztéry sześciany równé na téy podſtawie umieſzczoné, i razém wzięté, uczyniłyby ſześcián proſtokątny, którégo wysokość byłaby na ſtopę iednę, a pełność równałaby się 4 ſtopóm ſześciénnym. Niechby znowu bok iedén podſtawy ſześcianu proſtokątnégo miał ſtóp 2, a drugi mu przyległy ſtóp 3, podſtawa ta miałaby pola 6 ſtóp kwadratowych. A zatém możnáby na niéy mieścić podle siebie 6 ſtóp ſześciénnych, któréby uczyniły ſześcián proſtokątny wysoki na ſtopę iednę, a pełności maiący 6 ſtóp ſześciénnych; tak, iak podſtawa iego miała ſześć ſtóp kwadratowych. A w powſzechności mówiąc, káżdy ſześcián proſtokątny, máiący wysokości ſtopę iednę, tylé ſtóp mieć będzie ſześciénnych, ile podſtawa iego zamyká w sobie ſtóp kwadratowych. Toż rozumieć i o innych miarach.

Gdyby nad iednym ſześcianém proſtokątnym poſtawić inny maiący taką samę iak piérwszy podſtawę i wysokość, złączoné tak z sobą té ſześciany uczyniłyby nowy ſześcián, nie odmiénnéy podſtawy, ale dwa razy wyższy, i tylé drugié maiący pełności, co każdy miał z osobna. Zachowuiąc zawsze podſtawę iednę w sześcianie proſtokątnym, a przydaiąc mu tylé troie, czworo, *i t. d.* wysokości, zrobi się ſześcián, trzy, cztéry, *i t. d.* razy tak pełny, iak piérwszy. *Więc, aby znaléźć w ſtopach na przykład ſześciénnych pełność iakiégo ſześcianu proſtokątnégo, którégo boki podſtawy i wysokości są wiadomé w stopach proſtych, trzeba boki przyległé podſtawy przez siebie rozmnożyć, aby mieć polé podſtawy. A dopiéro liczbę tak rozmnożoną oznaczaiącą polé podſtawy, rozmnożyć ieſzcze przez inną liczbę wysokość ſześcianu wyrażáiącą.* Z tego dwoiakiégo rozmożéniá wypadnie liczba, która oznaczy w ſtopach ſześciénnych, lub w jnnych podobnych miarach, pełność ſześcianu.

Uwága. Po tém wyłożéniu, dosyć iaśnie się pokazuie, że liczba mnożná, i rozmnożoná ténże sám, iak powinny znaczą tu gatunek; toieſt ſtopy sześciénné, lub inną kubiczną iaką miarę. Liczba albowiém mnożná oznaczá tylé na przykład ſtóp ſześciénnych, ilé podſtawa ſześcianu miała ſtóp kwadratowych; liczba zaś rozmnożoná, tylé razy té ſtopy ſześciénné liczby mnożnéy dodaie, ilé iedności ſtóp proſtych, albo liniiowych wysokość ſześcianu w sobie zawiérá.

Gdy ſześcián ieſt równy, toieſt wſzyſtkié ſześć ścián równé maiący, na ten czas dosyć ieſt liczby którégokolwiek boku dwa razy przez siebie rozmnożyć, aby mieć pełność tego ſześcianu liczbami wyrażoną; ponieważ w takowym ſześcianie długość, ſzérokość i wysokość są iednakowé.

Prze-

Przeto, gdy bok ſześcianu będzie w miarach liniiowych:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, *i t. d.*

Wyrazy - - - - - - - - - - - -
pełności - - - - - - - - - - - - -
ſześcianu - - - - - - - - - - - -
w miarach - - - - - - - - - - -
Kubicz- - - - - - - - - - - - - -
nych bę- - - - - - - - - - - - - -
dą: 1,8,27,64,125,216,343,512,729,1000*i t.d.*

Ponieważ náywięcéy używać się zwykło miar kraiowych, do wyrażéniá długości, szérokości i wysokości boków sześcianu, i iego bryłowatości; przeto táblica tu przyłączá się ukazuiącá wáżność łokcia ſześciénnégo w ſtopach ſześciénnych, ſtopy w ćwierciach *i t. d.*

Łokieć ſześciénny wáży ſtóp sześcién: - -	8
Stopa ſześciénná ćwierci ſześciénnych -	8
Cwierć ſześciénná calów ſześciénnych -	216
Cál ſześciénny liniy ſześciénnych - -	1 728

Stąd łatwo możná łokieć na przykład ſześciénny obrócić na którąkolwiek niższą miarę kubiczną, tym, iak się wyżéy powiedziało, o prostych miarach sposobém.

Piérwszé zadanié: *Mám ſześcián proſtokątny, którégo podſtawa ieſt kwadrat. Bok téy podſtawy zawiérá w sobie ſtóp 18, wysokość zaś ſześcianu ieſt 14 ſtóp. Chcę znaléźć tego ſześcianu pola ścián wſzyſtkich, i onégo pełność.*

Wzór

Wzór Działaniá.

18	*Mnożny*	18	*Mnożny.*
18	*Mnożnik*	14	*Mnożnik.*
144		72	
18		18	
324	*Polé podſtawy.*	252	*Polé ściany pobocz:*
2		4	
		1000	*Pole 4 ścian poboc:*

648 *Polé podſtawy, i ściany przeciwnéy*
1008 *Polé 4 ścián pobocznych*

1656 *Polé ścián wſzyſtkich.*
324 *Liczba mnożná, polé podſt: znacz:*
14 *Liczba mnożącá, wysokość sześcianu*

1 296
3 24

4 536 *Stopy ſześciénné pełność ſześć: wyráżaiącé.*

Drugié zadanié. *Dané są trzy wymi ry ſześcianu proſtokątnégo, długość 15 ſtóp, ſzérokość 9 ſtóp, wysokość 12 ſtóp. Z tych znaléźć trzeba polé całégo ſześcianu, i iego pełność.*

Pola trzech ścián wyrážaią się przez liczby rozmnożoné z 9 przez 15, z 9 przez 12, i z 15 przez 12, toieſt wyrážaią się przez liczby 135, 108, i 180, ſumma więc pola tych trzech ścián będzie 423, a dwa razy tylé, toiest 846 będzie oznaczało pole ścián ſześciu w ſtopach kwadratowych. Pełność zaś ſześcianu proſtokątnégo znáydzie się przez ciągłé tych trzech liczb rozmnożénié, 9, 12, 15, toieſt 9 przez 12, uczyni 108, a 108 przez 15, uczyni 1620, i té 1620

ozna-

oznaczą tyléż ſtóp kubicznych ſześcianu proſtokątnégo.

Wzór działaniá.

```
   9
  12
-----
 108
  15
-----
 540
 108
-----
1620
```

Trzecié zadanié. *Długość ſześcianu proſtokątnégo ieſt ſtóp 24, ſzérokość ſtóp 16, pełność ſtop ſześciénnych 4992, iléż będzie iego wyſokości?*

Podſtawa tego ſześcianu ieſt ſtóp kwadratowych 384, któré wypádaią z rozmnożéniá 24 przez 16.

Wysokość ſześcianu znáydę podzieliwszy liczbę 4992 ſtóp ſześciénnych pełność wyrážaiącą, przez 384 ſtóp kwadratowych podſtawy.

Wzór działaniá.

Dziel:	Dzielny	Wieloráz.
284	4992	13 *wysokość ſześć: proſto:*
	384	
	1152	
	1152	
	0.	

Więcéy ieszcze takowych przykładów podadź trzeba, dlá większéy wprawy dzieci.

CZĘŚĆ

CZĘŚĆ DRUGÁ
ZAMYKAIĄCÁ w SOBIE CZTÉRY ARYTMETYCZNÉ DZIÁŁANIÁ, NĄ LICZBACH WIELORAKICH, TOIEST RÓŻNÉ GATUNKI RZECZY OZNÁCZAIĄCYCH.

Żyiąc w społeczności z ludźmi, częſté się tráfiá używanié wág, miár, i piéniędzy; wcześnie więc wprawiać uczniów potrzeba, aby się z niémi obeyśdź umieli w rachowaniu.

Rzeczy do ważéniá mogą bydź cięższé, albo leksze; mierzyć przypádá czasém mniéy, a czasém więcéy; iedné rzeczy trzeba płacić drożéy, inné taniéy. Z tego powodu rozmaité wagi, miary, i piéniądze poſtanowiono. Drobné na przykład piéniądze, wygodné są do wypłacéniá ſumm małych, nie zaś do wielkich. Wági doſtateczné na pomiarkowanié ciężarów w proſtych towarach, nie są dosyć na zważénié rzeczy droższych, gdzie uchybiénié małé, ſzkodęby znaczną kupuiącému, albo przedaiącému przyniosło. Trzeba więc było wielorakié mieć piéniądze, wági, i miary; trzeba było podzielić náywyższé gatunki na niższé, których więcéy albo mniéy iedén wyższy gatutunek fkładałoby, aby tym fpofobém wygodzie i potrzebie ludzkiéy dogodzić. Liczbę rożné gatunki wág, miár, albo pieniędzy wyrážaiącą, na przykład złote, grosze, szelągi, nazwać można *liczbą wieloraką (numerus complexus.)*

Waga śrzedniá, któréy używámy, ieft *funt*; dzieli się na *pół funcia*; pół funta, inaczéy nazywámy *grzywną*. Dwa pół funcia czynią iedén funt, iak samo flowo oznaczá.

Cwierć funta ieft czwártá część funta, a zatém cztéry takié części funt fkłádaią.

Pół ćwierci funta ieft ósmą funta częścią.

Łót ieft częścią funta trzydzieftą druga.

Łot dzieli się na pół łócia, i ćwierci

Wági większé od funta sa:

Kamień, który waży funtów 32.

Céntnár wáży kamiéni 5, albo 160 funtów.

Szyffunt wáży kamiéni 13, albo 416 funtów.

Miara śrzedniá równie służącá do mierzénia rzeczy ciekłych, iako i sypnych ieft *garniec*; tén dzieli się na 2 *pół garce*, 4 *kwarty*, i 16 *kwaterek*.

Beczka zawiérá w sobie garcy Warfzawfkich 72.

Pół beczek garcy 36.

Cwierci beczek albo *antał*, garcy 18.

Korzec ieft miara do mierzéniá zboża; má w sobie garcy 32, dzieli się na *ćwierci*, z których każdá zawiérá garcy 8.

Łaszt zawiérá 27 korcy Warszawfkich.

Miara

Miara śrzedniá długości ieft *łokieć*, dzieli się na dwie części nazwané *półłokcie*, albo ftopy.

Stopa dzieli się na dwanaście części równych; każdá taká część nazywá się *calem*.

Cál má w sobie liniy 12.

Pręt albo *lafka*, któréy w rozmiarach długości pola używámy, zamyká łokci 7 i pół.

Sznur má prętów 10, toieft łokci 75.

W Litwie dzielą sznur na 10 prętów, i każdy z tych na 10 pręcików.

Morg ieft miara do samégo pola rozmiaru flużącá; w początkach morgiém nazywało się to polé, które para wołów przez dzień iedén zaorać mogłá. Ale nierówné sił wydołanié w bydlętach, różność ziemi, fposób sam nie iednakowy w oraniu, pokazał nieiednoftayność téy miary, że potem ludzie, pewny, i nieodmienny wymiár na oznaczenié morgu wydzielili.

Morg tedy náyzwyczaynieyszy ieft teráz, proftokąt maiący 3 fznury długości, a fzérokości sznur ieden. Trzydzieści takich morgów czynią *włokę* iednę, a włoki trzy czynią *łán* 1.

ROZDZIÁŁ I.

O Dodáwaniu Liczb wielkich.

Piérwfzé zadanié. *Pewnéy osobie maiącéy 14 złotych, i 2 grosze, przybyło ieszcze, złotych 3, i grosz 1, ileż ze wszyftkiém mieć będzie?*

Oso-

Osoba ta mieć będzie ſummę złotych 14 i 3, toieſt 17 złotych; i oprócz tego ſummę groszy 2 i 1, toieſt groszy 3, a zatém wſzyſtkiégo złotych 17, groszy 3.

Wzór działaniá.

14 *zł:*	*gr.*	2
3	- -	1
17 *zł:*	*gr:*	3

Sposób poſtępowaniá. Piéniądze tego samégo gatunku piszą się pod sobą, złote pod złotémi, grosze pod groszami *i t. d.* Poczyná się dodáwać od náyniższégo gatunku, iak tu od groſzy; potém daléy się poſtępuie do dodáwaniá gatunków co ráz wyższych, iak tu do złotych tylko, bo więcéy gatunków nié mas.

Drugié zadanié. *Pewná oſoba maiącá czérwonych złotych 42, i złotych 5, doſtała z jednégo mieyſca czérw: zł: 16 i zł: 6, z drugiégo czérw: zł: 12. zł: 3, iakáż iéy ſumma wypadnie z dodániá tych wszyſtkich piéniędzy?*

Wzór działaniá.

42 *czér:*	*zł:*	5
16	- - -	6
12	- - -	3
70 *czér:*	*zł:*	14 Summa.

Trzecié zadanié. *Długość pokoiu ieſt na 18 ſtóp, i 4 cale, ſzérokość iego na 12 ſtóp, i 5 cali, iléż razém będzie miál długości i ſzérokości?*

Wzór

Wzór działaniá.

18 *ſtóp*	*cál.*	4
12	- - -	5
30 *ſtóp*	*cál:*	9 Summa.

W przykładach poprzedzaiących dobiérałém liczb takich, aby summa oznáczaiącá liczbę gatunku niższégo mnieyszá była, od iedności gatunku wyższégo. Przykłady naſtępuiące będą zawiérać liczby, których ſumma w niższym gatunku, iednę lub więcéy iedności czynić będzie, do wyższégo gatunku należących.

Czwárté zadanié. *Pewná osoba kupiła łokieć materyi iednéy za zł: 12 i 3 ſrébrne groſze, a drugiéy łokieć także za zł: 13 i grosz ſrébrny 1, iléż za té 2 łokcie zapłaciła?*

Wzór działaniá.

12 *zł:*	*gr:*	3
13	- -	1
26 *zł:*		0 Summa.

Sposób poſtępowaniá. Summa groszy srébrnych ieſt 4, które czynią złoty 1, tén złoty przydáwszy do 25 złotych wypadnie ze wszyſtkiém ſumma zł: 26.

Piąté zadanié. *Pewná osoba posiadá trzy kawałki pola.*

W piérwſzym kawałku ieſt

	Morgów	5	ſznur:	2	pr:	50	kwadr:
W	drugim	6	- - -	1		75	
W	trzecim	15	- - -	2		60.	

Iléż to wſzyſtko uczyni?

Wzór

Wzór działaniá.

5 *morg:*	2 *sznur:*	50	
6 - -	1 - - -	75 *prętów.*	
15 - -	2 - - -	60	
28	0	85	Summa.

Sposób postępowaniá. Summa 50, 75, i 60 prętów kwadratowych czyni 185, toiest ieden sznur kwadratowy i 85 prętów kwadratowych. Tén ieden sznur kwadratowy dodáwszy do 5 sznurów kwadratowych, summa ze wszystkiém wypadnie 6 sznurów kwadratowych, co czyni 2 morgi. Té 2 morgi dodane do 26, uczynią razém morgów 28. Więc cała summa, któréy szukałém, będzie 28 morgów, i 85 prętów kwadratowych.

Należy wprawiać dzieci na wielu takowych przykładach, osobliwie takich, gdzieby więcéy niż dotąd szeregów liczb wielorakich wchodziło.

Szóste zadanié. *Pewná osoba wydała następuiącé summy:*

czérw: zł:	*zł:*	*gr: sr:*	
124	12	3	
232	15	2	
1234	16	1	
484	9	3	
564	17	2	
780	10	3	
3422	10	2	Summa.

Jlé̇ż było całégo téy osoby wydatku rachuiąc czérwony złoty po zł: 18?

Summa groszy srebrnych wszystkich iest 14, toiest

toiest dzieląc przez 4, czyni to zł: 3 i 2 grosze srébrné; piszę 2 grosze pod groszami, a 3 złote przenoszę do złotych. Té 3 złote przydáwszy do summy 79 zł: będzie ze wszystkiém zł: 82; toiest przez 18 podzieliwszy, uczyni to czérwonych złotych 4, i złotych 10, piszę 10 złotych pod złotémi, a cztéry czérwoné złote dodáwszy do summy czér: zł: 3418, będę miáł ze wszystkiém czérw: zło: 3422, i cała summa wydatku będzie czérw: zł: 3422, zł: 10, gr: sr: 2.

Żeby nie zapomnieć liczby złotych, któré urosły z srébrnych groszy dodanych, albo liczby czérwonych złotych, na któréśmy złote dodané obrócili, bezpiecznieý iest, zaráz té złote, lub czérwoné złote, dodáwać do liczby piérwszéy gatunku następuiącégo. I tak znalázłszy, że summa groszy czyniła zł: 3 groszy, 2. dodaię zaráz té 3 złote do 2, co czyni 5 złotych, 5 do 5, 10 *i t. d.* i znowu ponieważ summa złotych dodanych czyniła czérw: zł: 4 zł: 10, dodaię té 4 czérwoné złote do 4, co czyni 8 czerwonych złotych, 8 do 2, 10 *i t. d.*

Zamiást dzieléniá summ groszy wszystkich, albo złotych zebranych z dodaniá, przez liczbę groszy, albo złotych, ilé ich potrzeba na iedén złoty, albo czérwony złoty, możná było zaráz, iak tylko zebrała się taka liczba, która złoty 1, albo czérwony złoty czyni, naznaczyć sobie tę iedność gatunku wyższégo, i daléy dodáwać podobnym sposobém, co nad tę iedność zbywá. Na przykłád 3 i 2 grosze, czynią 5 gr: toiest 1 zł: i 1 grosz. Naznáczám tén złoty na boku liczby drugiéy dodanéy. Grosz pozostały 1, a 1 co następuie, czyni 2, a 3 czyni 5 groszy;

5 groszy; toieſt znowu 1 złoty, i 1 grosz. Kładę znak na boku czwártéy liczby dodanéy, a grosz 1 do naſtępuiących dodaię. Grosz tén 1, a 2 czyni 3, a 3 czyni 6, toieſt zł: 1, groszy 2. Znaczę trzeci ráz złoty, na boku liczby groszy oſtatniéy, a 2 tylko grosze, piszę pod groszami.

Liczba znaków poczynionych oznaczá mi liczbę złotych, którą z groszy dodanych zebrałém, iak tu 3 złote; 3 a 12 czyni zł: 15, a 15, 30, toieſt ieden czérw: zł: i zł: 12; 12, a 16, czyni zł: 28, toieſt 1 czérw: zł: i zł: 10; 10 a 9, czyni 19, toieſt czér: zł: 1, i złoty 1; 1, a 17 czyni 18, toieſt 1 czérw: złoty; zoſtaie samych złotych 10, które pod złotémi piszę.

Daię potém té 4 czérw: zł: zebrané z złotych, do innych czérw: złotych, które się dodáwać máią.

Nie zaſzkodzi ieszcze przypomnieć Nauczycielóm, aby przez wielé przykładów w prawiali uczniów w łatwość takowégo działaniá.

ROZDZIÁŁ II.

O Odéymowaniu Liczb Wielorakich.

Piérwszé zadanié. *Pewná oſoba kupiła towaróẃ za 20 czérwonych złotych, i złotych 12, zapłaciła tylko czérw: złot: 16, zł: 12; wieléż ieſzcze má dopłacić?*

Wzór

Wzór działaniá.

20 czérw: zł:		12 zł:	
16 - -	-	12	
4 - -	-	0	Reszta do zapłacéniá.

Porządek w liczb pisaniu, tén sám ieſt, którégo i w dodáwaniu używaliśmy. Sposób poſtępowaniá podobny; odéymuią się złote, od złotych; 12, od 12, i nic nie zoſtaie, czérwoné złote, od czérwonych złotych 16, od 20, i zoſtaią 4 czérw: złote.

Drugié zadanié *Pewná osoba z 32 czérw: złotych i zł: 15, wydałá czérw: zł: 24 zł: 12; iléż iéy się zoſtało?*

Wzór działaniá.

32 czérw: zł:		15 zł:	
24 -	-	12	
8 -	-	3	Reſzta.

Więcéy takowych przykładów potrzeba dzieciom podać, w którychby liczba każdégo osobnégo gatunku rzeczy, maiącá się odéymować, mnieyszá byłá od liczby tegoż gatunku, od któréy mámy ią odéymować. Gdyby zaś tá drugá mnieyszá była od tamtéy, na tén czas pożyczyć trzeba iednéy iedności od liczby, gatunek wyższy znaczącéy, i obrócić ią na liczbę gatunku niższégo, i tak obróconą dodać do liczby piérwszéy tegoż niżſzégo gatunku, a dopiéro od powiększonéy tym ſposobém, odiąć liczbę niżéy podpisaną tegoż gatunku.

Trze-

Trzecié zadanié. *Pewná oſoba maiącá czérw: zło: 1, i zło: 4, pożyczyła drugiéy oſobie zł: 12 wieléż ſobie zoſtawiła, rachuiąc czérw: zł: po zł: 18?*

Wzór działaniá.

1 *czérw: zł:*	4 *zł:*
	12
	10 *Reszta.*

Od 4 złotych odiąć nié można 12 złotych, ale obróciwszy czérw: złot: na złotych 18, i dodáwszy ié do 4, co czyni zło: 22; od 22 złotych odiąć mogę 12, i zoſtanie 10 złotych.

Czwárté zadanié. *Pewná oſoba maiąca pola 12 morgów, 2 ſznury, i 40 prętów kwadr: przedała 7 morgów, 2 ſznury, i 70 prętów, iléż iéy się zoſtanie?*

Wzór działaniá.

12 *morg:*	2 *ſzn:*	40 *prętów.*
7	2	70
4	2	70 *Reſzta.*

Sposób poſtępowaniá. Od 40 prętów nié mogę odiąć 70; pożyczám więc od 2 sznurów kwadratowych, 1 ſznura kwadratowégo, który czyni 100 prętów kwadratowych, będę tedy miał ze wszyſtkiém 140 prętów, od których odiąwszy 70, zoſtanie 70.

Nie zoſtało mi w liczbie wyższéy tylko sznur ieden, bom drugiégo pożyczył; a zatém od tego 1 ſznura odiąć dwóch nié można. Trzeba znowu od morgów 12 pożyczyć 1, który czy-

czyni 3 ſznury kwadratowé, a z 1, będzie 4, od 4 sznurów odiąwszy 2, zoſtanie 2.

Naoſtatek od 11 morgów, 7 odéymuię, i zoſtanie 4. Całéy przeto reſzty będzie 4 morgi, 2 ſznury, i 70 prętów kwadratowych.

Piąté zadanié. *Z naczyniá pełnégo, któré zawiérało beczek 5, garcy 32, kwart 3, kwaterek 2, wytoczono napoiu beczek 3, garcy 40, kwart 3, kwaterek 3; wieléż ieſzcze zoſtanie?*

becz:	*garce*	*kwarty*	*kwaterki*
5	32	3	2
3	40	3	3
1	63	3	3

Od 2 kwaterek odiąć nié możná 3, pożyczám tedy od 3 kwart 1, toieſt: 4 kwaterek, 4 kwaterki a 2 czynią 6, od 6 odiąwszy 3, zoſtanie 3; od 2 kwart nié mogę odiąć 3, znowu więc od garcy pożyczám 1, toieſt 4 kwart, i od kwart 6 odéymuię 3, zoſtanie mi 3; od garcy 31 odiąć także 40 nié mogę, ale pożyczywszy od beczek, beczki 1, toieſt 7, garcy, które wráz z 31, uczynią 103 garcy, od 103, odéymuię 40, i zoſtanie 63, nakoniec od 4 beczek 3 odéymuię, zoſtanie 1 beczka.

Szóſté zadanié. *Pewná osoba wyſtáwszy na przedaż:*

	12 *łasz:*	15 *kor:*	2 *ćwier:*
Przed: tylko	4	24	3
więc się zoſtanie iéy:	7	17	3

ROZ-

ROZDZIÁŁ III.

O Mnożéniu Liczb Wielorakich.

Piérwszé zadanié. *Pewná oſoba kupiła 9 łokci materyi, łokieć po złotych 12; má zaś tylko ſamo złoto przy sobie; iléż więc czérw: zł: przypadnie iéy zapłacić, rachuiąc czérwony złoty po złotych 18?*

Ta osoba má zapłacić 9 razy po 12 złotych, toieſt złotych 108, które przez 18 podzielone, czynią czérwonych złotych 6. Trzeba tedy naprzód 12 złotych przez 9 rozmnożyć, a potém liczbę stąd rozmnożoną przez 18 podzielić.

Drugié zadanié. *Pewná oſoba kupiła wſtążek łokci 15, płacąc łokieć po zł: 1, gr: miedzianych 6; iléż złotych dała za wſzyſtko?*

6 groszy przez 15 rozmnożone czynią groszy 90, toieſt zł: 3, które przydáwszy do zł: 15, będzie summa zł: 18; więc 18 złotych za łokci 15 téy wſtążki przypádá, toieſt czérwony zł: 1. rachuiąc go po zł: 18.

Trzecié zadanié. *Ponieważ według oſtatniégo prawa czérwony złoty iedén wáży tylko zł: 16 gr: ſr: 3; wieléż będzie według téy taxy czyniło czérwonych złotych 72?*

Naprzód 72 czérwonych złotych, czyni groszy srébrnych 3 wziętych 72 razy, toieſt przez 72 rozmnożonych, co uczyni groszy 216, które przez 4 podzielone, uczynią złotych 54.

Powtó-

Powtóre, 72 czérwonych złotych czyni ieſzcze 16 złotych wziętych 72 razy, toieſt złotych 1152.

Więc cała wártość czérw: zł: 72 w złotych, będzie ſumma 1152 zł. i 54, toieſt 1206 złotych.

Ponieważ częſto przypádá obrácać czérwoné złote na złote, i grosze ſrébrné, według wártości ich prawém przepisanéy ſzukano ſposobu, którymby to działanié ſkrócić, albo raczéy łatwieyſzym uczynić; i tén znaleziono.

Wártość iednégo czérwonégo złotégo dzieli się na części, które ſkładaią 16 złotych i 3 ſrébrné grosze, toieſt 10 złotych, 5 złotych, 1 zł: 2 gr: sr: i 1 grosz ſrébrny. Niech tedy będzie iakakolwiek liczba czérwonych złotych, łatwo doyśdź można iéy wártości, w złotych, i srébrnych groſzach, rozmnożywszy naprzód tę liczbę czérwonych złotych, przez 10, potém tak rozmnożonéy wziąwſzy połowę (co ieſt iedno, iak gdyby piérwsza liczba czérwonych złotych była powtórnie przez 5 rozmnożona) daléy napisáwszy tę samę liczbę czérwonych złotych, (toieſt rozmnożywszy ią przez 1) i znowu wziąwszy iéy połowę, a naoſtatek teyże połowy, połowę, i wszyſtkié té liczby zebráwſzy w jednę ſummę, iak przykład ukazuie.

Przy-

Przykład powyższy czérwonych złotych 72, na złote tym sposobem obróconych:

Złote.		
720 *Część summy pochodzącá.*		
z rozmnożéniá przez	10	*złot:*
360 - *z rozmnożéniá przez*	5	*złot:*
72 - *z rozmnożéniá przez*	1	*złot:*
36 - *z rozmnożéniá przez*	2	*fr: gr:*
18 - *z rozmnożéniá przez*	1	*fr: gr:*
1206 *złotych wártość cz: zł: 72 rachuiąc ieden po zł: 16 i 3 fr. gr.*		

Przykłád. Jakáż iest wártość czérwonych złotych 135 rachuiąc ieden po złotych 16, i 3 frebrne grosze?

1350 *część pochodzącá z roz: przez*	10	*zł:*
675 - *z rozmnożéniá przez*	5	*zł:*
135 *z rozmnożéniá przez*	1	*zł:*
67 2 *gr: fr: z rozmnożéniá przez*	2	*f: g:*
33 3 *gr: fr: z rozmnożéniá przez*	1	*f: g:*
2261 *zł: 1 gr: frebrny.*		

Trzeciéy liczby 135 złotych, połowa przypadła 67 zł: i 1 złoty został się, toiest 4 grosze frébrné, których połowa 2 gr: fr: téy znowu liczby 67 zł: 2 gr: fr: połowa 33 złote, a zł: 1, i 2 frébrné grosze zostaią, toiest 6 frébrnych groszy, których połowa, 3. frebrné grosze.

Táblica następuiącá służyć będzie do łatwieyszégo obrácaniá czérwonych złotych na złote, gdy przypadnie rachowáć iedén czérwony zl: po złot: 16 i groszy frébrnych 3.

Wártość iedności Czér: złot:	złot:	gr: fr:	Wártość dziesiątk: zł:	gr: fr:	Wártość stow zł:
1	16	3	167	2	1675
2	33	2	335	-	3350
3	50	1	502	2	5025
4	67	-	670	-	6700
5	83	3	837	2	8375
6	100	2	1005	-	10050
7	117	1	1172	2	11725
8	134	-	1340	-	13400
9	150	3	1507	2	15075

Ta Táblica podzielona iest na cztéry rzędy podłużné. Drugi rząd ukazuie wártość iedności czérwonych złotych, na złote obróconych. Trzeci rząd wártość tyluż dziesiątków czérwonych złotych wyráżá, czwárty wártość tyluż sta czérw: zło:

Nie trzeba daléy téy Táblicy na większé liczby rozciągać, dosyć będzie przydać do liczby któréykolwiek w rzędzie czwártym, iedno zero, chcąc mieć wártość tysięcy czérwonych złotych, dwa zera chcąc mieć wártość dziesiątków tysięcy czérwonych złotych, *it. d.*

Przy-

Przykład. Jakáż ieſt wártość prawná czérwonych złotych 7239?

Sposób postępowaniá			*zł:*	*gros:*
Wártość cz: zł: 7000	*ieſt*		11 7250	-
200	-		3350	
30	-	-	502	2
9	-	-	150	3
Summa			12 1253	1.

Może ta Táblica ſłużyć za wzór i do inſzych podobnych ułożéniá, gdyby tego okoliczność iaká wyciągała.

Czwárté zadanié. *Znaléźć polé proſtokąta długiégo na 5 łokci, i 12 calów, a ſzérokiégo na łokci 4?*

Piérwszy ſposób poſtępowaniá. Ponieważ każdy łokiec má w sobie calów 24, 5 łokci ma ich 120 a przydáwszy 12 calów 5 łokci, i 12 calów; uczyni calów 132; 4 zaś łokcie zawiéraią calów 96. Rozmnożywszy tedy 132 calów przez 96, będzie polé proſtokątu 12 672 calów kwadratowych. A że łokieć má calów 24, łokieć kwadratowy mieć będzie calów kwadratowych 576, która to liczba wypádá z rozmnożénia 24 calów przez 24; żeby więc mieć to polé w łokciach kwadratowych, trzeba 12 672 calów kwadratowych, podzielić przez 576, a wielorász 22 pokáże to polé w łokciach kwadratowych.

Drugi ſposób. Polé tego proſtokąta będzie oznaczoné w łokciach kwadratowych 20, pochodzących z rozmnożéniá 4 łokci przez 5. Oprócz

Oprócz tego będzie ieſzcze miało tylé łokci kwadratowych, ilé wypadnié mnożąc 4 łokcie przez calów 12 toieſt przez połowę łokcia, i będą 4 połowy łokcia kwadratowé, toieſt 2 łokcie całé kwadratowé a ze wszyſtkiém proſtokąt mieć będzie łokci kwadratowych 22.

Piąté zadanié. *Jakież ieſt polé proſtokąta, który długi ieſt na 8 łokci, i 7 calów, a ſzéroki na 6 łokci?*

Piérwſzy ſposób poſtępowaniá. Długość tego proſtokąta wynosi na 199 calów, a ſzérokość na calów 144; więc polé mieć będzie calów kwadratowych 28 656, które na łokcie obrócone, dzieląc przez 576 (co znaczy wártość iednégo łokcia w calach kwadratowych) czynią 49 łokci kwadratowych i 432, calów kwadratowych.

Drugi ſposób. Długość tego proſtokąta ſkłádá się z 8 łokci, i z 7 cali. Rozmnażam naprzód długość 8 łokci przez ſzérokość 6 łokci, i będę miał 48 łokci kwadratowych. Potém 7 calów rozmnażám przez 6 łokci, na calów 144 obroconych, i będę miał 1008 calów kwadratowych; toieſt łokieć 1 kwadratowy, i calów 432, a ze wſzyſtkiém polé proſtokąta będzie łokci 49 kwadatowych, i calów kwadratowych 432.

Nie będę tu nic teráz mówił o ſkróceniu, którégo użyć można w mnożéniu liczb wielorakich. Gdy dzieci nauczą się, jak mnożyć liczby łámané (*fractiones*); w ten czas i tén ſposób ſkróceniá łatwiey zrozumieią.

ROZ-

ROZDZIÁŁ IV.

O Dzieléniu Liczb Wielorakich.

Piérwszé zadanié. *5. łokci materyi koſztowáło czérwonych złotych 15, zł: 10; iléż koſztowáł łokieć 1?*

Każdy naprzód łokieć koſztowáł piątą część 15 czérw: złotych, toieſt 3 czérw: zł: i ieſzcze piątą część 10 złotych, toieſt 2 złote; więc koſztowáł ze wszyſtkiem czerw: zł. 3 i złotych 2.

Drugié zadanié. *Pewná osoba za 24 łokci materyi dała czérw: zł: 81, i zł: 6: iléż dała za ieden łokieć, rachuiąc czerw: złoty po zł: 18?*

W piérwszym przykładzie tak czérw: złotych 15, iako i złotych 10, można było zupełnie przez 5 podzielić, ale tu 24 nie dzieli zupełnie czérw: złotych 81, a dopieróż nie dzieli złotych 6; trzeba więc inaczéy się tu obrócić.

Piérwſzy ſposób poſtępowaniá. 81 czér: zł: i złotych 6, czynią ze wſzyſtkiém złotych 1464. Te dzielę przez liczbę 24, oznáczaiącą łokcie, i znáydę wieloráz 61 złotych, toieſt cenę iednégo łokcia. Znáydę tę cenę i w czérw: zł: podzieliwszy 61 złotych, przez 18: na wieloráz wypadnie, 3 czérw: zł: i złotych 7.

Drugi

Drugi sposób. 81 czérw: złotych, przez 24 dzieląc, znáyduię wieloráz 3 czer: złote, ale té 3 przez 24 rozmnożoné, czynią tylko 72, które od 81 odiąwſzy, zoſtanie ieszcze 9 czérw: złotych do dzieléniá przez 24. Ponieważ tych 9 czérw: złotych iak są, podzielić nié można przez 24, obrácám ié na złote, mnożąc 9 przez 18, co czyni 162, a przydaiąc 6 złotych, które ieszcze zoſtały do dzieléniá, uczyni wszyſtkto zł: 168, w których 24 znáyduie się razy 7. Będzie więc cały wieloráz 3 czérw: zł: i zł: 7 oznáczaiący cenę łokcia iednégo.

Wzór działániá.

```
   | cz: zł:        zł: | cz: zł:
 24| 81     -       6 | 3   7
     72  Licz: 3 czer: zł: rozmn: przez 24.
 ----------
      9  Reszta
     18  Wártość 1 czérw: zł: w złotych
 ----------
    162  Wártość 9 czérw: zł: w złotych
      6  Złotych dodatek.
 ----------
    168  Summa do dalszégo dzieléniá
    168  Licz: 7 zł: rozmn: przez 24
 ----------
      0
```

Trzecié zadanié. *Na zapłacénié 16 robotnikóm, wydano czérw: zł: 55 i zł: 14; iléż na iednégo przypádało rachuiąc czér: zł: po złotych 18?*

1. *Spoſób poſtępowaniá.* 55 czér: zł: i złotych 14, czyni samych złotych 1004, któré przez 16 podzieliwſzy, mám na wieloráz zł: 62 z resztą 12 złotych. Té 12 złotych obrácám na grosze ſrébrné, mnożąc przez 4, i będzie groszy ſrebrnych 48, w których 16 znáyduie się 3 razy 3. Przypadło tedy na iednégo robotnika złotych 62 i groszy srébrnych 3, toieſt czérw: zł: 3, złotych 8, gr: ſrébr: 3.

Drugi ſpoſób 55 czérwonych złotych podzieliwszy przez 16, wypádá na wieloráz czér: zł: 3, które przez 16 rozmnożoné, czynią 48, a potém od 55 czér: złot: odięté, zoſtawuią reſzty czérw: zł: 7; té 7 czérw: zł: czynią złotych 126, a przydáwſzy im 14 złotych, będzie całéy reszty zł: 140, któré przez 16 podzielone, daią na wieloráz zł: 8; té znowu rozmnożywszy przez 16, i liczbę rozmnożoną 128 zł: odiąwszy od 140 zł: zoſtanie 12 złotych, toieſt groszy ſrébrnych 48, w których 16 znáyduie się 3 razy, co znaczy 3 ſrébrné grosze, i té przez 16 rozmnożoné, a potém od 48 odięté, nic nie zoſtawuią. A zatém cały wieloráz będzie 3 czérw: zł: 8 złotych, i 3 ſrébrné grosze, tak iak się i przez piérwszy ſposób znalazło.

Wzór

Wzór działaniá

	cz: zł:	zł:	cz: zł:	zł: gr: ſr.
16	55.	14	3.	8. 3

4	*Liczba 3 rozmnożoná przez 16.*
7	*Reſzta.*
18	*Wártość 1 cz: zł: w złotych.*
126	*Wártość 7 cz: zł: w złotych.*
14	*Złotych dodatek.*
140	*Summa do dalſzégo dzieléniá.*
128	*Licz: 8 zł: rozmn: przez 16.*
12	*Reſzta.*
4	*Wártość 1 zł: w groſz: ſrébr:*
48	*Wártość 12 zł: w groſz ſrébr:*
48	*Liczba 3 gr: rozmn: przez 16.*
00.	

Czwárté zadanié. *Rachuiąc czérw: zł: po złotych 16, i 3 ſrébrné groſze, iléż czérwonych złotych znáydowáć ſię będzie w 2629 złotych, i 3, grosz: ſrébr: ?*

Liczbę tę czérwonych złotych znáydziémy, podzieliwſzy 2629 złotych, i gr: 3, przez zł: 16, i gr: 3.

Spoſób poſtępowaniá, którégo tu użyć można, ieſt ten: 2629 zł: obrácam na grosze ſrébrné mnożąc przez 4, co uczyni z przydanémi 3 groszami, 10 519, groszy. Podobnie 16 złotych i 3 grosze, czyni groszy ſrébr: 67. Dzielę 10 519 gr: ſrébr: przez 67, wieloráz 157 ukazuie liczbę czérw: złotych. Co że tak ieſt, doświádczyć można, mnożąc wieloráz przez

liczbę

liczbę dzielącą, iako się powiedziało w piérwszéy części.

Można też było nie obrácaiąc na groſze złotych z saméy Táblicy, która się w rozdziele poprzedzaiącym podała, doyśdź liczby czérw: złotych, które się zawiéraią w 2629 złotych, i 3 ſrébrnych groſzach; znáydziémy tám, że liczba 2629 złotych, ieſt większá, niż wártosć czér: złotych 100, ale mnieyszá, niż wártość czérw: zł: 200.

Napiszmy więc tym czasém na boku czérw: zł: 100, a ich wártość w Táblicy wyrażoną, toieſt 1675 złotych, odciągniymy od 2629 złotych, i gr: 3; zoſtanie reszty 954 zł: i gr: 3. Té 954 złote, więcéy czynią niż 50 czérw: zł: ale mniéy niż 60; napiszmy 50, pod 100, a wartość czérw: złotych 50, toieſt zł: 837, gr: ſr: 2 odciągniymy od złotych 954 i gr: 3, zoſtanie złotych 117, gr: 1, które to 117, zł: i gr: 1, czynią czérw: złotych 7, té pod 50 napisawſzy i razém dodáwszy, będzie ſumma czér: zł: 157, ta sama, która się wyżéy nalazła.

Wzór działaniá.

2629 zł: i 3 gr: ſrébr:		
1657.	*wártość czérw. złotych*	*100.*
954 zł: 3 gr:	*Reszta*	
837 zł: 2 gr:	*wártość czér:*	50
117 zł: 1 gr:	*Reſzta*	
117 zł: 1 gr:	*wártość czérw:*	7
0	Summa czérw: zł:	157

Piąté

Piąté zadanié. 24 *robotników z równą uſilnością prácuiących, uprawiło rolą 129 ſznurow, i 60 prętow kwadr: pola maiącą; iléż każdy z nich ſznurow, i prętow téy roli uprawił?*

Ponieważ 24 robotników było, każdy z nich powinién był 24tą część téy roli uprawić, a zatem podzieliwszy przez 24, 129 ſznurów kwadratowych, i 60 prętów, znáydę, ilé na iednego przypadło.

129 ſznurów dzieląc przez 24, wypádá na wieloráz sznurów 5, które przez 24 rozmnożywſzy, i rozmnożoną liczbę 120 odiąwſzy od 129, zoſtaie 9 sznurów kwadratowych. Té 9 ſznurów kwadratowych czynią 900 pretów kwadratów: a dodáwszy 60, będzie 960. Té 960 prętów kwadratowych, dzieląc przez 24, wychodzi na wieloráz 40 prętów kwadratowych.

Więc każdy z 24 robotników uprawił 5 sznurów, i 40 prętów kwadratowych.

Wzór działaniá.

	ſzn:	pręt:	ſzn:	pręt:	
24	129	60	5	40	
	120	*liczba*	*5 rozmn: przez*	-	24
	9	*Reszta.*			
	100	*wárt: 1 ſzn: kwad: w pręt kwad:*			
	900	*pręty kwadratowé.*			
	60	*prętow dodatek.*			
	960	*ſum: pręt: do dalszégo dzieléniá-*			
	960	*Liczba 40 rozmn: przez*		-	24
	000				

Można

Mozná téż było liczbę podzielną obrócić na pręty kwadratowé, i byłoby ich 12900. Część 24 znalazłaby się, dzieląc té 12900 prętów kwadratowych; przez 24, i wypadłoby na wieloráz 540 prętów kwadratowych; a podzieliwszy ié przez 100, byłoby iak wyżéy, ſznurów 5, i 40 prętów kwadratowych.

PRZYDATEK DO DRUG: CZĘŚCI.

Cwiczéniá w któré kilka razém działáń wchodzi, około liczb wielorakich, o których się tu mówiło.

Piérwszé zadanié. *Kupiec, który 145 funtów towaru pewnégo kupił za złotych 493, i gro: miedzianych 24, przedaie funt iedén po złotych 4, gr: 6; ileż na tym całym towarze zyskuie?*

Wzór działaniá.

145 *funtów.*
4 *zł: gr: 6.*

580 *Liczba 145, rozmn: przez 4 złote*
29 *Licz: rozmn: przez 6 gr: toiest 5 czę: 145.*

609 *Summa całá zł: za towár przedany.*
493 *gr: 24, ſumma zł: za towár kupiony.*

115 *zł: gr: 6 zysk.*

Drugié zadanié. *Kupiec pewny zamiéniá 27 łokci ſukna, za łokci 18; na wieléż mu łokieć tego drugiégo ſukna wypadnie, kiedy łokieć piérwszégo kosztowáł czérw: zł: 1, zł: 5, gr: 24?*

Roz-

Rozmnożywszy czérwony złoty 1, złotych 5, gr: 24, przez 27, wypadnie za 27 łokci piérwszégo sukna czérw: zł: 35, złotych 12, gr: 18. Taż sama cena bydź powinná i 18 łokci drugiégo ſukna; więc podzieliwszy 35 czérw: zł: złotych 12, i 18 gr: przez 13; łokieć tego drugiégo ſukna wypadnie po czérw: zł: 1, złotych 17, gr: 21.

Trzecié zadanié. *Iléż łokci ſukna, którégo łokieć po zł: 15 ſzacowany w zamian przypádá za 25 łokci innégo ſukna, którégo łokieć ſzacowany, po czérw: zł: 1, zł: 12, gr: 18?*

	czérw: zł:	
Cena 25 łokci ſukna	*42, 9,*	toiest złotych 765
Licz: łokci sukna po 15 złotych	-	51

Czwárté zadanié. *Pewny kupiec zamiéniá łokci 37 ſukna, łokieć po złotych 16, gr: 25, za 28 łokci ſukna innégo, którégo łokieć po cz: zł: 1, złotych 3, gr: 16; w téy zamianie, czyliż on zyskuie, czyli traci, i iak wielé?*

	czérw:	zł:	gr:
Cena 37 łokci piérw: ſukna	34,	10,	25,
Cena 28 łokci 2go ſukna	33,	8,	28,
Strata	1	1	27.

Piąté zadanié. *Zgodzono Rzémieślnika po 2 złote, i gr: 17, za każdy dzién roboty, obiecáwszy mu prócz tego stół, póki roboty nie zakończy. Za każdy iednak dzién, w którybyby nie robił, miano mu za stół wytrącić złoty 1, i groszy 6. Gdy po 3 tygodniach, i 5 dniach od zaczętéy roboty, przyszło do porachunku, pokázało się, że w tym przeciągu czasu, robił tylko przez dni 48. Ileż mu się za té dni należy?*

Dni

	czérw:	*zł:*	*gr:*
Dni roboty 48. Płácá za nie przypádaiąca - -	6	15	6.
Dni opuszczonéy roboty 13, za któré wytrącá się - -		15	18.
Reszta należącá się Rzémieślnikowi - - -	5	17	18.

Szóste zadanié. *17 Robotników przez 6 dni na tydzień, a przez 12 godzin na dzień robiących, w 9 tygodniach, i dniach 4 zrównali ziemię na ogród, 3 stopy kwadratowe co godzina wyrównywaiąc. Ileż było pola tego ogrodu, i ile ta robota kosztowała, rachuiąc po 2 grosze miedziané, za stopę 1 kwadratową?*

Wzór działániá.

Dni roboty - - - -	58
Godziny téyże roboty - -	696
Stopy kwadratowe na każdégo z Robotników przypádaiące -	2088
Stopy kwadratowe przez 17 robotników wyrównane -	35496
Płácá za całą robotę - - -	70992 g: m:

toiest: 2 366 złotych 12 groszy; albo 131 czér: złotych, złot: 8, gr: 12.

Siódmé zadanié. *Przypádá płacić summę 32, 160 złotych w złocie, rachuiąc czérw: złoty po złot: 16 i 3 gr: srébr: Tén zaś co płaci brał czérw: zł: po złotych 18; ileż tak płacąc traci na złocie?*

32160 złotych, po 16 złotych, i groszy srébrnych 3 rachuiąc, czyni 1920 czérw: złotych; 1920 czérw: złotych po 18 złotych czyni 34560 złotych.

Reszta 2400 złotych okázuie stratę na tychże czerw: złotych. Osmé

Osmé zadanié. *Płacąc w złocie summę zł: 32328, rachuiąc czérwony złoty po złotych 18; ileż zyská tén, który ie brał tylko po zł: 16 i 3 grosze srébrné?*

32328 zł: dzieląc przez 18 czyni 1796 czérw: 1796 czérw: złot: rachuiąc ie po 16 złotych gr: fr: 3, czynią złotych 30083.

R. 2245 złot: okazuie zysk na tém złocie.

Dziewiąté zadanié. *Pomiészano razém wina:*

	gar:	po zł:	gr:		cz:	zł:	gr:
Jednégo gar:	39	7	10	wy-	15	16	-
Drugiégo	24	9	5	cho-	12	4	
Trzeciégo	45	10	8	dzi	25	12	
Czwártégo	57	12	25	za nie	40	11	15.
Summa -	165	-	-	-	94	7	15.

Poczémuż trzeba będzie garniec tego zmiészanégo wina przedáwać, aby na każdym garcu zarobić zł: 1, gr: 15?

	czérw: zł:	zł:	gr:
Zysk cały będzie - - -	13	13	15
Przychód cały z wina przed:	108	3	
Toiest złotych	1947		
Garniec tedy wina przypadnie przedáwać - -	11 zł:	24 gr:	

Drugi sposób.

Ponieważ wszystko to wino zmiészané kosztuie czérw: złot: 94, zł: 7, gr: 15, toiest złotych 1699, gr: 15.

Garniec przypadnie na -	10 zł: 9 gr:
Zysk na garcu ma bydź -	1 15.
Więc gar: przyydzie przedáw:	11 zł: 24 gr:

Część

CZĘŚĆ TRZECIA

O RACHUNKACH w LICZBACH ŁAMANYCH (*FRACTIONES*) (p)

Niechby kto chciáł stawiać dom długi na 36 łokci, i 5 pokoiów równey długości zamyśláł w nim umieścić. Znalázłby długość na każdy pokóy przypádaiącą, w liczbach cáłkowitych łokci 7, dzieląc 36 przez 5; ale 7 przez 5 rozmnożoné, czyni tylko 35; a té od 36 odięté; zostawuią 1 łokieć, który przez 5 má bydź ieszcze dzielony, aby równá część piątá łokcia na każdy z piąciu pokoiów przypadła. Choćby

(p) Na poczatku zaráz téy trzeciéy części ostrzédz mi przychodzi Nauczycielów, aby fzczególną na to báczność mieli, żeby ich uczniowie nie na pamięć, i za samémi tylko regułami idąc, uczyli się rachunków na liczbach łámanych, ale przy każdym przykładzie im podanym zastanáwiali się, i uwáżali, iakby ich sám rozum do tego, a nie innégo sposobu rachowaniá prowadził, choćby żádnych nawet prawideł na to nie było; które zapewné nie skąd inąd się wzięły, tylko z pilnégo uwáżaniá i roztrząsaniá natury każdégo w szczególności działániá.

Gdyby przez samé reguły tylko uczyć ich przyszło, bardzoby łatwo wszystkiégo prawie zapomnieli, przerwáwszy przez czas nieiaki to ćwiczénié, i ta sama reguł wielość miészałaby ich, żeby częstokroć na práwdziwą drogę nie tráfili, któréyby im się w działániu iakiém szczególném trzymać należało. Sądzę zatém, iżby, w piérwszym zwłászcza roku, wstrzymać się wcale lepiéy było, od dáwaniá im reguł, albo przynáymniéy w tén czas dopiéro ié dáwać, gdy na wielu bardzo przykładach, w którychby samé y tylko wynalázku drogi trzymali się, iuż dobrze włożéni będą i fundamént, na którym cała ich robota zasádzá się, zrozumieią. Wiele wiadomości w liczbach łámanych dadź można dzieciom, sposobém widocznym, linii na przykład na kilka równych części podzielonéy. Na takiéy linii iaśnie się pokáże nierówność dwóch ułómków, których iednakowé są liczniki (numeratores) a mianowniki (denominatores) odmiénné; zmnieyszénié ułamka, przez zmnieyszénié iego licznika, albo powiększénié przez zmnieyszénié mianownika, i iako tę samę ilość wyrážać będzie ułámek, chociaż licznik iego i mianownik, przez iakąkolwiek liczbę będzie rozmnożony, byleby taż sama liczba mnożyła tak licznika, iako i mianownika i t. d.

Choćby tén łokieć kto chciał obrócić na stopy, ćwierci, lub iakiekolwiek inné mnieyszé części, na któré łokieć zwykł się dzielić, nie natráfiłby iednak na liczbę części łokcia oznáczaiącą, którąby liczba 5 zupełnie i bez reszty dzieliła.

Dlá oznaczéniá samé y potrzeby dzieléniá tego łokcia na 5 części równych, i dlá wyrażéniá, że się piątá część tego łokcia bierze, zgodzono się, aby tym końcém użyć następuiącégo znaku $\frac{1}{5}$, który się czytá: *piątá część.* Wieloráz tedy z podzielonych 36 łokci przez 5, tak się wyrazi: 7 łokci, i $\frac{1}{5}$ łokcia.

Gdyby długość domu była 37 łokci, ta na pięć części podzieloná, w każdéy z tych części

ści zawierałaby łokci 7, i piątą część dwóch łokci; który to wieloráz takby się napisał 7, i $\frac{2}{5}$, a czytać trzebaby: 7 łokci, *i dwie piąte części łokcia*, albo *piątá część dwoch łokci.* To dwoiakie wymáwianie na iedno wychodzi, tak, iak iedno iest powiedzieć dwie trzecie części grosza, albo trzecia część dwóch groszy, gdyż obadwa te wyrazy znaczą 2 szelągi.

Podobnymże sposobem, gdyby dom miáł 38 łokci długości, w któréy pięć miałoby się mieścić pokoiów, na każdy z nich przypádłoby z téy długości łokci 7, i piątá część trzech łokci, albo trzy piąte części łokcia, coby się tak napisało: 7, i $\frac{3}{5}$.

Liczby takowe, iak na przykłád: $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}$, *i t. d.* nazywaią się ułomkowe, albo krócey ułómki (*fractiones:*) Gdziekolwiek liczba mnieyszá má bydź dzieloná przez większą, wszędzie takowe wielorazy oznáczaią się przez ułomki, i na takim oznaczéniu przestaie się.

Lubo, iako się iuż powiedziało te dwa na przykłád wyrazy, dwie piate części iednégo łokcia, i iedna piatá część dwóch łokci, iedno znaczą; z tém wszystkiém wyráz pierwszy ułomka, iest w pospolitém używaniu, iako wygodnieyszy; poniewáż nám wystawuie iednostayny obráz ułomka, toiest, że tén ułomek oznácza część, albo części iednéy tylko iedności.

W tym ułomku: $\frac{2}{5}$ (dwie piąte części) dwie liczby uważac trzeba; iednę 5, która znaczy na wiele części iedność iest podzielona,

ná, iak tu na pięć; i taż liczba uczy mnie iakie części ułomek w sobie zawierá, iak na przykład piąte, i nazywá się *mianownikiem* (*denominator*); drugá liczba 2 pokazuie, ile takich części, iakie znaczy pierwszá tamta liczba, zawierá w sobie ułomek, i nie iako liczy te części, i dlá tego nazwać ią možná *licznikiem* (*numerator.*)

W tym ułomku $\frac{1}{2}$, 2 iest mianownikiem, 1 licznikiem. Tén wyráz $\frac{1}{2}$, nie czytá się zwyczaynie: *iedna drugá część*, ale czytá się: *pół*, albo *połowa*. W ułomkach $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$, 4 iest mianownikiem, 1, i 3 są licznikami, czytá się zaś pierwszy wyráz $\frac{1}{4}$, *ćwierć*, a drugi $\frac{3}{4}$, *trzy ćwierci.* W ułomkach na przykłád: $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{7}, \frac{2}{7}$ *i t. d.* 1, 2, są licznikami. 3, 5, 7, są mianownikami. Te wyrazy czytaią się tym, iak są napisane porządkiem *trzecia część*, *dwie trzecie części*, *piątá część dwie piąte części*, *siódmá część*, *dwie siódme części.*

Z tego wyłożéniá każdy łáwo postrzédz może, że ułomek prawdziwy, mnieyszy zawsze od iedności bydź powinien. Z tém wszystkiém można iedność samę, i liczbę nawet większą od iedności, nakształt ułomka wyrazić. Na przykłád te wyrazy: $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}$, *i t. d.* są to ułomki nie właściwe, bo ich liczniki i mianowniki są równe, i każdy z tych ułomków iedno znaczy, co 1; bo tak 2 w 2, iak 3 w 3, iak 4 w 4 *i t. d.* ráz 1 się znáyduie; te także wyrazy: $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{8}{5}$, *i t. d.* nie właściwemi, są ułomkami, bo iesczce więcey znaczą niż iedność, ponieważ tak 2 w 3, iak 3 w 4, iak 4 w 5, *i t. d.* nie tylko

tylko się ráz 1, znáyduie, ale coś ieszcze zostaie.

Niechby na 3 osoby przypadło dzielić iaki maiątek; każdéy z tych osób, trzeciá część maiątku dostałaby się. Gdyby zaś było osób cztéry, iuż nie trzeciá, ale czwártá część maiątku przypadałaby na iednę osobę. Rzecz oczywistá, że w pierwszym razie, więcéyby się iednéy osobie dostało, niż w drugim; więcéy tedy iest trzeciá część iakiéy rzeczy, niż téyże rzeczy część czwártá. Na przykład, gdyby cały maiątek wychodził na 12000 złotych; iednéy z trzech osób dzielących się tym maiątkiem, przyszłoby złotych 4000; gdyby zaś na cztéry głowy dzielić go trzeba, nié miałaby iedna, iak tylko 3000 złotych. Podobnie większy iest ułomek $\frac{1}{4}$ niż $\frac{1}{5}$ *i t. d.* A w powszechności mówiąc, im na więcéy części rzecz iaká iest podzieloná; tym każdá iéy część iest mnieyszá; kilka też części mnieyszych, zawsze mniéy znaczyć będzie, iak tyleż części większych. Stąd powszechné to prawidło urosło, że ieżeli dwa ułomki maią iednakowé liczniki, ułomek tén większy będzie, którégo mianownik mnieyszy; i tak ułomek $\frac{3}{4}$, większy iest od ułomka $\frac{3}{5}$; ułomek $\frac{5}{6}$ większy od $\frac{5}{7}$ *i t. d.*

Ale ieżeli ułomki iednakowégo maią mianownika; ułomek tén znowu większy iest którégo licznik większy. Jakoż, gdy mianowniki w ułomkach są iednakowé, nié na więcéy części podzieloną iedność znaczy iedén mianownik, iak i drugi; a ponieważ licznik pokazuie, ilé tych rownych części iest wziętych,

a większy licznik, więcéy téż części tych równych oznácza, zatém i ułomek tén większy będzie, którégo licznik większy. I tak większy iest ułomek $\frac{3}{5}$, niż $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{7}$ większy niż $\frac{3}{7}$. Gdy zaś ułomki, tak liczniki iako i mianowniki odmiénné maią, trudno czasém osądzić, który ułomek iest większy, który mnieyszy. Na przykład iedén rólnik zaorał sobie pola 4 morgi w 5 dniach, a drugi 7, morgów w dniach 9; któryż tu z nich więcéy przez dzién iedén zaorał?

W jednym dniu rolnik piérwszy, 5 razy mniéy zaorał, niż w dniach 5, toiest: zaorał tylko przez dzién $\frac{1}{5}$tą część morgów 4, albo $\frac{4}{5}$ iednégo morgu. Rolnik zaś drugi przez dzién iedén zaorał 9 razy mniéy, niżeli przez dni 9, toiest zaorał tylko $\frac{1}{9}$tą część morgów 7, albo $\frac{7}{9}$ iednégo morgu. A zatem części morgu iednégo od tych dwóch rolników przez dzién iedén zaorané są $\frac{4}{5}$, i $\frac{7}{9}$ morgu.

Z tych dwóch ułomków nie wiedzieć który mnieyszy, a który większy. Ale dóyśdź tego można podzieliwszy morg na takié równé części, żeby w nich, i piątą, i dziewiątą część morgu wziąć można; na przykład podzieliwszy morg na 45 części równych, $\frac{1}{5}$ część tak podzielonégo morgu, miałaby w sobie 9 tych części równych; a zatém $\frac{4}{5}$, zawiérałyby 36 takich części; $\frac{1}{9}$ta zaś część morgu miałaby 5 części, na iakich cztérdzieści pięć morg był podzielony; a $\frac{7}{9}$ morgu zawiérałaby tych części 35. Więc pierwszy ułomek byłby większy od drugiégo, i rolnik piérwszy więcéyby

céyby przez dzień zorał, niż drugi; bośmy znaleźli, że ułomek morgu; $\frac{4}{5}$ znaczył 36 takich części morgu, na iakich 45 był podzielony; toiest: że ten ułomek $\frac{4}{5}$, tylé znaczył, ilé $\frac{36}{45}$ morgu; doszliśmy także, że ułomek $\frac{7}{9}$, znaczył 35 części morgu takich, iakich 45, zawierał w sobie morg iedén; toiest: że tén ułomek $\frac{7}{9}$ iedno znaczył, co $\frac{35}{45}$ morgu. A ztąd wnieść możémy że ułomek $\frac{4}{5}$ większy iest niż $\frac{7}{9}$, ponieważ ułomek $\frac{36}{45}$, który tyleż znaczy co $\frac{4}{5}$, większy iest od ułomka $\frac{35}{45}$, tyléż znaczącégo co $\frac{7}{9}$.

Porównanie między sobą tych dwóch ułomków $\frac{36}{45}$, i $\frac{35}{45}$ uczynić mogliśmy, że iednakowé maią mianowniki 45.

Żeby więc porównać można dwa ułomki, i zgadnąć, który z nich iest większy albo mnieyszy; trzeba, aby się w mianownikach nie różniły.

Takim zaś sposobém z tych dwóch ułomków $\frac{4}{5}$, i $\frac{7}{9}$, zrobić można dwa inné nieróżniącé się w mianownikach $\frac{36}{45}$, i $\frac{35}{45}$; naprzód w ułomku $\frac{4}{5}$ licznika 4, i mianownika 5, rozmnożyć przez 9, mianownika drugiégo ułomka, i zrobi się ułomek $\frac{36}{45}$ równy pierwszému $\frac{4}{5}$, potém licznika 7, i mianownika 9 drugiégo ułomka $\frac{7}{9}$, rozmnożyć przez 5 mianownika pierwszégo ułomka, i zrobi się ułomek $\frac{35}{45}$ równy drugiému $\frac{7}{9}$. Ten przykład wiedzie nas do dwóch wielkiéy wagi prawideł.

Pierwszé prawidło iest: że można licznika i mianownika iednégo ułomka, rozmnożyć

żyć przez tę samę liczbę, nieodmieniaiac, przez to iego wielkości. I tak te ułomki $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}$. i t. d. równé są iedén drugiému. Té także ułomki $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}$, i t. d. są równé. Jakoż w saméy rzeczy, kiedy się mianownik mnoży na przykład przez 2, iuż znaczy części iedności iakiéy dwa razy mnieyszé niż przedtém, a zatém licznik przez 2 także rozmnożony, chociaż dwa razy tylé części iedności wziętych znaczy, że iednak té części są dwa razy mnieyszé, niżeli były przed mnożeniém przez 2, nie więcéy przeto wyrażaią iak tamté. Tak właśnie iak nie więcéy zawiéra się w dwudziestu na przykład złotych, iak w 10 dwu złotówkach, nie więcéy w 16 złotych, iak w 2 talarach; bo oczywista rzecz iest, że mniéy części większych, tylé czynić może, co więcéy, części mnieyszych téyże iedności.

J. Przypek.

Drugié prawidło iest, że dla przywiedzénia dwóch ułomków do iednakowégo mianownika, trzeba pierwszégo ułomku licznika, i mianownika, rozmnożyć przez mianownika drugiégo ułomku, i wzaiémnie, tegoż drugiégo ułomku licznika i mianownika rozmożyć przez pierwszégo ułomku mianownika. I tak té dwa ułomki $\frac{1}{2}$, i $\frac{1}{3}$, będą miały iednakowégo mianownika, gdy licznika 1, i mianownika 2, pierwszégo ułomka rozmnożę przez 3, a znowu licznika 1, i mianownika 3 drugiégo ułomka, rozmnożę przez 2, pierwszy albowiém ułomek $\frac{1}{2}$ obróci się tym sposobém w ułomek $\frac{3}{6}$, a drugi $\frac{1}{3}$ w tén $\frac{2}{6}$. Té zaś dwa ułomki $\frac{1}{2}$, i $\frac{1}{3}$, na té dwa obrócone $\frac{3}{6}$, i $\frac{2}{6}$ łatwiéy z sobą porównać można.

 Ułom-

Ułomki $\frac{2}{3}$, i $\frac{3}{4}$ tegoż samégo mianownika mieć będą, gdy piérwszégo licznika i mianownika przez 4, a drugiégo przez 3 rozmnożę; piérwszy zamiéni się w tén $\frac{8}{12}$, a drugi w tén $\frac{9}{12}$.

Przez takowé rozmnożénié, ułomki $\frac{3}{5}$ i $\frac{5}{6}$, w te się obrócą $\frac{18}{30}$ i $\frac{25}{30}$.

Trzeba przez wielé innych przykładów do takowégo zamiéniania ułomków wprawiać dzieci. W Rozdziałach dwóch następuiących części działania tego będzie używanié.

Dlá obiaśniéniá dzieci w rozumiéniu dokładném ułomków, dobrze będzie wystawić im niższé gatunki rzeczy, na przykład pieniędzy, nakształt części, albo ułomków gatunków wyższych.

I tak na przykład gdy czérw: zł: 1 bierze się za zł: 18, zł: ieden może bydź uważany, iak ośmnásta część czérwonégo zł: albo $\frac{1}{18}$; 2 złote można uważać iak $\frac{2}{18}$, albo iak $\frac{1}{9}$ czérw: złotégo, 3 złoté, iak $\frac{3}{18}$, albo iak $\frac{1}{6}$ *i t. d.* 15 złotych iak $\frac{15}{18}$, albo iak $\frac{5}{6}$ czérw: złotégo, albo ieszcze lepiéy, iak summę 9 złotych, i 6 złotych, toiest: iak summę połowy $\frac{1}{2}$, i trzeciéy części $\frac{1}{3}$ czérw: złotégo *i t. d.*

RO-

ROZDZIÁŁ I.

O Dodáwaniu Ułomków.

Piérwszé: zadanié: *Dwie osoby naprzeciwko siebie idą; iedna z nich uchodzi na 5 godzin, 3 mile; drugá uchodzi na 5 także godzin, 2 milé; iléż się do siebie przybliżaią przez 1 godzinę?*

Piérwszá osoba uchodzi w godzinę $\frac{3}{5}$ mili, drugá zaś uchodzi w godzinę $\frac{2}{5}$ mili. Więc obiedwie razém uchodzą tylé w godzinę ilé czyni summa tych dwóch ułomków mili $\frac{3}{5}$ i $\frac{2}{5}$, toiest uchodzą $\frac{5}{5}$ mili, albo iednę milę.

Dwa te ułomki $\frac{3}{5}$, i $\frac{2}{5}$, maiąc iednakowégo mianownika, są iednakowémi częściami iedności, (która tu znaczy milę) a zatém łatwo dodané bydź mogą.

Drugié zadanié. *Dwie osoby ku sobie idą, iedna 2 mile na 3 godziny uchodzi, drugá 3 mile na godzin 4; iléż obiedwie razém uchodzą przez godzinę?*

Piérwszá osoba uchodzi trzecią część dwóch mil na godzinę, albo $\frac{2}{3}$ mili; drugá uchodzi czwártą część trzech mil, albo $\frac{3}{4}$ mili. Summa tych dwóch ułomków pokáże, ilé razém obiedwie osoby przez godzinę uchodzą.

Ułomki té dwa $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{4}$ znaczą odmiénné części iedności, bo piérwszy znaczy trzecié części mili, a drugi czwárté.

Nié

Nie mogą bydź razem dodane, ieżeli pierwey na iednakowe części nie będą obrócone. Tak właśnie iak groszów na przykład srebrnych w jednę liczbę zebrać wraz ze złotemi nie można, ale trzeba złote obrócić na grosze srebrne, i tak dopiero iednakowe części do siebie dodáwać.

Trzeba tedy naprzód te dwa ułomki mili $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{4}$ na iednakowe części obrócić, dáwszy im iednakowego mianownika, i odmienią się w te dwa $\frac{8}{12}$ i $\frac{9}{12}$, których summa będzie $\frac{17}{12}$, toiest mila 1, i $\frac{5}{12}$ mili.

Trzecie zadanie. *Rzemieślnik ieden mógłby skończyć robotę pewną w 3 dniach sam robiąc, drugi sam także zrobiłby ią w 4 dniach, a trzeci w dniach 5; ileż tey roboty wszyscy razem zrobią w jednym dniu?*

$$\left.\begin{array}{lr} \text{Pierwszy zrobi przez dzień} & \frac{1}{3} \\ \text{Drugi} \quad - \quad - \quad - & \frac{1}{4} \\ \text{Trzeci} \quad - \quad - \quad - & \frac{1}{5} \end{array}\right\} \text{całey roboty.}$$

Więc część cała roboty, którą wszyscy razem zrobią przez dzień ieden wyrazić się powinna przez summę tych trzech ułomków $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$. Pierwsze dwa ułomki $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{4}$, do iednakowego mianownika przywiedzione, są: $\frac{4}{12}$ i $\frac{3}{12}$, których summa iest $\frac{7}{12}$. Te znowu ułomki $\frac{7}{12}$ i $\frac{1}{5}$ do iednakowego mianownika przywiedzione, odmienią się w te dwa $\frac{35}{60}$ i $\frac{12}{60}$, summa zaś ich będzie $\frac{47}{60}$, a zatem summa tych ułomków trzech $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, iest $\frac{47}{60}$.

Można wraz było te trzy ułomki $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, do iednakowego przywieść mianownika, mnożąc

żąc naprzód każdego ułomku licznika przez mianowniki dwóch innych, skąd nowy dla każdego ułomku wypádłby licznik; a potem same trzy mianowniki rozmnożyć, 3 przez 4, co czyni 12, i znowu 12 przez 5, co czyni 60, i nowy z rozmnożenia tego, byłby mianownik 60, wspólny trzem licznikóm 20, 15, 12. Tym sposobem pierwszy ułomek $\frac{1}{3}$ odmienia się w ten $\frac{20}{60}$, drugi $\frac{1}{4}$ w $\frac{15}{60}$, trzeci $\frac{1}{5}$ w $\frac{12}{60}$, których to trzech ułomków $\frac{20}{60}, \frac{15}{60}, \frac{12}{60}$, summa będzie $\frac{47}{60}$ ta sama co i wyżey.

Niechby na przykład robota wyznaczona tym trzem ludzióm była 60 sznurów.

Pierwszy, trzecią tey roboty część, toiest $\frac{1}{3}$ na dzień robiący zrobiłby - 20 Sznurów
Drugi robiąc na dzień $\frac{1}{4}$, zrobiłby 15
Trzeci - - - $\frac{1}{5}$, 12
Co wszystko czyni - 47, Sznurów
toiest $\frac{47}{60}$ całey roboty.

Jakiem sposobem w tem przykładzie trzy ułomki $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, do iednakowego przywiedlibyśmy mianownika, mnożąc każdego w szczególności ułomku licznika i mianownika przez dwa koleyno brane mianowniki, dwóch innych ułomków; tymże sposobem, iakiekolwiek będą trzy ułomki, różne mianowniki maiące, można ie do iednakowego przywieść mianownika.

Tak na przykład te ułomki.

$\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}\right.$ zamienią $\left(\frac{56}{280}, \frac{40}{280}, \frac{35}{280}\right.$ summa $\frac{131}{280}$,
$\left(\frac{3}{8}, \frac{5}{9}, \frac{7}{11}\right.$ się na te: $\left(\frac{297}{792}, \frac{440}{792}, \frac{504}{792}\right.$ summa $1\frac{449}{792}$.

Lubo

Lubo będzie osobna potém nauka o skróceniu, którégo użyć można przywodząc ułomki do iednakowégo mianownika; przydá się iednak dadź wcześnie niektóré tego skróceniá wzory, w przypádkach, gdzie ieden ułomku mianownik, kilka zupełné razy znáyduie się w mianowniku drugiégo ułomku.

PRZYKŁADY.

Ułomki $\frac{1}{2}$ i $\frac{3}{4}$, iuż są do iednakowégo przywiedzioné mianownika, gdy piérwszy z nich tylko $\frac{1}{2}$ będzie zamiéniony w tén $\frac{2}{4}$.

Ułomki z odmién-nym mianowni-kiém.	$\frac{1}{3}$ i $\frac{5}{6}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{5}{12}$	$\frac{5}{7}$ $\frac{5}{28}$	*Téż samé u-łomki z je-dnak: mian:*	$\frac{2}{6}$ i $\frac{5}{6}$; $\frac{9}{12}$ $\frac{5}{12}$; $\frac{20}{28}$ $\frac{5}{28}$

Té trzy ułomki $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$, aby do iednakowégo przywiéśdź mianownika, dosyć iest dwiéma się tylko piérwszémi zatrudnić; bo trzeciégo mianownik 6, zawiérá w sobie piérwszégo ułomku mianownika 2, rozmnożonégo przez mianownika drugiégo 3; taki przydatek trzeba dobrze mieć na pamięci.

Możná té trzy ułomki $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$, tak wyrazić $\frac{3}{6}, \frac{2}{6}, \frac{1}{6}$.

INNÉ PRZYKŁADY.

	$\frac{1}{4}, \frac{3}{5}, \frac{3}{20}$,	*do iednakowégo*	$\frac{5}{20}, \frac{12}{20}, \frac{3}{20}$,
Ułomki:	$\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{6}{35}$,	*przywiódłszy*	$\frac{14}{35}, \frac{15}{35}, \frac{6}{35}$,
	$\frac{3}{8}, \frac{3}{7}, \frac{9}{56}$,	*mianown: będą:*	$\frac{21}{56}, \frac{24}{56}, \frac{9}{56}$.

Rozu-

Rozumiém, że samo używanié skróceniá tego, gdzie mieyscé mieć może w ułomkach, przydaiąc zaráz przyczyny, dlá których tego skróceniá w przypádku zdárzaiącym się użyć można, oświéci nie mało dzieci choć i bez reguł, i przysposobi do zrozumiéniá nauki obszérnieyszéy o takowych skróceniach.

Czwárté zadanié. *Prowadządz wodę iednéḿ korytém do iakiéy sadzáwki, napełniłbym ią w dniach 5, drugiém korytém napełniłbym tę samę sadzáwkę w dniach 6: trzeciém w 7, czwártém w 11 dniach: puszczám razém témi cztéréma korytami wodę do sadzáwki, iláż część iéy napełni się przez dzién 1?*

Tę część wyrazić możná przez summę tych cztérech ułomków: $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}$. Podobnie iak wyżéy postępuiąc Nauczyciel pokáże, że dlá przywiedzéniá tych cztérech ułomków do iednakowégo mianownika, trzeba każdégo w szczególności ułomku licznika i mianownika, rozmnożyć koleyno przez mianowniki trzech innych ułomków. To uczyniwszy, ułomki powyższé odmiénią się w następuiącé: $\frac{462}{2310}, \frac{885}{2310}, \frac{330}{2310}, \frac{210}{2310}$, których ſumma będzie $\frac{1387}{2310}$.

A w ogólności mówiąc, aby dodadź możná kilka lub więcéy ułomków maiących odmienné mianowniki, trzeba ié piérwéy do iednakowégo przywiéśdź mianownika, mnożąc każdy w szczególności ułomek, przez mianowniki koleyno brané wszystkich innych ułomków, a dopiéro po takowém rozmnożéniu, samé liczniki dodadź podpisém spólnégo mianownika.

Piąté

Piąté zadanié. *Pewná osoba kupiła dwoiakiégo sukna, piérwszégo było łokci 12 i $\frac{2}{3}$, drugiégo łokci 15 i $\frac{3}{4}$; za wieléż łokci ze wszystkiém zapłaciła?*

Dwa ułomki łokcia $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{4}$, do iednakowégo mianownika przywiedzioné, i potém dodané, czynią $\frac{17}{12}$, to 1, i $\frac{5}{12}$. Tén 1 łokieć dodany do 12 i 15, czyni łokci 28; więc cała ſumma łokci będzie 28 $\frac{5}{12}$.

Szósté zadanié. *Pewná osoba kupiła troiakiégo ſukna; iednégo łokci 7 i $\frac{1}{3}$, drugiégo $9\frac{3}{4}$, trzeciégo $10\frac{4}{5}$, iléż łokci wszystkich było?*

Aby ſummę tych łokci znaléźć, trzeba dodadź razém $7\frac{1}{3}$, $9\frac{3}{4}$, $10\frac{4}{5}$; albo co iest iednoj, trzeba dodadź $7\frac{20}{60}$, $9\frac{45}{60}$, $10\frac{48}{60}$. Summa trzech ułomków iest $\frac{113}{60}$, albo $1\frac{53}{60}$; dodaię tén łokieć 1 do drugich, i będę miał łokci $27\frac{53}{60}$.

Z postępowaniá w tych przykładach pokazuie się, że gdy dodáwać przypadnie razém, liczby całé i ułomki, dodadź trzeba naprzód ułomki, potém z jch ſummy wyciągnąć liczby całé (któré miéć w sobie na tén czas będą, gdy liczniki ich będą większé od mianowników) daléy té liczby całé z ułomków wyciągnioné, dodadź do innych liczb całych, któré także są podobné wráz z ułomkami.

I tak, aby té pięć $3\frac{2}{3}$, $4\frac{3}{4}$, $5\frac{2}{7}$, $6\frac{4}{5}$, $9\frac{10}{11}$. liczb dodadź toiest: $3\frac{3080}{4620}$, $4\frac{3465}{4620}$, $5\frac{1320}{4620}$, $6\frac{3696}{4620}$, $9\frac{4200}{4620}$.

Na-

Naprzód zbiérám w jednę ſummę ułomki do iedakowégo mianownika iuż przywiedzioné, i będzie $\frac{15761}{4620}$.

A ponieważ licznik zawiérá w sobie mianownika całé 3 razy $\frac{1091}{4620}$; więc 3 dodaię do innych liczb całych, z którémi czyni 30; a zatém będę miał ſummę liczb piąciu podanych wráz z ułomkami: $30\frac{1091}{4620}$.

ROZDZIÁŁ II.

O Odéymowaniu Ułomków.

Piérwszé zadanié. *Złodziéy uciekaiący, ubiégá 2 milé co 3 godziny, po nieiakim czasie pogóń za nim wyszła w 4 godzinach ubiégá 3 mile, iléż ta pogoń co godzina zbliżá się do złodzieia?*

Gdyby złodziéy ubiegłszy na przykład mil kilka, odpoczywał w jakiém mieyscu, pogóń goniącá za nim pod czas tego odpoczynku, zbliżyłaby się w godzinę iednę do niego na $\frac{3}{4}$ mili; ale ponieważ złodziéy wciąż uciekà, i ubiégá na godzinę $\frac{2}{3}$ mili; więc różnica między $\frac{3}{4}$ i $\frac{2}{3}$, toiest między $\frac{9}{12}$, i $\frac{8}{12}$ pokáże, ilé w godzinę 1, zbliży się pogoń ta do złodzieia.

Różnica zaś między $\frac{9}{12}$ i $\frac{8}{12}$: iest $\frac{1}{12}$ mili.

Drugié zadanié. *Woda do stawu korytém iednem ſprowadzoná, 4 razy go napełniá w dniach piąciu, téż woda innêm korytém wypu-*

pu-

puszczoná ze stawu, w 4 dniach 3 razyby go wypróżniła. Niechże ta woda razém piérwszém korytém wpływá do stawu, i drugiém wypływá, iakąż część stawu napełni przez dzień iedén?

Ponieważ piérwszém korytém $\frac{4}{5}$ stawu wodą przez dzień iedén napełniaią się, a drugiém korytém upływaią $\frac{3}{4}$, przez dzień także iedén; więc różnica między wpływaiącą, i wypływaiącą ze stawu przez dzień iedén wodą, okáże tę część stawu, którá w tymże dniu napełnioná zostanie, toiest różnica między $\frac{4}{5}$ i $\frac{3}{4}$ albo między $\frac{16}{20}$ i $\frac{15}{20}$, ta zaś różnica iest: $\frac{1}{20}$ stawu.

Trzecié zadanié. *Pewná osoba potrzebuiąc sukna łokci $5\frac{2}{3}$, znáyduie tylko u kupca łokci $3\frac{3}{5}$, iléż iéy niedostawać będzie?*

Wzór działaniá.

	$5\frac{2}{3}$ *albo*	$5\frac{10}{15}$
	$3\frac{3}{5}$ *albo*	$3\frac{9}{15}$
Nie dostaie łokci	-	$2\frac{1}{15}$.

Czwárté zadanié. *Pewná osoba z morgów ziémi $8\frac{3}{5}$, przedała morgów $5\frac{7}{8}$; iléż iéy się zostało?*

Wzór działaniá.

	$8\frac{4}{5}$ *albo*	$8\frac{24}{40}$
	$5\frac{7}{8}$ *albo*	$5\frac{35}{40}$
Reszta	- - -	$2\frac{29}{40}$

Sposób

Sposób postępowaniá. Od $\frac{24}{40}$ odiąć nié može $\frac{35}{40}$, pożyczám więc 1 od 8, toiest: $\frac{40}{40}$. Té $\frac{40}{40}$ wráz z $\frac{24}{40}$ czynią $\frac{64}{40}$, od których odiąć možná $\frac{35}{40}$, i zostanie $\frac{29}{40}$, od 7 odiąwszy 5, zostanie 2.

ROZDZIÁŁ III.

O Mnożéniu Ułomków.

Piérwszé zadanié. *Pewná osoba kupuie 6 łokci sukna, łokieć po pół czérwonégo złotégo; iléż má dadź czérwonych złotych za té 6 łokci?*

Gdyby łokieć sukna przyszło płacić po czérwonému złotému; za łokci 6, trzebaby dadź 6 czérw: złotych; więc kiedy po pół czérwonégo złotégo przypádá łokieć, przyydzie za 6 łokci połowę tylko dadź 6 czérwonych złotych, toiest 3 czérwoné złote.

Albo tak. Płacąc po pół czérwonégo złotégo za łokieć sukna, przypadnie 6 pół czérwonych złotych za łokci 6, toiest w saméy rzeczy 3 całych czérwonych złotych; ponieważ na 3 całé czérwoné złote trzeba 6 pół czérwonych złotych.

Drugié zadanié. *Gospodárz káże rów kopać 12 robotnikom przez dzień iedén; trzebaby zaś iednému robotnikowi kopać przez dni 3, aby wzdłuż iedén sznur rowu wykopál; iléż sznurów wykopią wszyscy przez dzień iedén?*

Gdyby

Gdyby każdy robotnik wykopał ſznur ieden na dzień, dwunastu ich wykopałoby na dzień ſznurów 12; ale że ieden robotnik trzecią tylko część ſznuru na dzień wykopuie; więc i 12 robotników trzecią też część 12 ſznurów na dzień wykopią toieſt: 4 ſznury.

Albo tak: Ponieważ iednemu robotnikowi trzy dni robić trzeba, aby ſznur ieden rowu wykopał, więc na dzień wykopuie tylko $\frac{1}{3}$ ſznuru, a zatem 12 robotników wykopie na dzień $\frac{12}{3}$ ſznuru, toieſt: 4 ſznury; gdyż na ieden ſznur trzeba trzech trzecich części ſznuru.

Trzecie zadanie. *Pewna oſoba kupuie 20 łokci ſukna, za którego łokci 5 przypada czerwonych złotych 3; ileż ma zapłacić za 20 łokci?*

Gdyby każdy łokieć kosztował 3 czerwone złote, 20 łokci koſztowałoby czer: zł: 60; ale ponieważ 5 łokci kosztuie cz: zł: 3; więc łokieć ieden kosztuie 5 razy mniey, niż 3 czer: złote, toieſt koſztuie $\frac{3}{5}$ czerwonego złotego, a zatem 20 łokci, pięć razy mniey kosztuią, niż 60 cz: złotych, toieſt: kosztuią tylko 12 czerw: złotych.

Albo tak. Każdy łokieć kosztuie trzy piąte części czerwonego złotego; więc 20 łokci kosztować będzie dwadzieścia razy trzy piąte części czerwonego złotego, toieſt $\frac{60}{5}$, albo 12 czerwonych złotych; bo pięć piątych części trzeba na 1 czerwony złoty.

Wyłuſzczywszy takowym ſposobem dzieciom wiele innych zadań, ſami poſtrzegać będą, iako w tem na przykład oſtatniem zadaniu,

niu, gdzie łokieć ieden koſztował $\frac{3}{5}$ części czerwon. go złotego, trzeba było licznika 3 rozmnożyć przez 20, i liczbę rozmnożoną 60, podzielić przez mianownika 5, a wieloraz 12 czerw: złotych ukazałby był cenę 20 łokci ſukna. Więc żeby rozmnożyć ułomek iaki przez liczbę całkowitą; trzeba licznika ułomku rozmnożyć przez tę liczbę całkowitą, i tak rozmnożonego, podzielić przez mianownika ułomku.

PRZYKŁADY.

Chcąc rozmnożyć $\frac{5}{8}$ przez 9, mnożę 5 przez 9, i liczbę rozmnożoną 45, dzielę przez 8, i będę miał $5\frac{5}{8}$.

Podobnie $\frac{3}{4}$ *przez 7 czyni* $\frac{21}{4}$ *to ieſt* $5\frac{1}{4}$

$\frac{4}{5}$ *przez 9 czyni* $\frac{36}{5}$, *to ieſt* $7\frac{1}{5}$.

Czwarte zadanie *Pewna oſoba kupuie ſukna trzy ćwierci łokcia, toieſt $\frac{3}{4}$, łokieć zaś tego ſukna przypada po złotych 20; ileż przypadnie za $\frac{3}{4}$ łokcia?*

Sposób poſtępowania. Za trzy łokcie byłaby ta osoba zapłaciła złotych 60; więc za czwartą część trzech łokci, albo za $\frac{3}{4}$ zapłaci tylko czwartą część albo $\frac{1}{4}$ zł: 60, toieſt: 15 zł:

Drugi sposób. Gdyby ta osoba ćwierć łokcia; toieſt $\frac{1}{4}$ kupiła, zapłacićby powinna $\frac{1}{4}$ złotych 20, toieſt 5 złotych, a że nie iednę, ale trzy ćwierci kupuie; więc ma zapłacić trzy razy 5 złotych, toieſt 15 złotych.

Z tego przykładu, i wielu innych podobnych, regułę do rozmnożenia liczby całkowitey téy przez ułomek podadź można, a ta ieſt: żeby albo liczbę całkowitą rozmnożyć przez licznika ułomku, i tak rozmnożoną podzielić przez mianownika; albo też podzielić naprzód przez mianownika liczbę całkowitą, gdy to bydź może, a dopiéro wieloráz rozmnożyć przez licznika.

Piérwſzégo ſposobu zawſze użyć można, drugiégo zaś w tén czas tylko, gdy mianownik ułomka znáydować się ráz, albo więcéy będzie w liczbie całkowitey bez żádnéy reszty.

Piąté zadanié. *Pewná oſoba kupiła ſukna łokci $7\frac{2}{3}$, płacąc za łokieć po złotych 28; iléż dała za łokci $7\frac{2}{3}$?*

Za 7 łokci po 28 zł: przypádá 196 zł: $\frac{2}{3}$ łokcia przez 28 zł: rozmnożoné czynią 18 zł: i $\frac{2}{3}$, toieſt 18 złot: groszy 20. Więc za $7\frac{2}{3}$ łokci przypadnie zł: 214 groszy 20.

Ponieważ 28 nié można było podzielić zupełnie przez mianownika 3; przeto piérwszégo ſposobu użyło się.

Szósté zadanié. *Pewny podróżny, który we 3 godzinach uchodzi 2 mile, ſzedł tylko przez $\frac{1}{2}$ godziny; iléż uſzedł?*

Tén podróżny uchodzi przez godzinę $\frac{2}{3}$ mili; a zatém przez pół godziny uſzedł połowę $\frac{2}{3}$, toieſt $\frac{1}{3}$ mili.

Siódmé zadanié. *Pewny podróżny, który 3 mile na 4 godziny uchodzi, ſzedł tylko przez 48 minut, albo $\frac{4}{5}$ godziny; iléż uſzedł?*

Ponie-

Ponieważ tén podróżny uchodzi 3 mile na 4 godziny; więc w czasie pięć razy krótszym, toieſt w $\frac{4}{5}$ godziny, uydzie téż mniéy 5 razy, toieſt $\frac{3}{5}$ mili.

Osmé zadanié. *Pewná osoba kupiła ſukna $\frac{2}{3}$ łokcia, przypádá zaś za 5 łokci tego ſukna czérw: złotych 4; iléż má za $\frac{2}{3}$ łokcia zapłacić?*

Gdyby za łokieć 1 tego ſukna przypádało czérwonych złotych 4; za $\frac{2}{3}$ łokcia przypádłoby $\frac{8}{3}$ czérw: złotégo; ale że za 4 czérwoné złote można mieć łokci 5; więc za łokieć 1 pięć razy mniéy przypadnie, niż 4 czérwoné złote, a za $\frac{2}{3}$ łokcia pięć razy także mniéy, niż $\frac{8}{3}$ czérw: złotégo. Aby tén ułomek $\frac{8}{3}$ pięć razy mnieyſzym uczynić; trzeba mianownika iégo 3 rozmnożyć przez 5. Przez takowé mnożénié, oznaczy się, iż iedność na części 5 razy mnieysze dzielimy, a zatém każdá z tych części wziętych którą oznáczá licznik, będzie 5 razy mniéysza. Ta tedy osoba zapłaci za $\frac{2}{3}$ łokcia $\frac{8}{15}$ czér: złotégo.

Albo tak: Łokieć 1 kosztowálby $\frac{4}{5}$ czér: złotégo; więc 2 łokcie kosztowałyby $\frac{8}{5}$, a zatém trzeciá część dwóch łokci, toieſt $\frac{2}{3}$, kosztowałaby trzy razy mniéy, niż $\frac{8}{5}$ czérw: złotégo, toieſt $\frac{8}{15}$ czérwonégo złotégo.

Można tén wyráz $\frac{8}{15}$ czérw: złotégo obrócić na złote, i na grosze, rachuiąc czérw: złoty po zł: 18; bo mnożąc 8 przez 18, będzie $\frac{144}{15}$, toieſt 9 złotych i $\frac{9}{15}$ złotégo a zaś $\frac{9}{15}$ złotégo, rachuiąc złoty po groszy 30, uczyni $\frac{270}{15}$, albo 18 groszy.

Po

Po wielu takich przykładach można przystąpić do reguły mnożeniá dwóch ułomków iednégo przez drugiego. Reguła zaś ta iest: aby licznika iednégo ułomka rozmnożyć przez licznika drugiégo, a potém mianownika iednégo, przez mianownika drugiégo; i ſtąd wypadnie trzeci ułomek z dwóh rozmnożony.

Tymże ſposobém rozmnożéniá ułomka iednégo przez drugi, robi się téż, iak nazywaią, ułomek ułomka (*fractio fractionis.*)

Dziewiąté zadanié. *Pewná osoba, którá włożyła w handel $\frac{2}{3}$ ſwégo maiątku, zyſkala na tym handlu $\frac{2}{5}$ tego, co weń włożyła; ileż tedy zyſkała?*

Osoba ta zyſkała dwie piąté części dwóch trzecich. Piątá część $\frac{2}{3}$, ieſt $\frac{2}{15}$, więc dwie piąté części $\frac{2}{3}$ są $\frac{4}{15}$. Ta ostatniá liczbá $\frac{4}{15}$, ieſt w saméy rzeczy z rozmnożeniá licznika iednégo przez drugiégo, w tych dwóch ułomkach: $\frac{2}{3}$ i $\frac{2}{5}$.

Dziesiąté zadanié. *Kupiono łokci $9\frac{2}{3}$ ſukna, którégo łokieć koſztowáł czérw: zł: $2\frac{4}{5}$; ileż przypádá za wſzyſtko zapłacić?*

Trzeba rozmnożyć $9\frac{2}{3}$ (*liczbę łokci*) przez $2\frac{4}{5}$ (*cenę iednégo łokcia;*) liczba ſtąd rozmnożoná pokaże, ile przypadnie zapłacić za łokci $9\frac{2}{3}$?

Wzór

Wzór działaniá.

$9\frac{2}{3}$	*mnożny*
$2\frac{4}{5}$	*mnożnik*
18	*wieloczyn z 9 przez 2.*
$7\frac{1}{5}$	*wieloczyn z 9 przez $\frac{4}{5}$*
$1\frac{1}{3}$	*wieloczyn z 2 przez $\frac{2}{3}$*
$\frac{8}{15}$	*wioloczyn z $\frac{2}{3}$ przez $\frac{4}{5}$ czér: zł:*
$27\frac{1}{15}$	*Summa, albo liczba całá rozmnożoná.*

Aby té trzy ułomki $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{8}{15}$, dodadź można, trzebaby pierwéy, według powſzechnéy reguły, w każdym ułomku licznika i mianownika, rozmnożyć przez mianowniki dwóch innych ułomków; ale że mianowniki tych dwóch ułomków; $\frac{1}{5}$ i $\frac{1}{3}$, iedén przez drugi rozmnożony, czynią liczbę 15, równą mianownikowi trzeciégo ułomku, $\frac{8}{15}$, więc dosyć będzie tamté dwa do iednakowego przywieśdź mianownika, bo wszyſtkié potém dodadź do siebie będzie można; będzie albowiém $\frac{3}{15}, \frac{5}{15}$, i $\frac{8}{15}$ ſumma $\frac{16}{15}$, toieſt $1\frac{1}{5}$.

Gdyby w podobnych zadaniach trudno czasém było rozmnáżać liczbę cáłkowitą z ułomkiém, przez drugą także cáłkowitą z przydanym ułomkiém, możnáby obiedwie té liczby obrócić wcale na ułomki, i samé tylko ułomki mnożyć iedén przez drugi.

Na przykład $9\frac{2}{3}$, można odmiénić na $\frac{29}{3}$, bo to wſzyſtko iedno; także $2\frac{4}{5}$ można odmiénić na $\frac{14}{5}$.

Liczba tedy rozmnożoná z $9\frac{2}{3}$, przez $2\frac{4}{5}$ równá będzie liczbie $\frac{29}{3}$, rozmnożonéy przez $\frac{14}{5}$,

I toieſt

toieſt $\frac{406}{15}$, albo $27\frac{1}{15}$, tak iak się piérwszym ſposobém znalazło.

Ale tén drugi ſposób ieſt niewygodny, gdy liczby całkowité, i mianowniki ułomków są wielkié.

Jedénáſté zadanié. *Jakież ieſt polé proſtokąta, którégo długość má łokci 5, i ſtopę 1, a ſzérokość 3 łokcie, i 1 ſtopę?*

Według nauki danéy w Rozdziele trzecim, części drugiéy, trzebaby naprzód obrócić łokcie na stopy; byłoby tedy długości stóp 11, a szérokości stóp 7, a zatém prostokąt miałby stóp kwadratówych 77, toiest, dzieląc przez 4, miałby łokci kwadratowych 19, i 1 stopę kwadratową. Możná się téż i obeyśdź bez tego obrócéniá łokci na stopy, wystawuiąc sobie stopę iak połowę łokcia, albo $\frac{1}{2}$, bo tak przypadnie mnożyć $5\frac{1}{2}$ przez $3\frac{1}{2}$.

$5\frac{1}{2}$ *mnożny*				
$3\frac{1}{2}$ *mnożnik*				
15	*Łokci kwadrat: z rozmn:*	5	*przez*	3.
$1\frac{1}{2}$	- - - -	$\frac{1}{2}$	-	3
$2\frac{1}{2}$	- - - -	5	-	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$	- - - -	$\frac{1}{2}$	-	$\frac{1}{2}$

$19\frac{1}{4}$, *toiest 19 łokci kwadratowych, i 1 stopa kwadratowa.*

Możná téż było przed dodaniém ułomki łokcia, odmiénić na stopy. I tak $\frac{1}{2}$ łokcia kwadr: czyni 2 stopy kwadr: $\frac{1}{4}$ łokcia kwadr: czyni 1 stopę kwadr:

Do-

Dodanié byłoby ieszcze tym sposobém łatwieyszé.

Dwónáſté zadanié. *Prostokąt má długości łokci 12, calów 8, ſzérokości łokci 8, calów 6, iakież będzie iego polé?*

8 Calów czyni $\frac{1}{3}$ łokcia.
6 Calów czyni $\frac{1}{4}$ łokcia.

Więc trzeba rozmnożyć $12\frac{1}{3}$, przez $8\frac{1}{4}$.

$12\frac{1}{3}$ *mnożny*					
$8\frac{1}{4}$ *mnożnik*					
96	*wieloczyn*	z	12	*przez*	8
$2\frac{2}{3}$	-	z	$\frac{1}{3}$	*przez*	8
3	*wieloczyn*	z	12	*przez*	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{12}$	-	z	$\frac{1}{3}$	*przez*	$\frac{1}{4}$.

$101\frac{9}{12}$, *albo* $101\frac{3}{4}$ *toiest 101 łokci, 3 ćwierci kwadratowych.*

Trzynáſté zadanié. *Kupiono 27 łokci materyi, łokieć po 2 czérw: zł: i złot: 15, iléż przyydzie za wszystko zapłacić, rachuiąc czér: złoty po zł: 18?*

czérw: zł:	złoté.	
2,	15	*mnożny*
27,	-	*mnożnik*

54 *Liczba czérw: zł: rozmn: z 2 przez 27*
9 *Liczba czérw: zł: rozmn: z 6 zł: albo $\frac{1}{3}$ czérw: złotégo przez 27.*
9 *Liczba podobnie rozmnożoná.*
4. 9 *Li: roz: z 3 zł: albo $\frac{1}{6}$ czer: zł: przez 27*

76 *cz: zł: 9 złot: Sum: cała przyp: za łok: 27.*

 czérw:

czérw: zł: złote
Albo tak: *2* *15 mnożny*
27 - *mnożnik*

54 wieloczyn z 2 przez 27.
13. *9 wielocz: z 9 zł: albo* $\frac{1}{2}$ *czér: zł:*
9 wieloczyn: z 6 zł: albo $\frac{1}{3}$ *czér: zł:*

76 czérw: zł: 9 zł: Summa.

W piérwszém postępowaniu podzieliło się 15 złotych na 3 części 6, 6, 3. A ponieważ 6 złotych, iest to trzecia część, albo $\frac{1}{3}$ czérw: złotégo, rozmnażaiąc przez nie po dwa razy 27, wzięła się dwa razy trzecia część tychże 27, toiest 9 zł: a że 3 złote iest połowa 6 zł: dla tego wzięła się połowa 9 czérw: zł: toiest 4 czérw: zł: i zł: 9.

W drugiém postępowaniu podzieliło się 15 złotych na dwie części. 9, 6, albo $\frac{1}{2}$ czér: złotégo, i $\frac{1}{3}$, i zrozmnożéniá 27, przez $\frac{1}{2}$ a potém przez $\frac{1}{3}$, wypadło 13 czérw: zł: 9 zł: i 9 czérw: złot:

Można ieszcze było i tak sobie postąpić.

15 złotych czyni $\frac{15}{18}$ czérw: złot: albo $\frac{5}{6}$; więc przypadnie $2\frac{5}{6}$ czer: zł: mnożyć przez 27.

2 razy 27 czyni - - - 54
$\frac{1}{6}$ *dwudziestu siédmiu czyni* - - $4\frac{1}{2}$
$\frac{5}{6}$ *tychże 27, czynią* - - - $22\frac{1}{2}$

Summa 54, i $22\frac{1}{2}$, *iest 76 czérw: zł: 9 złot:*

Przez té przykłady obiaśnią się dzieci, iak maią mnożyć liczby przez części ich iakiekolwiek, któré nazywać można kilkoraźné (*partes aliquotæ.*) Sądziłbym, że lepiéy się w to wprawić mogą przez wielé przykładów, niżeli przez reguły.

Przykład. *Kupiono materyi łokci* $8\frac{3}{4}$, *łokieć po 3 czérw: zł: i zł: 8; ileż za nię dano?*
czérw: zł: zł:
3, 8 mnożny
$8\frac{3}{4}$ *mnożnik*

24 czérw: zł: wieloczyn z 3 przez 8
2 czérw: zł: 12 zł: wielocz: z 6 zł: przez 8
- - - *biorąc* $\frac{1}{3}$ *ośmiu czérw: zł:*
16 wieloczyn z 2 złotych przez 8, biorąc $\frac{1}{3}$
- - - *ostatniéy liczby.*
1. 9 wieloczyn z 3 czérw: zł: przez $\frac{1}{2}$
13, 2 gr: ſr: wieloczyn z 3 czérw: zł: przez $\frac{1}{4}$ *biorąc połowę ostatniéy liczby rozmnożonéy.*
6 wieloczyn z 8 złot: przez $\frac{3}{4}$

czérw: zł. 30, złot: 2, gr: ſr: 2. Summa przypádaiącá za materyą.

W takowym przykładzie, iak iest tén ostatni, rozumiém, żeby się łatwiéy ustrzédz można omyłki, obrácaiąc przed zaczęciém mnożéniá czérwoné złoté na złoté, i tak na przykład 3 czérw: zł: i złot: 8, czyni zł: 62; a zatém będzie.

62 zł: mnożny
$8\frac{3}{4}$ *mnożnik*

496 zł: wielocz: z 62 przez 8
31 wielocz: z 62 przez $\frac{1}{2}$
15 2 gr: ſr: wielocz: z 62 przez $\frac{1}{4}$, *toiest*
- - - *połowa 31*

542 zł: 2 gr: ſr: Summa liczb rozmnożonych, którą

którą podzieliwszy przez 18, wypadnie czérw: złot: 30, zł: 2, gr: ſrébr: 2.

Możná ieszcze uwáżać w tym przykładzie 8 złotych iak $\frac{8}{18}$ *czérw: złotégo albo* $\frac{4}{9}$ *i mnożyć* $3\frac{4}{9}$ *przez* $8\frac{3}{4}$.

$3\frac{4}{9}$ *mnożny*
$8\frac{3}{4}$ *mnożnik*

24 *wielocz: z 3 przez 8*
$3\frac{5}{9}$ *wielocz: z* $\frac{4}{9}$ *przez 8*
$2\frac{1}{4}$ *wielocz: z 3 przez* $\frac{3}{4}$
$\frac{12}{36}$ *wielocz: z* $\frac{4}{9}$ *przez* $\frac{3}{4}$

$30\frac{5}{36}$, *albo 30 czérw: zł: 2 zł: 2 gr: ſrébr: ponieważ pięć trzydziestych szóstych części czérw: złotégo, iest to iedno, co 5 półzłotówek, albo 2 zł: i 2 gr: ſr:*

ROZDZIÁŁ IV.

O Dzieléniu Ułomków.

Piérwszé zadanié. *Kupiono ſukna za 12 czér: zł: którégo łokieć płacono po pół czérwonégo złotégo; iléż było łokci tego sukna?*

Gdyby łokieć tego ſukna kosztowáł 1 czér: zł: za 12 czérw: zł: byłoby łokci 12; ale ponieważ łokieć dwa razy mniéy kosztowáł; więc za 12 czérw: zł: powinno było bydź dwa razy tylé łokci, toiest 24.

Albo tak: Zapłacono za to ſukno 12 czér: zł: toiest 24 pół czérwonych złotych; za każdé pół czérw: złotégo był 1 łokieć; więc za 24 pół czérw: zł: było téż 24 łokci.

Drugié zadanié. *Kupiono ſukna po 12 złotych łokieć, toiest po* $\frac{2}{3}$ *czérw: zł: dano za wszystko 24 czérw: zł: iléż było łokci?*

Gdyby każdy łokieć kosztowáł 2 czérw: złoté; na tén czas za 24 czérw: zł: przypadłoby łokci 12, ale że każdy łokieć trzy razy mniéy kosztowáł: więc za 24 czérw: zł: trzy razy więcéy łokci było, toiest 36.

Albo tak: Dano za sukno 24, czérw: zł: toiest 72 trzecich części czérwonégo złotégo, albo 36 dwóch trzecich części czérwonégo złotégo. Ale $\frac{2}{3}$ czérw: zł: przypadły za 1 łokieć; więc 36 takich części czérw: złotégo przypadło za 36 łokci.

Trzecié zadanié. *Zapłacono złot: 12 za* $\frac{2}{3}$ *łokcia sukna; iléżby przypádło za łokieć tego sukna?*

Ponieważ $\frac{2}{3}$ łokcia kosztowały złot: 12; więc $\frac{1}{3}$ łokcia kosztowała złot: 6; a zatém łokieć cały kosztowáłby trzy razy tylé, toiest zł: 18.

Przez wielé takowych przykładów prowadzić trzeba dzieci do prawidła tego, którégo się trzymać maią, dzieląc liczbę całkowitą przez ułomek; a toiest: aby liczbę całkowitą podzielić przez licznika ułomku, a wieloráz stąd wynikły przez mianownika rozmnożyć; albo téż, co na iedno wychodzi, aby

aby naprzód odmieńić w ułomku porządek, i licznika napisać na mianownika mieyscu, a mianownika na mieyscu licznika, a potém rozmnożyć przez ułomek, tak przewrócony, liczbę całkowitą, która przez tén ułomek miała bydź podzielona.

I tak wieloráz z podzieléniá 18 przez $\frac{3}{4}$ znáyduiémy, dzieląc 18 przez 3, a wieloráz 6 mnożąc przez 4, co uczyni 24. Będzie tedy 24, wieloráz wypádaiący z podzieléniá 18 przez $\frac{3}{4}$.

Albo drugiégo używaiąc ſposobu: mnoży się 18 przez $\frac{4}{3}$, toiest przez $1\frac{1}{3}$, i podobnie iak wyżéy wypádá 24.

Gdy licznik ułomka nie znáyduie się ráz, lub kilka zupełnych razy w liczbie całkowitéy, którą má dzielić; na tén czas lepiéy iest użyć drugiégo ſposobu, i rozmnożyć liczbę całkowitą przez mianownika ułomku, a potém liczbę stąd rozmnożoną podzielić przez licznika. I tak chcąc podzielić 7 przez $\frac{3}{5}$, lepiéy iest naprzód 7 rozmnożyć przez 5, a potém 35 podzielić przez 3, co daie wieloráz $11\frac{2}{3}$; niżeli 7 podzielić piérwéy przez 3, a dopiéro wieloráz $2\frac{1}{3}$ rozmnożyć przez 5.

Czwárté zadanié. *Za $3\frac{1}{3}$ łokcie ſukna zapłacono złotych 40; po czémuż przypádł łokieć?*

Trzeba naprzód liczbę dzielącą $3\frac{1}{3}$, obrócić na ſamé trzecié części, i będzie $\frac{10}{3}$; przez $\frac{10}{3}$ trzeba potém dzielić 40, i na wieloraz wypadnie 12 złotych. Tylé tedy 1 łokieć kosztowáł.

wáł.

wáł. Jakoż doświádczyć tego można, rozmnożywszy 12 przez $3\frac{1}{3}$, co uczyni 40.

Z tego przykładu i wielu innych podobnych wnieść można, że kiedy przypadnie liczbę całkowitą dzielić przez inną mieszaną, toiest złożoną z całéy, i z ułomku; trzeba tę liczbę mieszaną obrócić na sám ułomek, a dopiéro dzielić zwyczaynie przez niego, liczbę całkowitą.

Piąté zadanié. *Sześciu robotników z jednakową usilnością prácuiących, má wykopać row długi na pół mili; iléż przypadnie wykopać wzdłuż każdému?*

Robota każdégo z tych 6 robotników, iest sześć razy mnieyszá, niżeli $\frac{1}{2}$; ale żeby tén ułomek $\frac{1}{2}$ oznáczaiący pół mili, sześć razy mnieyszym uczynić; trzeba mianownika iego, sześć razy większym zrobić, toiest rozmnożyć go przez 6, więc część roboty całéy przypádaiącá na iednégo robotnika będzie $\frac{1}{12}$ mili.

Szóſté zadanié. *Czteréch robotników má zrobić $3\frac{1}{5}$ łokci pewnéy roboty; iléż na iednégo przypadnie?*

Czwártá część 3 łokci ieſt $\frac{3}{4}$, czwátá część $\frac{1}{5}$ łokcia ieſt $\frac{1}{20}$; więc każdy z tych czteréch robotników powinién zrobić tylé, ilé czyni ſumma $\frac{3}{4}$ i $\frac{1}{20}$, toieſt $\frac{15}{20}$, i $\frac{1}{20}$; ſumma zaś ta ieſt $\frac{16}{20}$ łokcia, albo $\frac{4}{5}$.

W tym przykładzie lepiéy było zaráz liczbę podzielną obrócić cale na ułomek, i zamiást $3\frac{1}{5}$ byłoby $\frac{16}{5}$, których czwártá część ieſt $\frac{4}{5}$.

Uwá-

Uważaiąc sposób postępowaniá w tych i innych podobnych przykładach, możná to prawidło do dzieleniá ułomka przez liczbę całkowitą postanowić: że ułomek iuż iest przez liczbę całkowitą podzielony, gdy tylko mianownika iego rozmnożymy przez tę liczbę. Ale ieżeli licznik ułomka zawierá w sobie zupełnie liczbę cálkowitą ráz, lub więcéy razy, lepiéy iest licznika iego podzielić przez liczbę całkowitą, a tém samém podzielony będzie cały ułomek przez tę liczbę.

Siódmé zadanié. *Podróżny, który 6 mil na dzién uieżdżá, má przebydź mil $120\frac{1}{2}$; iléż dni na to potrzebować będzie?*

Podzieliwszy 120 przez 6, będzie wieloráz 20; podzieliwszy potém $\frac{1}{2}$ przez 6, wieloráz $\frac{1}{12}$; więc tému podróżnému trzeba dni $20\frac{1}{12}$ na odbycié téy drogi.

Osmé zadanié. *Rzémieślnik zrobił $\frac{4}{5}$ łokcia pewnéy roboty w trzech kwadransach godziny, toiest w $\frac{3}{4}$; iléż zrobi téyże roboty przez całą godzinę iednostaynie robiąc?*

Przez 3 godziny zrobiłby tén rzémieślnik cztéry razy tylé, co przez $\frac{3}{4}$ godziny, toiest przez czwártą część trzech godzin. Więc w 3 godzinach zrobiłby $\frac{16}{5}$ łokcia, a zatém w godzinę zrobiłby trzy razy mniéy, toiest $\frac{16}{15}$ łokcia, albo 1 łokieć i $\frac{1}{15}$, łokcia.

Albo tak. Gdyby tén rzémieślnik $\frac{4}{5}$ łokcia zrobił przez kwadrans, przez godzinę zrobiłby cztéry razy tylé, toiest $\frac{16}{5}$ albo $3\frac{1}{5}$ łokcia; ale że trzy razy więcéy czasu trawi na téy robocie;

bocie; więc téż trzy razy mniéy zrobi w godzinę, toiest: łokieć i $\frac{1}{15}$ łokcia.

Dziewiąté zadanié. *Pewny podróżny uiechał 15 mil i $\frac{3}{5}$ mili, w godzinach 10, i 24 minutach; iléż uieżdżał na godzinę?*

Możnáby liczbę dzielącą obrócić na samé minuty; ale możná téż i tak sobie postąpić. Ponieważ 24 minut czyni $\frac{2}{5}$ godziny; więc przypadnie podzielić $15\frac{3}{5}$ przez $10\frac{2}{5}$, toiest przez $5\frac{2}{5}$, co się wykoná, mnożąc $15\frac{3}{5}$ przez $\frac{5}{52}$, i będzie $1\frac{1}{2}$, toiest półtory mili, któré tén podróżny uieżdżá na godzinę.

Dziesiąté zadanié. *Za pewną liczbę łokci materyi zapłacono czérw: zło: 17, i zł: 2, każdy zaś łokieć kosztowáł cz: zł: 2, i zł: 8; iléż było łokci za té pieniądze, rachuiąc cz: zł: po zł: 18?*

Ponieważ 8 złotych są to $\frac{8}{18}$, albo $\frac{4}{9}$ czérwonégo złotégo; więc liczba dzielącá wychodzi na $2\frac{4}{9}$ a liczba podzielná na $17\frac{1}{9}$.

Liczbę dzielącą obróciwszy na sám ułomek, będzie $\frac{22}{9}$; a za tém przypadnie dzielić $17\frac{1}{9}$, przez $\frac{22}{9}$ co na iedno wychodzi, iak $17\frac{1}{9}$ mnożyć przez $\frac{9}{22}$. Mnożąc $17\frac{1}{9}$ przez 9, będzie 154, któré przez 22 podzieliwszy wypadnie na wieloráz 7, który oznáczá wielość łokci.

Jedénáste zadanié. *Zapłacono cz: zł: 41, i zł: 16, za pewną liczbę łokci materyi, któréy łokieć kosztowáł cz: zł: 4, i zł: 6; iléż było łokci?*

Możnáby wszystko obrócić na złote, ale téż możná liczbę podzielną wyrazić w ten kształt: $41\frac{8}{9}$,

$41\frac{8}{9}$, czérw: zł: a liczbę dzielącą tak: $4\frac{1}{3}$ czérw: zł: Przypáda więc podzielić $41\frac{8}{9}$, przez $4\frac{1}{3}$, albo przez $\frac{13}{3}$, toieſt mnożyć $41\frac{8}{9}$ przez $\frac{3}{13}$. Mnożąc $41\frac{8}{9}$, przez 3, będzie $125\frac{6}{9}$, albo $125\frac{2}{3}$; a dzieląc $125\frac{2}{3}$ przez 13, wieloráz będzie $9\frac{2}{3}$; liczba tedy łokci była $9\frac{2}{3}$.

Dwunáſté zadanié. *Jakáż ieſt długość tego proſtokąta, którégo polé zawiérá 35 łokci, i 3 ſtopy kwadratowé ſzérokości zaś má 5 łokci, i 1 ſtopę?*

Polé tego proſtokąta wychodzi na $35\frac{3}{4}$ łokci kwadratowych, ſzérokość iego wychodzi na $5\frac{1}{2}$ łokci.

Długość znáydę, dzieląc $35\frac{3}{4}$, przez $5\frac{1}{2}$, albo przez $\frac{11}{2}$. Dwa razy $35\frac{3}{4}$ czyni $71\frac{1}{2}$. Wieloráz z podzielonych $71\frac{1}{2}$ przez 11, ieſt $6\frac{1}{2}$. Więc tén proſtokąt będzie miał 6 łokci, i ſtopę 1 długości.

Trzynáſté zadanié. *Długość proſtokąta ieſt 7 łokci, 1 ſtopa, 8 calów. Polé tegoż proſtokąta 52 łokci kwadr: 3 ſtóp kw: 72 cali kwad: iakáż będzie iego ſzérokość?*

3 Stopy kwadr: czynią $\frac{3}{4}$ łokcia kwadr: a 72 cale kwadr: czynią połowę ſtopy kwadratowéy, toieſt $\frac{1}{8}$ łokcia kwadratowégo, ſumma $\frac{3}{4}$ i $\frac{1}{8}$ ieſt $\frac{7}{8}$; więc polé tego proſtokąta wychodzi na $52\frac{7}{8}$ łokci kwadratowych.

1. Stopa ieſt połowa łokcia, 8 calów ieſt trzecią częścią łokcia. ſumma $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{3}$ ieſt $\frac{5}{6}$; więc długość tego proſtokąta wychodzi na $7\frac{5}{6}$ łokci. Szérokość iego znáydę dzieląc $52\frac{7}{8}$ przez $7\frac{5}{6}$, albo przez $\frac{47}{6}$; $52\frac{7}{8}$, rozmnożywszy przez 6, będzie

$317\frac{1}{4}$, podzieliwſzy tę $317\frac{1}{4}$ przez 47, znáydę wieloráz $6\frac{3}{4}$, toieſt 6 łokci, 1 ſtopę, 6 calów.

ROZDZIÁŁ V.

Zawiéraiący niektóré skróceniá w działaniach cztérech Rozdziáłów poprzedzaiących, i Początki o Dzieléniu liczb. (q)

W Rozdziáłach cztérech poprzedzaiących wykładaliśmy sposób poſtępowaniá sobie z ułomkami, w zwyczaynych około nich działaniach, oddaliwszy na ſtronę té ſkróceniá, których czasém użyć można było. W tym Rozdziele ieſt myśl nasza, dadź poznać té ſkróceniá. (r)

Po-

(q) Przez dzielnika liczb, rozumié się ta liczba, która dzieli inną bez reszty.

(r) Nie trzeba Nauczycielóm odkłádać używaniá tych skróceń, o których teráz mowa, aż poki nie doydą do nauki o nich podanéy w tym Rozdziele, i owszém gdziekolwiek się podá sposobność, w każdym zdárzaiącym się przypádku, niech zaráz i té skróceniá sposoby przydaią; tłumacząc ié tak iak się tu wykłádaią, bez podawaniá reguł ogólnych, a mianowicie nie obciążaiąc pamięci dziecinnéy regułami na skrócénié mnożéniá, i dzieléniá ułomków.

Pokázało się, że można licznika, i mianownika ułomku rozmnożyć przez też samę liczbę nie odmiéniaiąc przez to znaczéniá iego, toieſt ani go powiększaiąc, ani zmnieyszaiąc. To ſamo rozumowanié przyſtósowáć można, i do podzieléniá ułomka przez liczbę iednakową.

Że ułomki w mnieyszych liczbach wyrażoné, są wygodnieysze od tych, w które wchodzą liczby większé; rzecz iasná: bo takich ułomków w robotach rachunkowych używaiąc, i wártość ich prędzéy ſobie wyſtawić można, i omyłki łatwiéy się uſtrzédz, i działanié z nimi przedsięwzięté, w krótszym czasie zakończyć. I tak lubo té dwa ułomki są równé $\frac{2}{3}$ i $\frac{32}{48}$, lepiéy iednak ieſt użyć piérwſzégo, niż drugiégo, gdy potrzeba konieczna nie przynagla, aby ułomek piérwszy pod kształtém drugiégo wyrazić. Przeto gdy czynić co z ułomkiém mámy, trzeba naprzód uważáć, czyliby nié można pod prościeyszym iakim kſztáłtém wyrazić ułomka tego, nie odmiéniaiąc iego wártości. W tén czas zaś ſtać się to może, gdy licznik, i mianownik ułomka przez tę samę liczbę dá się zupełnie podzielić. Tak na przykład ułomek $\frac{32}{48}$, można w tén kształt wyrazić $\frac{2}{3}$, ponieważ i licznik 32, i mianownik 48 daie się zupełnie dzielić przez tę samę liczbę 16, i na wieloráz zupełnie wypádaią té dwie liczby: 2 i 3.

Czasém z piérwszégo zaráz weyźrzéniá łatwo ieſt pomiarkowáć, że ułomek może bydź wyrażony w mnieyszych liczbach, a to w tén czas, gdy licznik i mianownik ułomka może się po-

podzielić przez té małé liczby: 2, 3, 5, *i t. d.* albo przez inné z tych rozmnożoné. Na przykład tén ułomek $\frac{32}{48}$, odmiéniá się w té $\frac{16}{24}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{3}$, dzieląc wyrazy iego naprzód przez 2, potém ułomek $\frac{16}{24}$ z tego dzieléniá wynikły, dzieląc znowu podobnie przez 2, *i t. d.* aż się dóydzie do oſtatniégo ułomka $\frac{2}{3}$, którégo licznik, i mianownik, już się więcey przez 2 dzielić nie daie. Tak tén ułomek $\frac{105}{120}$, weźmie inny kształt $\frac{35}{40}$, podzieliwszy licznika i mianownika iego przez 3; a znowu tén: $\frac{35}{40}$, gdy podobnie będzie przez 5 podzielony zamiéni się w $\frac{7}{8}$.

Liczba może bydź zawſze przez 2, podzieloná, gdy oſtatniá iéy cyfra przez 2 dzielić się daie. Bo ieżeli liczba złożoná ieſt z dziesiątków, i z iedności párzyſtych, dziesiątki mogą bydź przez 2 podzieloné, iedności párzyſté także, więc i cała ta liczba może się podzielić przez 2. Jeżeli ieſzcze będą w niéy ſta, tysiącé, *i t. d.* té oczywiście przez 2 dzielić się mogą.

Podobnie, ieżeli liczba ſkłádá się ze ſtów, dziesiątków, i iedności; ponieważ każdé ſto bydź może przez 4 podzieloné, ieżeli oprócz tego i oſtatnié dwie cyfry dzielić się przez 4 mogą; to i całą tę liczbę można podzielić przez 4. I tak liczby té 324, 528, dzielić się mogą przez 4, bo 24, 28, można też przez 4 podzielić.

Także ponieważ tysiąc każdy można przez 8 podzielić, ieżeli oprócz tysięcy, liczba zawierać będzie w sobie ſta, dziesiątki, iedności, a trzy oſtatnié liczby przez 8 także podzielić można, cała taká liczba może bydź przez 8 podzieloná. I tak 57912, 87656, mogą bydź przez

przez 8 podzieloné, że trzy ostatnié: 912, 656, dzielą się téż przez 8.

Podobnym sposobém pokázać możná, że ieżeli liczba iaká kończy się na 0, albo na 5; taká może bydź przez 5 podzieloná, a ieżeli ostatnié cyfry są 25, 50, 75, albo dwá zera, taką liczbę podzielić możná przez 25.

W tén czas zaś liczbę możná przez 3 podzielić, gdy summa cyfr składaiących tę liczbę (bez względu na mieyscé, które zastępuią) może bydź przez 3 podzieloná. I tak té liczby: 12, 15, 18, 21, 24, 27, których summa cyfr iest 3, 6, 9, 3, 6, 9, możná wszystkié przez 3 podzielić dlá tego; że summa cyfr oné składaiącá, dzielić się przez 3 daie.

Dowieśdź zaś téy prawdy stąd możná, że i ta liczba może się przez 9 podzielić, któréy summa cyfr może bydź przez 9 podzieloná. Co w ten sposób okazuię:

Jeżeli liczba má tylko iednę cyfrę początkową, a resztę zerów, liczba ta równá iest summie téy pierwszéy cyfry, i dziewięciu, kilka lub więcéy razy dodanym.

I tak licz: 20, *równá iest sum:* 2 *i* 2 *razy* 9
400, - - 4 *i* 44 *razy* 9
5000, - - 5 *i* 555 *razy* 9

A zatém liczba każdá równá iest summie cyfr, oné składaiących, i 9 pod pewną liczbą wziętym, kiedy więc i ta summa cyfr może bydź przez 9 podzieloná; toć w ten czas i cała liczba może się téż przez 9 podzielić.

I tak

I tak liczba 432, dzieli się przez 9, bo summa iéy cyfr iest 9. Liczby 8712 summa cyfr 18 i t. d.

Ponieważ zaś liczba każdá równá iest summie cyfr, które ią składaią, wráz z 9 pod pewną liczbą wziętémi, ta sama liczba równá téż bydź musi, téyże summie cyfr, i 3 pod pewną liczbą wziętym, bo 3, dzieli 9. Jeżeli tedy summa cyfr może się przez 3 dzielić, więc i cała ta liczba może bydź przez 3 podzieloná.

Taż sama liczba, którą podzielić możná tak przez 2, iako i przez 3, może téż bydź podzieloná i przez 6.

Jeżeli liczba iaká daie się dzielić przez té cztéry: 2, 3, 5, 7, osobno wzięté, tą sama liczba dá się dzielić nie tylko przez liczby 6, 10, 14, 15, 21, 35, które pochodzą z rozmnożéniá pierwszych po dwie wziętych; ale téż i przez té: 30, 42, 105, które pochodzą z rozmnożéniá pierwszych potróynie wziętych i t. d.

Liczby 2, 3, 5, i t. d. które innych liczb siebie dzielących nie maią, oprócz siebie samych i iedności, nazywaią się *liczbami pierwszémi (numeri primi.)*

Liczby zaś 6, 10, 15, 30, i t. d. które pochodzą z rozmnożeniá liczb pierwszych, nazywaią się *liczbami składanémi (numeri compositi.)* Gdy tedy wiemy, które liczby pierwsze dzielą inną iaką liczbę, zgádnąć możémy i liczby składané dzielącé tę samę liczbę.

K Przy-

Przykład. Wiedząc, że ta liczba 210 dzielić się może przez 2, 3, 5, 7, i że się robi z rozmnożénia koleynégo, tychże liczb cztérech, doydę innych liczb dzielących tę samę liczbę 210, tym sposobém:

Naprzód té liczby 2, 3, 5, 7, mnożę po dwie, toiest 2 przez 3, 2 przez 5, 2 przez 7, 3 przez 5, 3 przez 7, 5 przez 7, i będę miał liczby stąd rozmnożoné 6, 10, 14, 15, 21, 35. Potém mnożę ié podobnie po trzy, i będzie 30, 42, 70, 105. Naostatek wszystkié cztéry mnożę koleyno, i będę miał 210. Otoż każdá z tych liczb znalezionych, dzielić może liczbę 210.

Ale ta rzecz obszérniéy będzie wyłożoná na inném mieyscu, gdzie osobná podá się nauka o *rozmaitych połączéniach (de combinationibus.)*

Niech będzie ułomek $\frac{144}{1728}$, który chcielibyśmy mieć w náyprościeyszych wyrazach. Naprzód 144, i 1728, podzielić można przez 2, po którém podzieléniu, ułomek weźmie tén kształt $\frac{72}{864}$, dzieląc potém obadwa té nowé wyrazy przez 2, będzie $\frac{36}{432}$, té znowu przez 2, będzie $\frac{18}{216}$, daléy dzieląc i té przez 2, będzie $\frac{9}{108}$. Podzieliwszy tak 9, iak 108 przez 3, będzie $\frac{3}{36}$, to samo przez 3, będzie $\frac{1}{12}$. Więc ułomek pierwszy $\frac{144}{1728}$, zamiéni się tym sposobém w tén $\frac{1}{12}$.

Możná było przyiśdź zaráz do tego ostatniégo ułomka, doświádczaiąc, czyli mianownik 1728, nié mógłby bydź podzielony przez licznika 144; bobyśmy byli znalezli, że go zupełnie dzieli, i znayduie się w nim 12 razy, tak iak sam w sobie ráz się znáyduie. Z takowégo podzieléniá od razu byłby wypádł tén ułomek $\frac{1}{12}$.

Podobnie niech będzie ułomek $\frac{720}{1764}$, weźmie on iedén po drugim té kfztałty: $\frac{360}{882}$, $\frac{180}{441}$, $\frac{60}{147}$, $\frac{20}{49}$, dzieląc wyrazy iego naprzód przez 2, potém wyrazy drugiégo ułomku z tego podzieléniá wypadłego dzieląc przez 2, trzeciégo i czwártego, przez 3, aż się doydzie do ostatniégo ułomka $\frac{20}{49}$, którégo licznik, i mianownik iuż więcey przez iednę liczbę dzielić się nie daie. Możná było zaráz z początku podzielić licznika i mianownika ułomka tego $\frac{720}{1764}$, przez 36, i od razu mielibyśmy tén drugi ułomek $\frac{20}{49}$,

Dobrze więc iest szukać zaráz náywiększéy, która bydź może liczby dzielącéy, tak licznika, iako i mianownika, aby przez takowé dzielenie przywieśdź ułomek do iak náyprościeyszych wyrazów. Jeżeli licznik sám kilka zupełnie razy znáyduie się w mianowniku; to on iest takowém dzielnikiém. Przeto ułomek $\frac{3}{12}$, ténże iest co $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{15}$, co $\frac{1}{3}$; $\frac{6}{30}$, co $\frac{1}{5}$, i t. d.

Niech będzie ułomek $\frac{18}{30}$, którégo licznik nie dzieli zupełnie mianownika, mianownik tén 30, może się na części rozłożyć, 18, i 12. Liczba, którаby zupełnie dzieliła wyrazy tego ułomka: 18, i 30, ta sama dzieliłaby i 18, część mianownika 30, równą licznikowi, a zatém

zatém i drugą tychże 30, część 12 dzielićby musiała. Więc ta liczba taká bydź powinna, któráby tak 12, iako i 18 zupełnie dzielić mogła. 18 Znowu składá się z 12 i z 6; więc liczba, któráby podzieliła tak 18, ako i 12 część ośmnástu, taká bydź powinná, któráby mogła i drugą część 18, toiest 6 podzielić. Cała tedy rzecz na tém się zasadzá, aby znaléźć náywiększą liczbę dzielącą tak 12, iako i 6. Liczba zaś ta iest 6; i ta to sama iest, przez którą podzieliwszy wyrazy 18 i 30 ułomku $\frac{18}{30}$, ułomek ten będzie pod náyprościeyszym kształtém tak wyrażony: $\frac{3}{5}$.

Poznać możná z tego przykładu, i z wielu innych podobnych, które Nauczyciele podadzą, że sposob którym ſzukać należy náywiększégo dwóch liczb dzielnika, w tém zawisł, aby liczbę mnieyszą od większéy odeymówać tylé razy, ilé to bydź może, i za każdym razém ſzukać liczby, ktoráby wspólnie dzieliła resztę każdą wypádaiącą, i liczbę mnieyszą.

I tak aby tén ułomek $\frac{180}{252}$, do prościeyszych przywieśdź wyrazów, ſzukám, ilé razy 180 wchodzi w 252; i znayduię, że wchodzi ráz 1, i zostaie się 72. Tey reszty 72, i 180 liczby mnieyszéy, ſzukám wspólnego dzielnika, toiest liczby, któráby zupełnie obiedwie podzieliła. Dzielę naprzód 180 przez 72, znayduię na wieloráz 2, i zostaie 36.

Szukám daléy liczby dzielącéy tę resztę 36, i liczbę mnieyszą 72. Dzielę 72 przez

36,

36 wieloráz iest 2, i nic nie zostaie. Więc 36, iest náywiększá liczba dzielącá tak 252, iak i 180; i ułomek powyższy, w tych mnieyszych daleko liczbach wyráżá się: $\frac{5}{7}$.

Wzór działaniá.

```
Liczník mianow:
              180|252|1
                 |180|    180 rozmn: przez 1
Reszta 1ſza  72|180|2
                |144|  72 rozmn: przez 2
Reszta drugá  36|72|2
                |72|36 rozmn: przez 2
                 0.
```

Weźmy ieszcze ułomek $\frac{630}{875}$, i tymże ſposobém przywiedźmy go do prościeyszych wyrazów.

Wzór działaniá.

```
630|875|1
    630
     245|630|2
         490
          140|245|1
              140
               105|140|1
                   105
                    35|105|3
                       105
                        0.
```

Liczba

Liczba náywiększá, którá dzielić może licznika i mianownika ułomka $\frac{630}{875}$, iest 35; będzie tedy po takowém podzieleniu: $\frac{18}{25}$, ułomek w mnieyszych liczbach wyrażony.

Gdy licznik, albo mianownik ułomka, nie wiele má liczb, które go zupełnie dzielić mogą; té samé liczby służyć mogą do pomiarkowániá, czyli ułomek przywieśdź możná do prościeyszych wyrazów.

Przykłady. Niech będzie ułomek $\frac{35}{98}$. Licznik iego nié może bydź podzielony, tylko przez 5, albo przez 7. Mianownika 98, nie dzieli 5, ale go dzieli 7, i znáyduie się w nim razy 14, więc ułomek $\frac{35}{98}$, będzie w prościeyszych wyrazach $\frac{5}{14}$. Podobnie w tym ułomku $\frac{495}{9889}$, licznika podzielić możná przez 5, 9, 11; mianownika zaś dzieli tylko ostatniá liczba 11, i znáyduie się w 9889, razy 899. Więc prościeyszy wyráz ułomka $\frac{495}{9889}$, tén będzie $\frac{45}{899}$.

Chociáż ułomki będą miały kształt náyprościeyszy, możná czasém użyć i z niemi skróceniá w zwyczaynych czterech działaniach.

Dwa ułomki: $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{6}$, dodadź potrzeba. Według prawidła powszechnégo, té ułomki naprzód do iednakowégo mianownika przywiedzioné byłyby $\frac{6}{18}$, i $\frac{3}{18}$, a ich ſumma $\frac{9}{18}$, albo $\frac{1}{2}$. Ale że mianownik 6, drugiégo ułomka, dwa zupełné razy zawiérá w sobie 3, mianownika piérwszégo ułomka; dosyć więc będzie powiększyć tylé dwcie mianownika 3 piér-

piérwszégo ułomka, powiększaiąc podobnie i iego licznika 1; tym albowiém sposobém iuż obadwa ułomki, iednakowégo mieć będą mianownika, bo będzie $\frac{2}{6}$, i $\frac{1}{6}$. Summa tych dwóch ułomków: $\frac{3}{6}$, albo $\frac{1}{2}$.

Podobnie té dwa ułomki $\frac{1}{4}$ i $\frac{5}{12}$, iuż są do iednakowégo mianownika przywiedzioné, gdy tylko piérwszégo ułomku licznika i mianownika przez 3 rozmnożę; co go w tén kształt odmiéni; $\frac{3}{12}$, i obudwóch summa będzie $\frac{8}{12}$, albo $\frac{2}{3}$.

Niech będą ułomki $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{20}$, których mianownik ieden przez drugi podzielonym bydź zupełnie nié może, ale té ſamé dwa mianowniki 12, i 20, podzieloné bydź mogą przez náywiększą liczbę wspólnie ich dzielącą 4; 4 albowiém znáyduie się w 12, razy 3, a w 20, razy 5. Gdy tedy wyrazy piérwszégo ułomka $\frac{5}{12}$, rozmnożymy przez 5, a drugiégo $\frac{7}{20}$, przez 3, piérwſzy zamiéni się w tén $\frac{25}{60}$, a drugi w tén $\frac{21}{60}$, i ſumma ich będzie $\frac{46}{60}$, albo $\frac{23}{30}$.

Skróceniá, które w odeymowániu ułomków mieyscé mieć mogą, ſą té ſamé, co i w dodáwaniu. I tak różnica między $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{6}$, iest ta sama co między $\frac{2}{6}$, i $\frac{1}{6}$, toiest: $\frac{1}{6}$. Różnica między $\frac{5}{12}$, i $\frac{1}{4}$, ta sama co między $\frac{5}{12}$, i $\frac{3}{12}$, toiest $\frac{2}{12}$, albo $\frac{1}{6}$. Różnica $\frac{5}{12}$, i $\frac{7}{20}$, ta sama co między $\frac{25}{60}$, i $\frac{21}{60}$, albo $\frac{1}{15}$.

SKRÓ-

SKRÓCÉNIÁ, KTÓRYCH MNOŻĄC UŁOMKI, UŻYĆ MOŻNÁ, Z TEGOŻ SAMEGO ZRZODŁA WYNIKAIĄ.

Niechby przyſzło zwyczaynym ſpoſobém mnożyć ułomek $\frac{2}{3}$ przez 12; liczba rozmnożoná byłaby $\frac{24}{3}$, albo 8.

Też ſamę liczbę znáyduiémy, dzieląc naprzód 12 przez 3, a potém wieloráz 4, mnożąc przez 2. Ułomek: $\frac{1}{12}$, przez 4 rozmnożony daie $\frac{4}{12}$, albo $\frac{1}{3}$. To samo wypádá, gdy tylko mianownika 12, ułomka $\frac{1}{12}$, podzielę przez 4. Niech będzie ieſzcze ułomek $\frac{1}{24}$, który przez 16 rozmnożywſzy uczyni $\frac{16}{24}$, albo $\frac{2}{3}$. Té ſamé $\frac{2}{3}$ znalázłbym dzieląc 24, i 16, przez náywiękſzą liczbę 8, obydwie té dzielącą; bo zamiáſt mnożéniá $\frac{1}{24}$, przez 16, mnożyłbym tylko $\frac{1}{3}$, przez 2. Podobnie chcąc $\frac{1}{48}$, rozmnożyć przez 32, mnożyłbym tylko $\frac{1}{3}$, przez 2; chcąc rozmnożyć $\frac{5}{24}$ przez 9, mnożyłbym $\frac{5}{8}$ przez 3. *i t. d.*

Niech znowu mám mnożyć té dwa ułomki ieden przez drugi $\frac{1}{3}$ i $\frac{3}{8}$. Idąc za powszechném práwidłém, będę miáł ułomek z tych dwóch rozmnożony $\frac{3}{24}$, albo w proſtszych wyżazach $\frac{1}{8}$, cobym też znalazł, dzieląc przed mnożeniém mianownika pierwszégo ułomka, a licznika drugiégo przez 3. Té dwa także ułomki: $\frac{3}{8}$ i $\frac{8}{15}$, zwyczaynym mnożąc ſpoſobém, miałbym $\frac{24}{120}$, albo $\frac{1}{5}$. To samo wyydzie dzieląc pierwſzégo ułomku mianownika, i drugiégo licznika przez 8, a znowu pierwſzégo licznika, a drugiégo mianownika przez 3. Podobnie z rozmnożéniá zwyczaynégo tych dwóch ułomków $\frac{8}{15}$ i $\frac{9}{20}$, wypádá $\frac{72}{300}$, albo $\frac{6}{25}$; i to samo też wypadnie, gdy przed mnożéniém, podzielę licznika ułomku drugiégo, i mianownika pierwſzégo przez 3, a licznika pierwszégo, i mianownika drugiégo podzielę przez 4, dopiéro tak podzieloné ułomki: $\frac{2}{5}$ i $\frac{3}{5}$, rozmnożę ieden przez drugi.

Co do dzieléniá, tymże ſpoſobém samym ſkrócić ié w ułómkach można, iak się ſkrácało mnożénie; ponieważ odmiéniwszy porządek wyrazów ułomka, dzielącégo drugi ułomek, dzieléniá robota nie różni się od mnożéniá.

ROZDZIÁŁ VI.

Różné Ćwiczéniá w Rachunkach, w któré ułomki wchodzą.

Pierwszé zadanié. *Dwóch przyiációł odległych na mil 21, iedzie na przeciw ſiebie. Jedén uieżdżá na 5 godzin 3 mile, drugi na 5 także godzin uieżdżá 4 mile. Jakże z ſobą ſię zjadą?*

Pierwszy z nich uieżdżá na godzinę $\frac{3}{5}$ mili, a drugi $\frac{4}{5}$ mili; więc w godzinę zbliżą się na $\frac{7}{5}$ mili. Jak długo zaś będą do siebie iechać, nim się zjadą; to znáydę dzieląc 21 przez $\frac{7}{5}$, albo mnożąc 21, przez $\frac{5}{7}$, i wypadnie 15 godzin. Jakoż tak się w samey rzeczy pokazuie, bo pierwszy w tych 15 godzinach

nach uiedzie mil 9, a drugi 12, których summa iest 21.

Drugié zadanié. *Gdyby iedén z tych przyiaciół uieżdżał 3 mile w 4 godzinach, a drugi 4 milé w 5 godzinach oddalonémi będąc na mil 62, kiedyżby się zjechali?* Odpowiédź za 40 godzin.

Trzecié zadanié. *Sadzáwka pewná może bydź napełnioná w 5 dniach wodą płynącą iednostaynie, iedném korytém. Ta sama woda drugiém korytém wypływaiąc, wypróżniłaby sadzáwkę w dniach 6. Niechże woda razém wpływá piérwszém kórytém do sadzáwki, i drugiém wypływá, w iakimże czasie ią napełni?*

Przez dzién 1 woda płynącá piérwszém kórytém napełniłaby $\frac{1}{5}$ sadzáwki, a drugiém wypływaiącá wypróżniłaby na dzién $\frac{1}{6}$ sadzáwki; więc kiedy razém tamtém korytém wpływá, a tém wypływá, tylé iéy w sadzáwce na końcu dnia zostanie, ilé okáże różnica między $\frac{1}{5}$ i $\frac{1}{6}$ toiest $\frac{1}{30}$ sadzáwki. A zatém za 30 dni całá sadzáwka wodą będzie napełnioná.

Czwárté zadanié *Pewná osoba maiącá 1440 zł: w troiaki handel ié włożyła. W piérwszy włożyła trzecią część tego maiątku, któréy w rok trzecią znowu część zyskałá. W drugi włożyła czwártą część tegoż maiątku, i z téy czwártą część zyskała. W trzeci naostatek włożyła resztę swégo maiątku, i szóstą część téy reszty zyskała. Jléż po skończonym roku ze wszystkiém mięć będzie?*

Trze-

			złote,
Trzeciá część tego maiątku iest	- - -		480
Czwártá część	- - - - -		360
Reszta maiątku	- - - -		600
		zł:	zł:
Zysk stąd wynik:	$\frac{1}{3}$, *tychże*	*480 iest*	*160*
- - -	$\frac{1}{4}$, -	*360*	*90*
	$\frac{1}{6}$ -	*600*	*100*
	Zysk cały iest zł:		350

Maiątek więc cały téy osoby po skończonym roku będzie summa z 1440 zł: i 350, toiest 1790 zł:

Piąté zadanié. *Pewná osoba má 81000 zł: Na początku każdégo roku wydaie 2700 zł: co rok zaś zyskuie trzecią część reszty pozostałéy po odięciu 2700 złot: iléż za trzy lata mieć będzie?*

Maiątek piérwszy - - -	81000 zł:
Wydatek na początku piérwszégo roku - - -	2700
Reszta maiątku na początku piérwszégo roku - - - -	78300
Zysk piérwszégo roku - -	26100
Maiątek na końcu piérwszégo roku	104400
Wydatek na początku drugiégo roku	2700
Maiątek na początku drugiégo roku	101,700
Zysk drugiégo roku - - -	33900
Maiątek na końcu drugiégo roku -	135600
Wydatek na początku trzeciégo roku	2700
Maiątek na początku trzeciégo roku	132900
Zysk trzeciégo roku - - -	44300
Maiątek na końcu trzeciégo roku -	177200

Nie-

Niecháy na więcéy ieszcze takowych przykładach, sobie od Nauczycielów zadanych, nabiéraią wprawy dzieci w podobnych rachunkach.

ROZDZIÁŁ VII.

O Ułomkach Dziesiątnych (fractiones decimales.)

Oprócz ułomków, o których mówiliśmy, iest ieszcze szczególnieyszy ich gatunek, którégo używaią często Matematycy; ale w potocznych, i zwyczaynie zdárzaiących się robotach rachunkowych, mało nawet iest znany od tych, którzy się niémi zatrudniaią. Nauczyciele nie prędzéy wykładać będą tę naukę uczniom swoim, aż potrzebę iéy będą mogli pokázać przy wyciąganiu piérwiastków kwadratowych przez zbliżénié. (*radix quadrata per approximationem.*)

Chcieymy 11	*podzielić przez* 10,	*wiel: będzie*		$1\frac{1}{10}$
101	-	- 100	-	$1\frac{1}{100}$
1001	-	- 1000	-	$1\frac{1}{1000}$

Takowé ułomki: $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$, i t. d. których mianowniki są liczby 10,100,1000, i t. d. nazywaią się *dziesiątnémi* (*decimales.*) Té ułomki $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$, i t. d. są, następuiący każdy 10 razy mnieyszy od poprzedzaiącego. I tak $\frac{1}{10}$ iest dziesiątá część iedności; $\frac{1}{100}$, iest 10 rązy mniéy, niż $\frac{1}{100}$, i t. d. tak dalece, że liczénié takowych ułomków tym porządkiém idzie, iak i liczénié liczb całkowitych.

Zgodzono się przeto, aby zamiást mianowników, tych ułomków, użyć innego znaku dlá oznáczéniá ich różnicy od liczb cálkowitych. Tén znak pospolicie iest kreska położoná między iednosciami, i dziesiątnémi ich częściami, toiest tam, gdzie się kończą liczby całkowité, a zaczynaią ułomki dziesiątné. I tak zamiást $1\frac{1}{10}$, $1\frac{1}{100}$, $1\frac{1}{1000}$, i t. d. pisze się 1, 1; 1,01; 1,001; i t. d. co się stósować má i do ułomków dziesiątnych, w któré kilka części iedności wchodzi, i któré kilka znaków liczbowych maią. I tak wielorazy z 12, 13, 14, 15, i t. d. przez 10 podzielonych, piszą się: 1, 2; 1, 3; 1, 4; 1, 5; i t. d.

Wielorazy 121, 134, 145, przez 100, piszą się tak: 1, 21; 1, 34; 1, 45; i t. d.

Ténże sposób pisaniá zachowuie się, chociáż żádnych liczb całkowitych nie będzie przy takowych ułomkach. I tak na przykłád wieloráz z 12, przez 100 podzielonych, w tén kształt wyráża się: 0, 12, wieloráz z 12 przez 1000 podzielonych tak: 0, 012.

Wártość znaków wyrážaiących ułomki dziesiątné, zawisła od téy odległości, którą każdy z nich má od znaków iedności, albo kreski po tychże położonéy. Piérwszy znak po kréśce, oznacza części dziesiąté iedności, drugi setné, trzeci tysiączné, i t. d. Im dalszy

szy tedy znak ułomka takiégo, iest od téy kréski, tém mniéy znaczy; tak dalece, że wielkość ułomku dziesiątnégo, zawisła bardziey od wielkości piérwszego po iednościach znaku, niżeli od wielości tych znaków. I tak ten ułomek dziesiątny: 0, 2, iest większy, niżeli ten: 0, 19999; ułomek także: 0, 56; większy iest od tego: 0, 55999; i t. d.

Zera przydané po prawéy ręce ułomka dziesiątnégo, nic go nie odmiéniaią. I tak wyrazy té: 1, 10; 0, 200; 0, 3000; 0, 45000; i t. d. to samo znaczą, co té: 1, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 45; i t. d.

Można czasém ułomek zwyczayny wyrazić pod kształtém ułomka dziesiątnégo. I tak té ułomki zwyczayné: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, i t. d. to samo znaczą co té dziesiątné: 0, 5; 0, 25; 0, 75; 0, 125; 0, 375; i t. d. Aby zaś ułomki zwyczayné przemiénić na dziesiątné, dodaie się do licznika zero iedno, dwa, trzy, lub więcéy, gdy potrzeba, i tak rozmnożony dzieli się przez mianownika, a wielorazy stąd wypadłé, czynią ułomki dziesiątné.

Tym sposobém ułomki zwyczayné, wzwyż wyrażone, przemiéniliśmy na dziesiątné, gdzie tylé zerów do tychże ułomków zwyczaynych przydáwało się, ilé potrzeba było na otrzymanié wielorazów zupełnych.

Ale czasém nié można zupełnie ułomka zwyczaynégo wyrazić przez ułomek dziesiątny. I tak ułomek $\frac{1}{3}$, równy iest prawie tému 0,

3333;

3333; i t. d. ale nie zupełnie; ponieważ choćby náywięcéy zerów przydać do licznika 1, nigdy ten zupełnie przez 3 podzielonym bydź nié może. Podobnie ułomek $\frac{5}{6}$ równá się, ale nie ze wszystkiém tému: 0, 8333; i t. d.

Cztéry zwyczayné rachunkowé działaniá tém samém odprawuią się ſposobém na ułomkach dziesiątnych, iako i na liczbach całkowitych.

Niech maią bydź dodané té ułomki dziesiątné: 0, 3; 0, 5; albo $\frac{3}{10}$ i $\frac{5}{10}$, ſumma ich będzie 0, 8; albo $\frac{8}{10}$.

Wzory dodáwaniá.

	1,42,		3,45,		6,873,
	3,24,		2,8,		7,54,
Summa	4,66,	ſumma	6,25,	ſumma	14,413,

Trzeba zawſze podpisywać znaki iednakowégo gatunku, iedné pod drugiémi, tak, iako w liczbach całkowitych.

Wzory odéymowaniá.

	0, 8		2, 85,		3, 75
	0, 3		2, 42,		2, 677.
Reſz:	0, 5	*Reſzta*	0, 43	*Reſzta*	1, 073.

W oſtatnim przykładzie, liczba znaków dziesiątnych w liczbie odéymować się maiącéy, większá była, niżeli w liczbie, od któréy miało się ią odéymować. Aby w takim razie wygodnie można odeymować; dofyć ieſt przydadź chociaż myślą tylko, tylé zerów po prawéy ręce do liczby, od któréy drugą odéymuiémy

iémy, ilé ich potrzeba na to, aby w obudwóch liczbach ni więcéy, ni mniéy było znaków dziesiątnych. Tak w ostatnim przykładzie iedno zero przydadź dosyćby było.

Niech przyydzie mnożyć	1, 5,	prz:	10
- - - - -	3, 54,	prz:	100
Liczba stąd rozmnożoná będzie			15,
- - - - : - -			354.

A w powszechności mówiąc; mnożénié liczby dziesiątney, przez iedność maiącą tylé zerów przydanych, ilé w tamtéy iest znaków dziesiątnych, przemiéniá tę dziesiątną liczbę, w liczbę całkowitą.

Mnożąc liczbę	3, 5,	przez	20,
- - -	8, 72,	przez	300,
Liczba stąd rozmnożoná będzie			70.
- - - - - -			2616.

A w powszechności mówiąc, gdy się zdárzá liczby dziesiątné mnożyć przez iakąkolwiek liczbę całkowitą, która tylé ma zerów na końcu, ilé tamta znaków dziesiątnych; na tén czas można opuścić té zera, i z liczbą mnożną obeyśdź się iak z liczbą całkowitą.

Niech przyydzie mnożyć	1,5	przez	2
- - - - -	8,7	- -	6
- - - - -	1,32,	- -	12
Liczba rozmnożoná będzie	3		
- - -	52,2		
- - -	15,84.		

Przyczyna tego iest; bo gdyby przyszło mnożyć na przykład 132 przez 12, liczba rozmnożoná byłaby: 1584; ale że liczba mnożná 1,32, iest sto razy mnieyszá, niż 132; więc i liczba

liczba rozmnożoná powinná bydź sto razy mnieyszá, toiest 15,84, i tén znak 5, który w 1584, znaczył sta, tu w 15,84, znaczyć tylko powinién iedności.

Mnóżmy	6	przez	0, 5;
- - -	75	-	0, 24
- - -	75	-	2, 3
- - -	8	-	3, 64.
Liczba rozmnożoná będzie:			3
- - - - - -			18,
- - - - - -			172,5
- - - - - -			29,12.

A w powszechności mówiąc, kiedy się tráfi liczbę całkowitą mnożyć przez dziesiątną, tylé trzeba w liczbie rozmnożonéy odłączyć znaków dziesiątnych, ilé ich było w liczbie mnożącéy. Przyczyna tego iest ta sama, co wyżéy.

Niech znowu przyyd: mnoż:	2,5	przez	1,6
- - - - -	8,4	- -	3,5
- - - - -	7,8	-	3,6
Liczba stąd rozmnożoná	4		
- - - - -	29,4		
- - - - -	28,08.		

Żeby tedy liczbę dziesiątną przez drugą także dziesiątną rozmnożyć, trzeba ié tak, iak liczby całkowité rozmnáżać, a dopiéro w liczbie rozmnożonéy tylé dziesiątnych odłączyć, ilé ich razém było w obudwóch liczbach mnożnéy i mnożącéy.

Połowa	0, 4,	iest	0, 2
Czwártá część	1, 6	iest	0, 4
Trzeciá -	2, 4	iest	0, 8
Szóstá -	5, 4	iest	0, 9.

L Ta

Ta liczba 2, tyle razy zamyká w sobie 0, 2; ile razy inna liczba, 10 razy większá niż 2, zamyká w sobie drugą 10 razy większą niż 0, 2, toiest ile razy 20 zamyká 2, zamyká zaś 10 razy.

Podobnie 9 zamyká w sobie 0, 3 tyle razy, ile razy 90 zamyká 3, toiest 30 razy, 12 zamyká tyle razy 0, 16, ile razy 1200 zamyká 16, toiest 75 razy. Żeby więc podzielic liczbę całą, przez dziesiątną, trzeba tylko przydadź tey liczbie cały tyle zerów, ile ich má liczba dziesiątná, i tak się z dzielącą liczbą obeyśdź iak z całkowitą. I tak wieloráz z 8 przez 1, 6 podzielonych, iest ten sám, iak i z 80, podzielonych przez 16, toiest 5. Wieloráz z 12 przez 3, 2, ten sám, co i wieloráz z 120 przez 32, iest $3\frac{24}{32}$, albo $3\frac{3}{4}$, albo w dziesiątnych 3,75.

Wieloráz	0, 6	przez	0, 3			
- - -	1, 6	przez	0, 4			
- - -	3, 2	- -	0, 8			
- - -	4, 92		1,64,			
Iest ten co i	6	przez	3	toiest	2.	
- - -	16	-	4	- -	4	
- - -	32	-	8	- -	4	
- - -	492	-	1,64	- -	3.	

A w powszechności mówiąc, aby podzielić liczby dwie, iednę przez drugą, gdy tyleż iedna co i drugá má dziesiątnych; trzeba się tak obeyśdź zobiedwiema, iak z liczbami zupełnie cálkowitemi.

Wieloráz z 176,4 podzielonych przez 0,12, iest ten sám co z 176, 40 podzielonych przez 0, 12,

0, 12, albo z 17640 przez 12, toiest: 1470.

Wieloráz z 1,32 przez, 0, 6, albo z 1,32 przez 0, 60; albo z 132 przez 60, iest: $2\frac{12}{60}$, toiest 2, 2.

Żeby więc podzielić iednę przez drugą, liczby maiące znaki dziesiątne, naprzod tey liczbie, która mniey od drugiey ma znaków dziesiątnych, tyle się zerów przydaie, ile potrzeba, aby się obiedwie zrównały w liczbie znaków dziesiątnych, a potem tak iednę przez drugą dzielić, iak gdyby obiedwie były całkowite.

W reszcie, ponieważ ułomki dziesiątne, nic innego nie są, tylko gatunek szczególny ułomków, możnaby wszystkie z niemi działaniá, a osobliwie mnożenie, i dzielenie czynić tymże samym sposobem, iak ze wszystkiemi innemi ułomkami, w których, rozumiem, że iuż dokładną wprawę maią uczniowie. I tak liczba rozmnożoná z 1, 1 przez 2,3, iest ta sama, iakaby była z rozmnożeniá $1\frac{1}{10}$, przez $2\frac{3}{10}$, albo $\frac{11}{10}$, przez $\frac{23}{10}$, toiest $\frac{253}{100}$, albo $2\frac{53}{100}$, albo na koniec 2, 53.

CZĘŚĆ CZWÁRTÁ.
O REGULE TRZECH
(*REGULA TRIUM.*)

Za rzecz wielkiéy wági sądzę, aby uczniowie ułatwiéniá zadáń tu przytoczonych, i wielu innych podobnych przez roztrząsanié ich rozumém, dochodzili, nim pewné na to prawidła sobie podané mieć będą. Jeżeli tę część dzielę na Rozdziáły, czynię to za powszechnym idąc zwyczáiém.

Przeſtrzégám iednak Nauczycielów, aby względu na té podziáły nié maiąc; mieszali czasém, gdzie to dobrze przypadać będzie, zadaniá iednégo rozdziáłu z zadaniami innych; wybór atoli czyniąc łatwieyszych pomiędzy trudnieyszémi. I owszém zdałoby mi się, aby iak tylko uczniowie piérwszych cztérech rachunkowych robót, na liczbach całkowitych nauczą się, zaráz im wrzucać niektóré z téy części zadaniá, gdzieby samé tylko cáłkowité liczby wychodziły.

ROZDZIÁŁ I.
O Regule Trzech Prostéy, (Directa.)

Piérwszé zadanié. 8. *łokci ſukna koſztowało złotych 56, wieléż koſztować będzie łokci 16?*

Piérwſzy ſposób poſtępowaniá. Ponieważ 16 łokci dwa razy większą liczbę ſkłádá, niżeli 8 łokci, przypadnie téż dwa razy tylé zapłacić za łokci 16, iléby się za 8 łokci zapłaciło. A zatém przypadnie za té 16 łokci zapłacić złot: 112.

Drugi ſposób. Ponieważ 8 łokci sukna koſztuie zł: 56; iedén łokieć kosztuie ośm razy mniéy, toieſt 7 złotych, a zatém 16 łokci, kosztować będzie ſzesnáście razy 7, toieſt 112 złotych.

Trzeci ſposób. Gdyby iedén łokieć sukna koſztowáł 56 złotych; w tén czas 16 łokci kosztowałoby 16 razy tylé, toieſt 896 złotych; ale że ośm łokci dopiéro koſztuie 56 złotych; więc iedén łokieć ośm razy mniéy kosztuie niż 56 złotych, a zatém i 16 łokci ośm razy téż mniéy kosztuie niż 896 złotych, toieſt kosztuie tylko 112 złotych.

Możná przywieśdź powoli dzieci do rozwiązaniá tego, lub podobnégo zadaniá, przez rozłożénié go na zadaniá ſzczególnieyszé, przez pytaniá i odpowiedzi (*Methodo Socratica.*) Na przykład, to co się w drugim ſposobie poſtępowaniá wyraziło, takby mogło bydź rozłożoné.

Naprzód. Jeżeli 8 łokci kosztowało zł: 56, wieléż 1 łokieć koſztowáł? Odpowiédź 7 zł:

Powtóré. Jeżeli 1 łokieć koſztowáł zł: 7, wieléż 16 łokci koſztowało? Odp. 112 zł:

Drugié zadanié, *9 łokci ſukna koſztowało złotych 72, wieléż łokci będzie tego ſukna za zł: 216?*

Pierwszy sposób. Liczba 216 zł: ieſt trzykrotná liczby 72 złotych, za które było łokci 9; więc trzy razy tylé łokci, toieſt 27, będzie za 216 złotych.

Drugi sposób. Za łokieć tego sukna przypádá złotych 8; a że 216 złotych ieſt 27 razy tylé, co 8 złotych, więc za 216 złotych, przypadnie téż łokci 27.

Trzeci sposób. Gdyby 9 łokci koſztowało złoty 1, toieſt: gdyby za złoty 1, można mieć łokci 9, w tén czas za złotych 216, możnáby mieć 216 razy łokci 9, toieſt: 1944 łokci; ale że za 9 łokci, 72 razy iedén złoty przypádá, toiest 72 złotych; więc za 216 złotych przypadnie 72 razy mniéy łokci, niż 1944, toieſt: przypadnie tylko łokci 27.

Trzecié zadanié. *15 Robotników zrobiło 60 ſznurów pewnéy roboty, wieléż w tym samym czasie zrobi 45 robotników?*

Odpowiédź. Znaleziona sposobami wzwyż wyrażonémi: 180 ſznurów.

Czwártė zadanié. *Pewná osoba zrachowáwszy, i zmiérzywszy 200 swoich kroków, znalazła, że té czynią stóp 350; uszła potém 800 kroków, iléż stóp té 800 kroków czynić będą?*

Odpow: Znaleziona sposobami wzwyż wyrażonémi: 1400 stóp.

Drugim sposobém można było znaléźć, że iedén z tych kroków czynił $1\frac{3}{4}$ stopę.

Piąté zadanié. *Pewny podróżny uiechál mil 16, w 9 godzinach; iléż mil byłby uiechál w godzinach 27?*

Odpowiédź 48.

Szóste zadanié. *15 osób wydało w pewnym czasie 25 czérw: zł: iléżby 36 osób wydało, w tymże czasie, maiąc równé wydatki?*

Odpowiédź?

Piérwszégo sposobu trzymaiąc się, natráfilibyśmy na tę liczbę z ułomkiem: $2\frac{2}{5}$, w drugim zaś na te: $1\frac{2}{3}$.

Siódmé zadanié. *360 Korcy zboża wystárczało przez dni 15, na wyżywienié pewnéy liczby ludzi; na wieléż dni wystárczy tyluż ludziom 600. korcy?*

Odpowiédź? na 25 dni

Na wielu takowych przykładach wprawiać ucznie potrzeba; i aby ich w rachunkach z ułomkami, bardziéy ieszcze utwierdzić, podawać im należy takié przykłady, gdzieby i ułomki wchodziły.

Ósmé zadanié. *7 łokci materyi kosztowało czérw: zł: 15, i 10 zł: iléż kosztować będzie łokci 12 téyże materyi?*

Piérwszégo sposobu użycié tu iest nie wygodné.

Według drugiégo sposobu, łokieć wypádá po czérw: zł: 2, złot: 4; a zatém za 12 łokci, przypádá czérw: zł: 26, złot: 12.

Trzeci sposób. Gdyby łokieć był po czér: zł: 15, i złot: 10; za 12 łokci przypádałoby czérw: zł: 186, zł: 12; a ponieważ łokieć mniéy 7 razy kosztowáł, toć i 12 łokci, mniéy 7 razy kosztować będzie, toiest 26 czér: zł: złot: 12.

Dziewiąté zadanié. *Pół ósma łokcia płótna, toiest $7\frac{1}{2}$, kosztowało zł: 25; iléżby kosztowało łokci 16?*

Przystósowanié tu piérwszégo sposobu nie wygodné. Dru-

Drugim sposobém znáyduiémy cenę 1 łokcia, dzieląc 25, przez 7 i $\frac{1}{2}$, albo przez $\frac{15}{2}$; toiest dzieląc 50 przez 15, i wypadnie na wieloráz $3\frac{1}{3}$, toiest złot: 3 gr: 10; a zatém cena 16 łokci będzie 53 zł: i 10 groszy.

Trzeci sposób. Cena 16 łokci po 25 zł: łokieć, byłaby 400 złotych. Cena zaś 16 łokci, gdy 25 zł: za $7\frac{1}{2}$ łokci przypádá, znáyduie się dzieląc 400 przez $7\frac{1}{2}$, albo przez $\frac{15}{2}$, toiest: dzieląc 800 przez 15, wieloráz wypadnie 53 złotych i 10 groszy.

Dziesiąté zadanié. *$8\frac{2}{3}$, łokci sukna kosztowało zł: 108, gr: 10; iléż kosztować będzie łokci 18?*

Piérwszégo sposobu użycié tu nie wygodné.

Drugim sposobém znáyduię cenę 1 łokcia; dzieląc 108 zł: gr: 10 przez $8\frac{2}{3}$, albo przez $\frac{26}{3}$, toiest dzieląc przez 26, trzykrotną liczbę 108 złotych i 10 groszy, która iest 325 złotych. Na wieloráz wypádá zł: 12, gr: 15. Będę miał i cenę 18 łokci, rozmnożywszy 12 zł: gr: 15, przez 18; cena zaś ta będzie 225 złotych.

Trzeci sposób. Gdyby za łokieć 1 płaciło się 108 zł: gr: 10; za 18 łokci przypadłoby złotych 1950; którą to liczbę trzeba podzielić przez $8\frac{2}{3}$, albo przez $\frac{26}{3}$, toiest rozmnożyć przez 3, a przez 26 podzielić; i wypadnie iak wyżéy 225 złotych za łokci 18.

Jedenáste zadanié. *Prácuiąc przez $5\frac{1}{2}$ godzin kilkunástu robotników, zrobili 50 i $\frac{1}{2}$ prętów pewnéy roboty; ci sami robotnicy, iléżby zrobili w godzinach $16\frac{1}{2}$?*

Piérwszym sposobém uważám, że drugá liczba

liczba godzin trzykrotná iest piérwszéy; więc trzy razy tylé zrobią ci robotnicy w godzinach $16\frac{1}{2}$, ilé zrobili w godzinach $5\frac{1}{2}$; zrobią zatém $151\frac{1}{2}$ prętów.

Drugiégo sposobu przystósowanié tu nie wygodné.

Trzecim sposobém uważám, że gdyby ci robotnicy w godzinę zrobili $50\frac{1}{2}$ prętów, w godzinach $16\frac{1}{2}$, zrobiliby $833\frac{1}{4}$; ale że większégo pięć razy i pół na tę robotę czasu potrzebuią; więc w $16\frac{1}{2}$ godzinach nie zrobią, tylko piątą część i pół, toiest $5\frac{1}{2}$ prętów $833\frac{1}{4}$. Trzeba tedy $833\frac{1}{4}$ podzielić przez $5\frac{1}{2}$, albo przez $\frac{11}{2}$, a wieloráz będzie $151\frac{1}{2}$ prętów.

Dwónáste zadanié. *Woda korytém iednostaynie płynącá, napełniá w godzinach $5\frac{1}{3}$ sadzáwkę zawiéraiącą w sobie beczek $100\frac{3}{4}$, iléż beczek wody wypłynęłoby tém korytém w godzinach $7\frac{1}{2}$?*

Przystósowanié tu piérwszégo, i drugiégo sposobu iest nie wygodné.

Trzeci sposób. Gdyby w jednę godzinę kanałém tym upłynęło wody beczek $100\frac{3}{4}$; w $7\frac{1}{2}$ godzinach upłynęłoby beczek $755\frac{5}{8}$, albo 755 beczek, i 45 garcy; ale że mniéy $5\frac{2}{3}$ razy w godzinie iednéy wypływá; więc trzeba $755\frac{5}{8}$ podzielić przez $5\frac{1}{2}$, albo przez $\frac{16}{3}$, toiest: rozmnożyć przez 3, a przez 16 podzielić; i wypadnie 141 beczek, 49 garcy, bez $\frac{1}{16}$ garca.

Postrzegą w tych, i w podobnych innych przykładach uczniowie, że trzeci postępowaniá sposób náypowszechnieyszym iest, lubo nie zawsze náykrótszym. Częsté ćwiczénié się

się na takowych przykładach, wprawi ich w łatwość poznaniá, którégo z trzech podanych sposobów náywygodniéy użyć mogą, w każdym z osobna przykładzie; i lepiéy wybór tén uczynić potrafią z samégo używaniá, niż gdyby powszechné w téy mierze prawidła im podané były.

ROZDZIÁŁ II.

O Regule trzech odwrotnéy (inversa.)

Piérwszé zadanié. *Żywność ta, którá 20 osobóm na 8 miesięcy wystárczyła, na iak długi czas byłaby wystárczyła osobóm 40?*

Piérwszy sposób postępowaniá. Ponieważ tylé dwoie iest osób, dwa razy téż tylé żywności wypotrzebuią w jednym czasie; a zatém ta sama żywność, która 20 osobóm na 8 miesięcy wystárczyła, od 40 osób w czasie dwa razy krótszym będzie wypotrzebowaná; toiest w 4 miesiącach.

Drugi sposób. Ponieważ ta żywność 20 osobóm na 8 miesięcy wystárczyła; iednéy osobie byłaby wystárczyła na czas 20 razy dłuższy, toiest na 160 miesięcy; zatém 40 osobóm, wystárczy na czas 40 razy krótszy, niżeli 160 miesięcy, toiest na 4 miesiące.

Drugié zadanié. *25 Robotników w dniach 12 skończyło pewną robotę, w jakimże czasie skończyłoby tę samę robotę 30 robotników?*

Im więcéy iest robotników do iednéyże roboty; tym w krótszym czasie skończyć ią mogą; ale że w tym przykładzie, liczba drugá robotników 30, nie zawiérá w sobie zupełnie liczby piérwszéy 25, lepiéy więc będzie użyć drugiégo sposobu.

Ponieważ 25 robotnikóm trzeba było dni 12 na skończénié téy roboty, iednému robotnikowi trzebaby było dni 25 razy więcéy, toiest: dni 300; a zatém 30 robotników skończą tę robotę w dni 30 razy mniéy, toiest skończą ią w dni 10.

Trzecié zadanié. *Pokóy ieden kwadratowy má 12 łokci długości, drugi pokóy równie wielki má 9 łokci szérokości, iakże długi będzie?*

Polé piérwszégo pokoiu iest 144 łokci kwadratowych; więc i drugi tyléż pola miéć musi, szérokość zaś tego drugiégo iest 9 łokci; więc długość iego będzie 16 łokci.

Czwárté zadanié. *Na obicié pokoiu trzeba było 60 łokci materyi szérokiéy na łokieć 1; iléż będzie potrzeba innéy materyi, która má tylko $\frac{2}{3}$ łokcia szérokości?*

Polé ścián pokoiu do obiciá miało 60 łokci kwadratowych; a zatém i drugiéy materyi tyléż łokci kwadratowych na obicié tego pokoiu bydź powinno. Gdyby ta druga materyá była széroká 2 łokcie, 30 łokci wystárczyłoby na obicié pokoiu; ale że szérokość iéy iest trzy razy mnieyszá, więc trzeba iéy będzie trzy razy więcéy, toiest 90 łokci.

Albo tak. Gdyby ta druga materyá była széroka na $\frac{1}{3}$ łokcia; trzebaby iéy 180 łokci wzdłuż na obicié pokoiu, boby miała 60 łokci

kci kwadratowych; ale że dwa razy tak iest széroká; więc dwa razy mniéy trzeba iéy będzie, toiest: łokci tylko 90.

Piąté zadanié. *Trzeba komu na ſuknie 12 łokci ſukná, ſzérokiégo na łokieć $1\frac{3}{4}$; iléż mu trzeba będzie na podszéwkę materyi ſzérokiéy tylko na łokieć $1\frac{1}{2}$?*

12 Łokci ſukna ſzérokiégo na łokieć $1\frac{3}{4}$, czyni łokci kwadratowych 21; rozwiązanié tedy zadaniá na tém się zasádzá, aby znaléźć długość prostokąta, którégo polé 21 łokci kwadr: a szérokość łokieć $1\frac{1}{2}$, albo $\frac{3}{2}$. Długość zaś ta będzie znalezioná podzieliwszy 21 przez $\frac{3}{2}$, co daie na wieloráz 14 łokci.

Szósté zadanié. *Zapłacono długu 51 czér: zł: rachuiąc czérw: zł: po zł: 18; iléżby czér: złotych trzeba zapłacić, gdyby nie chciano przyiąć czérwonégo złotégo, tylko po zł: 17?*

51 czérw: zł: rachuiąc każdy po zł: 18, czyni 918 zł: aby zaś té 918 złotych wypłacić złotém, rachuiąc czérw: złoty po zł: 17, trzeba na to czérw: zł: 54.

Siódmé zadanié. *Podróżny iedén po 5 mil tylko na dzién uiéżdżaiący, łoży dni 28 na uiechanié pewnéy drogi. Drugi po 7 mil na dzién uiéżdżaiąc, iak wielé dni na tęż drogę będzie potrzebowáł?*

Droga przebytá od piérwszégo podróżnégo iest 5 mil 28 razy, toiest 140 mil. Tęsamę drogę podróżny 7 mil na dzién uiéżdżaiący, odprawi w dniach 20.

UWÁ-

UWÁGA STÓSUIĄCÁ SIĘ DO DWÓCH ROZDZIÁŁÓW POPRZEDZAIĄCYCH.

Podáwszy ucznióm wielé przykładów, tak do piérwszégo, iako i do drugiégo Rozdziáłu należących, trzeba im potém dopiéro dadź poznać ich różnicę, stawiaiąc na przeciwko zadaniá iednégo gatunku, z zadaniami drugiégo.

Pierwszé zadanié. 10 *Osób spotrzebowało 25 korcy zboża w pewnym czasie; iléż 12 osób spotrzebuie korcy zboża w tymże czasie?*

Drugié zadanié. 10 *osobóm wyſtárczała przez dni 15 pewná żywność, na wieléż dni wyſtárczy ta ſama żywność osobóm 12?*

W zadaniu piérwszégo gatunku, ieżeli liczba powtórná osób, ieſt większá niż piérwszá, równá, albo mnieyſzá; wydatek w iednymże czasie na té drugié osoby, będzie téż większy, równy, lub mnieyszy, niż na piérwſzé. Jeżeli na przykład: liczba drugá oſób będzie dwukrotná, trzykrotná, i t. d. piérwszéy, wydatek też na té drugié osoby będzie dwa, trzy, i t. d. razy większy, niżeli na pierwszé; ieżeli znowu druga liczba osób ieſt dwa, trzy, i t. d. razy mnieyszá od piérwszéy, wyydzie téż na nię dwa, trzy, i t. d. razy mniey, niż na piérwszą.

Przeto którymkolwiek ſposobém dochodzić będziémy tego drugiégo wydatku, zawsze na to wyydzie, że będziém ſzukali; ilé razy

razy drugá osób liczba zawiérá w sobie piérwszą, i przez tén wieloráz rozmnożymy wydatek na piérwſzé osoby.

W zadaniu drugiégo gatunku opacznie. Jeżeli liczba drugich osób ieſt większá równá, albo mnieyszá od piérwſzéy, czas, przez który tym drugim osobóm iednakowá żywność wyſtárczy, będzie mnieyszy, równy, albo większy, od czasu, przez który piérwszym osobóm żywność ta wyſtárczała, ieżeli na przykład: liczba drugich osób, ieſt połowa, trzeciá część, i t d. piérwſzych; czas, przez który ta żywność drugim osobóm wyſtárczy, będzie dwa, trzy, i t. d. razy dłuższy, od czasu piérwſzégo; albo znowu ieżeli liczba drugich osób będzie dwa, trzy, i t. d. razy większá od piérwszéy; czas drugi będzie dwa, trzy, i t. d. razy krótszy, od piérwszégo.

Którégokolwiek tedy sposobu użyiémy, do znalezieniá drugiégo czasu, każdy z tych ſposobów, do tego nas prowadzić będzie, abyśmy ſzukali, ilé razy piérwszá liczba osób zamyká w sobie drugą, i abyśmy wieloráz z tego podzieléniá wypadły, rozmnożyli, przez czas piérwſzy.

To, co się teráz powiedziało, trzeba na wielu przykładach obiaśnić. Zadaniá takowé, iakié się w tych dwóch Rozdziáłach podały, należą do reguły, nazwanéy *regułą trzech* z téy przyczyny, że trzy wyrazy w nią wchodzą wiadomé, a czwártégo nie wiadomégo ſzukámy. Ta ſama inaczéy się zowié *rugułą złotą* dla wielkiéy ſwoiéy użyteczności. Zadaniá

niá w piérwszym Rozdziele zawarté i tym podobné należą do *Reguły trzech proſtéy*; a zaś zadaniá drugiégo Rozdziáłu z jnnémi podobnémi należą do *Reguły trzech odwrotney*. W każdym przykładzie podobnym do piérwszégo zadaniá w téy uwádze; gdy liczba drugich osób, ieſt większá, albo mnieyszá od liczby osób piérwſzych; liczba téż drugá, któréy ſzukámy, maiącá przez znaczénié ſwoié, związek iaki z drugiémi osobami, będzie większá, albo mnieyszá od liczby piérwszéy, maiącéy podobnie związek z piérwſzemi osobami. W każdym zaś przykładzie podobnym, do drugiégo zadaniá w téyże uwádze; gdy liczba drugich osób ieſt wiekszá od liczby osób piérwszych, liczba drugá, któréy ſzukámy, maiącá przez znaczénié swoié związek iaki z drugiémi osobami, będzie przeciwnie mńieyszá, albo większá od liczby maiącey podobnie związek z piérwszémi osobami.

ROZDZIÁŁ III.

O Regule procéntu, i o Regule odtrącaniá onégo.

Piérwszé zadanié *Pewná oſoba pożyczá kupcowi 1000 czérw: zł: a tak uſtępuie mu używaniá onychże do czasu; kupiec, którému ta ſumma pożytkować będzie, obowiązuie ſię płacić téy oſobie po 6 czerw: zł: od ſta corocznie;*

cznie; ileż czérw: zł: od tyſiąca za rok má zapłacić?

Odp. 1000 czérwonych złotych zawiérá w sobie 10 razy 100 czerw: zł: ale od każdégo ſta má zapłacić kupiec na rok po 6 czérw: zł: więc od 10 ſta, toieſt od 1000 czérw: zł: zapłaci czérw: zł: 60.

Té 6 czérw: zł: które kupiec obowiazáł się płacić na rok od każdégo ſta, nazywaią się *procéntém* albo *prowizyą*. Mówi się, że ta osoba pożyczyła kupcowi po 6 od ſta, albo $6\frac{0}{0}$. Pieniądze pożyczoné nazywaią się: *kapitałém*, albo *ſummą*.

Drugié zadanié. *Jakiż ieſt procént od* 3200 *czérw: zł: po* $7\frac{0}{0}$?

Odp: 32 razy 7 czyni 224 czérw: zł:

Trzecié zadanié. *Jakiż ieſt procént od czér: zł:* 8200, *po* $7\frac{10}{20}$?

Odp: 82 razy $7\frac{1}{2}$ czyni 615 czér: zł:

Więcéy takowych przykładów ieſzcze podadź potrzeba, gdzie kapitáł kilkakroć razy zupełnie w sobie ſta zamyká.

Czwárté zadanié. *Jaki ieſt procént od zł:* 6530 *po* $7\frac{0}{0}$?

Piérwszy ſposób. Kapitáł 6530 zamyká w sobie ſto, $65\frac{3}{10}$ razy; aby więc znaléźć procént od tego kapitału; trzeba 7 rozmnożyć przez $65\frac{3}{10}$. Liczba rozmnożoná będzie 457 zł: gr. miedz: 3.

Drugi ſposób. Gdyby na złotym iednym było zarobku 7 złotych, na złotych 6530, byłoby zarobku 45710 złotych; ale że dopiéro na 100 złotych zarábiá się 7 złotych; więc zarobek,

robek, czyli procént od 6530 zł: ſto razy mnieyszy będzie, toieſt 457 zł: i $\frac{10}{100}$, czyli $\frac{1}{10}$, albo 3 gr: miedziané.

Piąté zadanié. *Jaki ieſt procént od* 8435 *zł: po* $8\frac{0}{0}$?

Odp: Podobnie iak wyżéy rozumuiąc, znáydziémy 674: zł: i gr: 24.

Szóſté zadanié. *Jaki ieſt procént od* 6464 *zł: po* $6\frac{10}{20}$?

Odpo: Procént wyniesie prawie na 420 złotych.

Trzeba z tych i innych podobnych przykładów pokázać uczniom, że té wszyſtkié wychodzą na iedno z piérwſzym przykładem: i że iako w tamtym, tak i w tych można podobnie rozumować: że ieżeli ſto iedno dá na rok tylé, kilka na przykład razy ſto, dá téż kilka razy tylé i t. d. ſto tedy będzie zawsze piérwſzym wyrazém.

Siódmé zadanié, *Jakiż ieſt kapitáł téy osoby, która bierze od niego na rok po złotych* 420, *rachuiąc po* $7\frac{0}{0}$?

Procént 420 zł: zamyká w sobie 60 razy 7; a zatém kapitáł zamykáł w sobie 60 razy 100, toieſt 6000 zł: Jakoż czyniąc to zadanié na wspak, znáydziémy, że procént od 6000 zł: po $7\frac{0}{0}$, wychodzi na 420 złotych.

Osmé zadanié. *Pewná oſoba pożyczyłá ſummy po* $6\frac{0}{0}$, *od któréy bierze na rok* 366 *złotych procéntu; iakiż był iéy kapitáł?*

Procént 366 zło: zawiéra w sobie 61 razy 6; więc kapitáł zawiérać będzie 61 razy 100, toieſt 6100 złotych.

Dziewiąté zadanié. *Pewná oſobá zyſkuié na* *na rok 434 zł: od pożyczonéy fummy po 8%; iakáż była ta fumma pożyczona:*

Piérwszy fposób. Procént 434 zawiérá w fobie zł: 8, razy $54\frac{1}{4}$; więc kapitáł zawiérać będzie 100, razy $54\frac{1}{4}$, toieft będzie 5425 zł:

Drugi fposób. Gdyby fumma pożyczona była po 1%; procént 434 zł: przypadáłby od fummy 43400, ale że ta fumma pożyczona ieft po 8% toiest po 8 razy więcéy; więc kapitáł będzie 8 razy mnieyszy; toieft będzie tylko 5425 zł.

Dziesiąté zadanié. *Pożyczono fummy po $7\frac{1}{2}$%, od któréy na rok przypádá procéntu 615 zł: iakáż była ta fumma?*

Piérwszy fposób. Procént 615 zł: zamyká w fobie $7\frac{1}{2}$ zł: razy 82; więc kapitáł zamykać w sobie będzie 100 zł: razy 82; toieft 8200 złotych.

Drugi fposób: Gdyby fumma pożyczona była po 11%, procént 615 zł: przypadáłby od 61500 zł: ale że ta fumma pożyczona ieft po $7\frac{1}{2}$%, toieft po $7\frac{1}{2}$ razy więcéy; więc kapitáł będzie $7\frac{1}{2}$ razy mnieyszy. Trzeba tedy 61500 zł: podzielić przez $7\frac{1}{2}$, albo przez $\frac{15}{2}$ i będzie wieloráz 8200 zł.

Jedenáfté zadanié. *Z kapitału 8000 zł: odbiérá kto procéntu rocznégo 480 złotych, po wieléż od fta bierze?*

Kapitáł 8000 złotych má w sobie 100 zł: razy 80; a zatém procént od 100 był 80 razy mnieyszy, niżeli 480; toieft 6 złotych.

Jakoż od 8000 biorąc 6% przypádá procéntu 480 złotych.

Dwunáfté zadanié. *Z kapitału 6200 zł: odbiérá kto procéntu rocznégo 341 zł: po wieléż bierze od fta?* Tém

Tém samém co wyżéy rozumowaniém doyśdź można, że od fta przypádá 62 razy mniéy, niż 341, toieft $5\frac{1}{2}$.

Trzynáfté zadanié. *Z kapitału 5375 zł: odbiérá kto procéntu 430 złotych; iléż mu od fta przypádá.*

Kapitáł 5375 zł: zawiérá w sobie 100 kilkanaście razy z ułomkiém.

Sposob poftępowaniá, którégo w przykładach oftatnich użyć można było, tuby był niewygodny.

Tén będzie wygodnieyszy: gdyby na złotym iednym zyfkiwało się zł: 430; na 100 złotych, zyfkałoby się zł: 43000; ale że tén procént 430 zyfkuie się od kapitału 5375 razy większégo, niż zł: 1; więc też zyfk, toieft procént od 100, będzie 5375 razy mnieyszy, niż 43000 zł: toieft 8 zł.

Jakoż od 5375 zł: biorąc po 8%, przypádá procéntu 430 zł.

Cztérnáfté zadanié. *Pożyczono 8940. po 6%; iakiż procént za półtora roku przypadnie?*

Procént roczny fzukaiąc go fposobém wyżéy podanym, będzie: 536 zł: gr: 12.
Półroczny, połowa piérwszégo 268 zł: gr: 6.

Procént cały - -	804 zł:	gr: 18.

Pietnáfté zadanié. *Jakiż ieft procént od 7200 zł: za rok 1, i 8 miesięcy po $7\frac{1}{2}$%?*

Procént roczny - -	540
Półroczny - - -	270
Za 2 miesiące - -	90
Procént cały - -	800 zł:

Szesnáfté zadanié. *Mám komu dodadź za rok 8400 złotych bez procéntu. Jléż teráz za-*

 ráz

ráz powiniénem mu oddadź wytrąciwszy sobie procént po 5$\frac{0}{0}$?

Gdybym miáł używanie tey summy 8400 zł: przez rok cały zyskałbym na niey 420 złotych, toiest procént po 5$\frac{0}{0}$? więc kiedy tego zysku odstępuię, oddaiąc zaráz na początku roku summę, zdaie się, żebym sobie powinien z niey wytrącić tén procént 420 złotych, i oddadź tylko 7980 złotych.

Ale żeby tén móy postępek był sprawiedliwy ze wszystkiém; trzebaby, aby ta osoba, któréy summę teráz oddaię, wytrącaiąc 420 złotych, dáwszy ią komu innému na procént po 5$\frac{0}{0}$, zyskała na niey za rok té 420 złot: wytrąconych odemnie, aby przydáwszy ie do 7980 zł: miała zupełnie 8400 zł: Procént zaś roczny po 5$\frac{0}{0}$ od summy 7980 złot: iest 399 zł: które przydané do 7980 zł: czynią tylko 8379, i ieszcze brakowáć będzie do 8400 zł: 21, które ta osoba traci.

Ja zaś dáwszy na procént wytrącone 420 zł: po 5$\frac{0}{0}$ zyskuię od nich za rok 21 złotych, którychbym był nie zyskał, nie oddaiąc aż za rok summę 8400 zł: Tylé tedy zyskuię, ilé tamta osoba traci.

Może się komu zdáwać, żebym w rzeczy samey powinien tey osobie dodadź złotych 21, i zapłacić iey 8001 zł: wytrąciwszy sobie tylko 399 złotych. Jakoż na końcu roku nie szkodowałbym na tém tylko grosz miedziany 1$\frac{1}{2}$.

Lubo zaś tak mała iest ta różnica, pokazuie iednak, że to porachowanie nie iest wcale bez błędu, którégo następuiącym sposobém zupełnie uniknąć można. Gdybym był teráz winien komu 100 zł: za rok rachuiąc procént po 5$\frac{0}{0}$ winienbym był złot: 105; albo, co na iedno wychodzi, gdybym za rok miał komu wypłacić 105 zł: dziś powiniénbym tylko wypłacić zł: 100. Więc ieżeli winienem za rok 8400 złot: toiest 80 razy więcey, niż 105 zł: dziś powiniénem wypłacić 80 razy więcéy niż 100 zł: toiest 8000 złotych.

Jakoż procént od 8000 zł: po 5$\frac{0}{0}$ rachuiąc, przypádá 400 zł:

Osoba tedy, któréy 8000 zł: wypłaciłém, będzie miała za rok 8400 zł: tak iak mieć powinná. Z drugiéy strony, dáwszy iá znowu na procént po 5$\frac{0}{0}$, 400 zł: przyydzie mi za rok od nich 20 złotych, i będę miał ze wszystkiém procéntu 420 zł: któryby mnie równie był doszedł, gdybym aż za rok summę 8400 zł: był oddał.

Sposób piérwszy, którégo się w wytrącaniu procéntu użyło, iest pospolicie od kupców używany.

Siedmnáste zadanie. *Winiénem 6000 zł: maiąc ie aż za rok zapłacić bez procéntu, wieléż mám teráz zaráz zapłacić, odtrąciwszy sobie 6$\frac{0}{0}$?*

Procént od 6000 zł: po 6$\frac{0}{0}$ iest 360 złot: odtrąciwszy go od 6000, zostaie do zapłacénia 5640, rachuiąc według sposobu kupieckiégo.

Ośmnáste zadanie. *Winiénem 5400 złot: które mám za 8 miesięcy wypłacić. Gdyby chciano, abym teráz zapłacił; ileżbym oddadź powinien, odtrąciwszy za 8 miesięcy procent po 6$\frac{0}{0}$?*

Pro-

Procént roczny od 5400 złot: iest 324 zł:
Procént za 6 miesięcy, połowa
324 - - - 162
Za 2 miesiące, trzeciá część 162 54

Procént przypádaiący za 8 miesięcy 216

Odtrąciwszy od 5400 zł: złot: 216, zostanie do zapłaceniá 5184 zł:

Dziewiętnasté zadanié. *Pewná osoba má zapłacić za 7 miesięcy i dni 20, złot: 7200; iléż iéy teráz zaráz przypadnie zapłacić wytrącaiąc procént po $6\frac{0}{0}$?*

Procént roczny od 7200 złot: iest	432 zł:
Procént za sześć miesięcy połowa	216 zł:
Za 1 miesiąc $\frac{1}{6}$ ostatniéy liczby -	36
Za 15 dni $\frac{1}{2}$ ostatniéy - -	18
Za 5 dni $\frac{1}{3}$ ostatniéy - -	6
Procént za 7 miesięcy i 20 dni -	276.

Odtrąciwszy tén procént od 7200 zł: zostanie do oddaniá 6924 złot:

Dwudziesté zadanié. *Wiéléż odtrącić trzeba od 8400 zł: za 8 miesięcy i dni 12 po $8\frac{0}{0}$?*

Procént roczny - -	672 zł:	
Za 6 miesięcy - -	336	
Za 2 miesiące - -	112	
Za 10 dni $\frac{1}{6}$ ostatniéy liczby	18,	20 gr:
Za 2 dni $\frac{1}{5}$ ostatniéy -	3,	22 gr:
Procént odtrącić się od summy maiący - - -	470 zł:	12 gr:

ROZ-

ROZDZIÁŁ IV.

O Regule spółki (societatis.)

Piérwszé zadanié. *Dwie osoby złożyły na spolny zarobek, iedna 1000 czérw: zł: a drugá 2000 czérw: złot: Na końcu roku zyskały obiedwie 600 czérw: zł: iléż z zysku tego przypadnie na każdą w ſzczególności?*

Ponieważ w summie całéy 3000 czér: zł: na którą się obiedwie té osoby złożyły; iedna osoba má część iéy trzecią, toiest 1000 cz: zł: a drugá má dwie trzecié części, toiest 2000 czérw: zł: zysk téż na piérwszą osobę przypádaiący, będzie $\frac{1}{3}$ całégo zysku 600 czér: zł: a na drugą przypádną $\frac{2}{3}$ tegóż zysku; toiest piérwszéy przypadnie 200 czérw: zł: a drugiey 400 czérw: złot:

Albo téż można dwie té osoby wchodzącé w spółkę, uważać iak iednę tylko osobę, która na 3000 czérw: zł: zarobiła 600 cz: zł: i pytać się na wzór zadań w piérwszym Rozdziele, iakiby był zysk téy osoby, gdyby tylko 1000 czérw: zł: albo 2000 na zarobek włożyła.

Drugié zadanié. *Trzy osoby złożyły się na 9000 czérw: zł: - - - Jedna dała 2000, drugá 3000, trzeciá 4000 } czérw: zł: zyskały zaś 360 czér: zł: iléż z zysku tego na każdą osobę przypadnie?*

Ponieważ w całéy ſummie 9000 cz: zł: znáyduie się piérwſzéy osoby część $\frac{2}{9}$ta téy ſummy, drugiéy $\frac{3}{9}$, trzeciéy $\frac{4}{9}$, przeto i z zyſku całégo 360 cz:

cz: zł: na piérwſzą przypadnie $\frac{2}{9}$, na drugą $\frac{3}{9}$, na trzecią $\frac{4}{9}$; toieſt: 80, 120, 160 czér: zł:

Albo téż trzy té osoby uważać można iak iednę, która na summie 9000 czérw: zł: zyſkała 360 czér: zł: i pytać się iakiby był zyſk téy oſoby przypádaiący na 2000, 3000, 4000, cz: zł.

Trzecié zadanié, *Cztéry oſoby złożywszy się na iednę ſummę, - - - - piérwſzá dała - 2500 ⎫ drugá 3000 ⎬ cz: zł: zyſkały 3500 cz: zł: trzeciá 4000 ⎬ iléż każdéy z zyſku tego czwártá 4500 ⎭ przypadnie?*

Ponieważ ſumma cała wynosi na 14000 cz: zł: a zyſk ogólny 3500 cz: zł: ieſt czwártą częścią téy ſummy; zyſki téż ſzczególné tych cztérech osób, będą czwártą częścią ſummy od każdégo z osobna włożonéy; toieſt: 625, 750, 1000, 1125 czérw: złot.

Czwárté zadanié, *Dwie osoby złożyły ſię na pewną ſummę: iedna oſoba miała w niéy 3000 cz: zł: na których pożytkowała 400 cz: zł: z zyſku całégo 720 cz: zł: iléż ſię do téyże ſummy przyłożyła drugá osoba?*

Zyſk drugiéy osoby ieſt reſzta 400 cz: zł: od 720 odiętych, toieſt 320 cz: zł:

Piérwszéy osoby ſumma $7\frac{1}{2}$, razy zamyká w sobie zyſk téyże osoby; więc i drugiéy osoby ſumma $7\frac{1}{2}$ razy większá bydź musiała od iéy zyſku 320 cz: zł: Rozmnożywszy 320 przez $7\frac{1}{2}$, znáydziémy 2400 cz: zł: które drugá osoba do ſpólnéy ſummy włożyła.

Przewróciwſzy to zadanié, dóydziémy, że gdy piérwszá osoba 3000 cz: zł: a drugá 2400 czér: zł: włożyła w iednę ſummę; na zyſku ſpólnym 720 cz: zł: piérwszéy był zyſk 400, a drugiéy 320 cz: zł.

Przykłady w tym Rozdziele przytoczoné, należą do reguły nazwanéy *Regułą ſpółki.* Ta reguła na tém zawisła, aby podzielić liczbę daną, na przykład zyſk na dwie, lub więcéy części, któréby tak się do siebie miały, iak się maią do siebie części dané liczby innéy na przykład ſkładki.

I tak w piérwszym przykładzie trzeba było podzielić zyſk cały 600 czér: zł: na dwie części, któreby takié były względém całégo zyſku, iakié były ſummy dwie ſzczególné 1000, 2000 cz: zł: względém ſummy całéy 3000 czérw: zł: W drugim przykładzie trzeba było podzielić zyſk cały 360 cz: zł: na trzy części któréby tak się miały do siebie, iak się maią liczby 2000, 3000, 4000.

Zadaniá należącé do téy reguły, mogą bydź zawsze rozwiązané przez tylokrotné powtárzanié reguły trzech, o któréy się mówiło w Rozdziele piérwszym, ilé będzie osób, na które zyſk ſpólny má bydź podzielony.

ROZDZIAŁ V.

Przystósowanié Reguły Trzech do zamián Piéniędzy.

Dosyć będzie, aby nauczyciele dali w tym Rozdziele ogólné uczniom wyobrażéniá i iakieżiakiéżkolwiek początki działáń, w któré zamiany pieniędzy wchodzą, zostawuiąc głębszé w tych działaniach szpéranié i obszérnieyszé ćwiczénié się tym, których powołanié do handlu wzywać będzie. Przeto i iá przestanę tu na wyłożéniu podobieństwa w wártości monet Polskich z monetami miást náycélnieyszych w Europie, tych osobliwie, któré więcey z kraiém naszym związku maią.

Francyá W Paryżu i całéy Francyi, rachuią na liwry, (*livres*) albo franki (*francs*) soldy, (*sols*) i denáry, (*deniers*.)

Liwra idzie po 20 soldów.

Sold - po 12 denárów.

Sztuka wártaiącá 8 liwry, nazywá się máły tálár, (*petit ecu*.)

Sztuka wártaiącá 6 liwrów nazywá się wielki tálár, (*gros écu*.)

Luidor (*louis d'or*) iest sztuka złotá wártaiącá 24 liwry.

Kupcy Wárszawscy rachuią na czérwony złoty, liwrów 10, i soldów 12.

Piérwszé zadanié. *Wielé liwrów Francuzkich czyni czérw: zł: 580, rachuiąc każdy po 10 liwrow i 12 soldów?*

Wzór działaniá.

Liw; Sold.
10 12.
580.

5800. *licz: rozmnoż:* z 10 *liw: przez* 580
290. *licz: rozmnoż:* z 10 *sold: przez* 580
$58\frac{1}{5}$ z 290, *toiest rozm:* z 2 *sold: przez* 580

6148 *wártość czérw: zł:* 580 *w liwrach.*

Dá-

Dáwszy wártość czérwonému złotému, liwr: 10 i soldów 12, można doyśdź i wártości złot: naszégo w soldach. Zwyczaynie złoty nasz bierze się za 12 soldów, a tak czérwony złoty wypádá na 17 zł: groszy 20. A ieżeli czérwony złoty brałby się tylko za złotych 16 i gr: 3 srébrné, rachuiąc złoty, po 12 soldów, wártość cz: zł: 1, w liwrach byłaby: 10 liwr: i 1 sold: Ta niedokładność w szacowaniu monety, bardzo częstá iest między bawiącymi się handlém, gdzie dlá uniknieniá ułomków, przestawać się zwykło na wartości iednéy monety, zbliżaiącéy się tylko do wártości drugiéy, ale iéy zupełnie nie dochodzącéy. Jako zaś tu z wártości wziętéy czérwonégo złotégo, w liwrach i soldach naznaczyła się wártość także złotému, w soldach; tak zawsze pamiętać trzeba, aby piérwéy szukać wártości zbliżaiącéy się do prawdziwéy, w większych gatunkach, a dopiéro stąd i niższym gatunkóm wártość naznáczać, nie zaś przeciwnie.

Gdyby niektórzy z młodzi taki stán sobie potém obrali, gdzieby im często trafiáło się zamiany czynić monet iednégo kraiu, za monety drugiégo; trzebaby, aby dlá łatwieyszégo tych zamián uczynieniá táblice ich sobie pokładali. Węzmę tu na przykład zamianę czér: zł: na liwry francuzkié; kładąc po iednéy stronie liczbę czérw: złotych, a naprzeciwko wártość ich w liwrach, podług ustanowieniá wyżéy spomnionégo.

Wár-

Wártość w mon: Franc: Jed: czér: zł: Liw:	Sol:	wárt: w mon: Franc: Dzies: czér: zł: Liw:	
1 10	12	1	106
2 21	4	2	212
3 31	16	3	318
4 42	8	4	424
5 53	0	5	530
6 63	12	6	636
7 74	4	7	742
8 84	16	8	848
9 95	8	9	954

Wzory używaniá téy táblicy.

1. *Jakáż iest wártość czérw: zł: 54, rachuiąc ieden po 10 liwrów i 12 soldów?*

		liw:	sold:
Wártość czérw: zł:	*50*	530	
	4	42	8
Wártość czérw: zł:	*54*	572	8

2. *Jakáż iest wártość czérw: zł: 678?*

		liw:	sold:
Wártość czérw: zł:	*600*	6360	-
	70	742	-
	8	84	16
Wártość czerw: zł:	*678*	7186	16

Drugié zadanié. *Wieléż czérw: zł: uczyni liwrów Francuzkich 7928 i sold: 16?*

Liczba ta czérwonych złotych znalezioná będzie, podzieliwszy 7928 liwr: i 16 sol: przez 10 liwr: i 12 sol: toiest przez wártość iednégo czérw: złotégo; i będzie wieloráz 748 cz: zł: możnáby też tę ſamę liczbę czérw zł: znaléźć z táblicy poprzedzaiącéy, w tén ſposób.

Wár-

Wártość 7 dziesiątków czérwonych złotych iest 742, a zatém wártość 7 sta czérwonych złotych będzie 7420. Ta liczba náybardziéy zbliżá się do 7928 liwr: i 16 ſold: i okázuie, że 7420 liw: czyni czérw: zł: 700; odciągniymy te 7420 liwr: od 7928 liwr: i 16 sold: zostanie 508 liwr: i 16 ſold: Znáydziémy daléy liczbę dziesiątków czérw: zł: szukaiąc w táblicy, liczby náybardziéy zbliżaiącéy się do 508 liw: i 16 ſol: ta liczba iest 424, która czyni 4 dziesiątki czérw: zł: odiąwszy 424 liw: od 508 liw: i 16 ſold: zostanie 84 liw: i 16 ſold: które czynią czérw: zł: 8, a zatém 7928 liwr: i 16 sold: czyni ſumę z czér: zł: 700, 40, 8, toiest czérw: zł: 748, iak wyżéy.

Trzecié zadanié. *Płacąc 650 czérw: zł: liwrami Francuzkiémi 6955; wieléż się na czérwony złoty rachuie?*

Znáydę to, podzieliwszy 6955, przez 650; wieloráz albowiém 10 liwr: i 14 ſold: będzie oznáczáł, ilé się tu na czérw: złoty rachuie liwrów.

Jakoż rozmnożywszy 10 liwrów i 14 ſoldów przez 650, wypadnie nám ta sama liczba 6955.

Trzeba będzie podáwać ieszcze uczniom podobné tym przykłady na zamiany następuiącé.

Hollandyá. W Amszterdamie i w cáłéy Hollandyi rachuią na złoté, stywery i denáry Hollénderskié, albo też na liwry, szylingi, i ſeniki Flammandzkié.

Den:

						Den: Hol:
			Fenik Flamm:	*zawiérá*		*8*
			Stywer:	*fen: 2*		*16*
		Szyling	*6*	*12*		*96*
		Złot:	$3\frac{1}{2}$	*20*	*40*	*320*
	Táler:	$2\frac{2}{5}$	$8\frac{1}{3}$	*50*	*100*	*800*
Liwr:	$2\frac{2}{5}$	*6*	*20*	*20*	*240*	*1920.*

Pieniądze Bankowé różnią się w Amszterdamie od pieniędzy biég zwyczayny maiących. Wártość tych ostatnich iest mnieyszá, niżeli tamtych, tak dalece, że 104, albo 105 złot: w zwyczáynym biegu nie wáży tylko 100 złotych w banku.

Czérwony złoty wáży 5 złotych w banku. Przeto bardzo łatwo iest obrócić iakążkolwiek liczbę czérwonych złotych na złoté bankowé.

Angliiá. W Londynie. rachuią na liwry ſzterlingi, ſoldy albo ſzelingi, i na denáry.

Sold albo ſzeling,	*zawiérá*	*12*	*denárów*
Liwr szterling.	*20*	-	*240*
Gwinea -	$21\frac{1}{2}$	- -	*250*

Kupcy Wárszawscy biorą liwr szterling za 40 zł: Polskich; a zatém złoty Polski ważyć będzie pół ſzelinga, albo 6 denárów. Czérwony złoty po 16 złot: i $\frac{3}{4}$, rachuiąc, wáżyłby 8 ſzel: $4\frac{1}{2}$ den: a rachuiąc go po 18 zł: naſzych, wáżyłby 9 ſzel:

Niémcy. W całych Niémczech używaią cz: zł: i kupcy Wárszawscy w zamianach daią czérw: złoty. Ale oprócz tego są ieszcze i inné gatunki pieniędzy, i to nie iednakowé we wszystkich Kraiach Niémieckich.

I tak

I tak *w Wiédniu, w Pradze, w Frankforcie nad Menem, w Niremberdzie, w Auszpurgu*, rachuią w monecie nazwanéy Monetą Pańſtwa Césarskiégo, toiest na tálery, złoté, i graycary.

Graycár	*wáży*	*4 feniki*
Złoty	*60*	*240*
Táler $1\frac{1}{2}$	*90*	*360.*

Wártość czérwonégo złotégo iest 4 złoté, i 10 graycarów mniéy, lub więcéy. W niektórych iednak miastach różną mu daią wártość. Lubo zaś ta różnica iest nie wielka, znać ią iednak będzie powinnością tych, którzy potém do handlu się udadzą.

W Saxonii, a osobliwie *w Lipsku* rachuią na tálery, dobré grosze, i feniki.

Dobry grosz	*wáży*	*12 feników*
Táler	*24*	*288*

Czérw: zł: wáży 2 tal: i *18 gr: czasém mniéy, a czasém więcéy.*

W Berlinie, w Frankforcie nad *Odrą w Magdeburgu i Margrabstwie Brandeburskiém*, dáwniéy tak iak w Saxonii rachowano; ale od Roku 1765, gdy bank w Berlinie ustanowiono, zaczęto rachować tamże na liwry bankowé, ſoldy, i denáry.

Sold	*wáży*	*12 denárów*
Liwr.	*30* -	*360*

Czérw: zł: wáży 2 i 6 aż do 8 czasém sold:

W Wrocławiu i *w Sląsku Pruskiém* rachuią na tálery, grosze srébrné, i denáry.

Grosz	*wáży*	*20 Denárów*
Táler	*30* -	*600*

Czynią różnicę między témi pieniądzmi, które

które nazywaią pieniędzmi w biegu zwyczaynym, i między pieniądzmi nazwanémi *Śląskiémi*. Tálár w biegu zwyczaynym, czyni Tálár $1\frac{1}{5}$ Sląski.

Czérwony złoty waży 3 tálery, albo 90 groszy srébrnych mniéy, lub więcéy.

Od Roku 1765 ustanowiono bank w Wrocławiu, podobny Berlińskiému, i iednakowo w obudwóch rachuią.

W Hamburgu rachuią na tálery, grzywny, ſoldy, i denáry Lubeckié.

		Sold wáży	*12 denárów*
	Grzywna	*16*	*192*
Táler	*3*	*48*	*579*

Czérwony złoty waży 6 grzywién, albo 2 tálery mniéy lub więcéy.

Różnicę czynią między pieniądzmi bankowémi, i pieniądzmi zwyczayny bieg maiącémi; 116 ſoldów w biegu zwyczaynym nie czynią tylko 100 ſoldów w banku.

W Królewcu, Memmelu, Gdáńsku, rachuią na tálery, złoté, grosze, ſzelągi, i feniki albo denáry.

			Szeląg wáży	*6 feników*
		Grosz	*3*	*18*
	Złoty	*30*	*90*	*540*
Táler	*3*	*90*	*270*	*1620.*

Pieniądze Gdáńskié, lubo we wszystkich Xiążkach nazywaią pieniądzmi Pruskiémi, wártość ich iednak iest cokolwiek mnieysza od Pruskich. Czerwony złoty waży 9 złotych Pruskich mniéy lub więcey. Gdáńskich zaś wáży zł: 9 i 20 groszy mniey lub więcéy.

W Ko-

W Kopenhadze i w całéy Danii rachuią na tálery, grzywny, ſzelągi, witty i denáry.

			Witta wáży	*4 denár:*
		Szeląg	*3*	*12*
	Grzywna	*16*	*48*	*192*
Táler	*6*	*96*	*288*	*1152*

Táler mnieyszy nazwany *Szlecht (Thaler)* nie waży tylko $\frac{2}{3}$ tálera wyżéy położonégo, który też nazywá się *Reichs-Táler.*

Moskwa. Rachuią *w Moskwie mieście, Petersburgu, Archangielu i t. d.* na ruble, grzywny, kopiyki i moskiewki, lub dzieniuszki.

		Kopiyka wáży	*2 Moskiewki*
	Grzywna	*10*	*20*
Rubel	*10*	*100*	*200*

Według zamiany zwyczaynéy między Amszterdamem i Petersburgiém, toiest rubla za 50 ſoldów w biegu zwyczaynym, albo za 48 ſoldów bankowych, przypádałoby za 12 czér: zł: 25 rublów; a zatém rubel małoby mniéy ważył od pół czérwonégo złotégo. My zaś nie rachuiemy go tylko po złotych 7.

W Rydze, i w całéy prawie *Kurlandyi* rachuią na tálery nazwané *Albertowé*, na złoté i na grosze.

	Złoty wáży	*30 groszy*
Táler	*3*	*90*

Czérwony złoty wáży około 2 tálerów albo 6 złotych; táler wáży téż 15 grzywién.

W Konstantynopolu. Dáwné pieniądze są: manteir, asper, paras, beslik, olik, albo onlik; nowe zaś: nowá slota, stará slota, piastr, cekin, albo sułtanin.

Asper waży							4 *Mant:*
Paras						3.	12.
Beslik					$1\frac{2}{3}$.	5.	20.
Olik				2.	$3\frac{1}{3}$.	10.	40.
Now: Slot:			8	16.	$26\frac{2}{5}$.	80.	320.
Staré Slot:		$1\frac{1}{8}$.	9.	18.	30.	90.	360.
Piastr	$1\frac{1}{2}$.	$1\frac{1}{2}$.	12.	24.	40.	120.	480.

Cekin oszacowano w Roku 1758. na 155 Parasów.

Używaią tam i Piastrów, z których iedén waży 100 Asprów.

Według ceny wexlowéy w Amszterdamie i Konstantynopolu, rachuią 28. (m. l. w.) stywerów w biegu zwyczaynym na 1 piastr ważący 120 asprów; stąd wypádá czerwony złoty po 150 paras (m. l. w.) lubo oszacowany iest na 160 paras.

W Rzymie rachuią na szkudy, testony, paule, baioki, kwadryny, i pół kwadryny.

Kwadryn waży				2	*pół kwadr:*
Baiok			5	10	
Paul.		10	50	100	
Teston	3	30	150	300	
Szk: $3\frac{1}{3}$	10	100	500	1000	

Oprócz szkudów srébrnych, są tam ieszcze i szkudy złoté; iedén taki szkud waży prawie 1524 pół kwadrynów, toiest przeszło półtora szkuda srébrnégo.

Czérwony złoty Papiéski waży 21 paulów (m. l. w.)

W Wenecyi rachuią na dukaty, liry, soldy, i denáry.

Sold

Sold		*waży* 12	*denár:*
Lira	20.	240.	
Dukát $6\frac{1}{5}$.	114.	1488.	

100 Dukatów bankowych waży 960 lirów, a zatém 1 dukát waży 9 lirów i 12 soldów. Dukat taki bankowy dzielą na 24 grosze.

Według ceny wexlowéy w Amszterdamie, i Wenecyi, dukát bankowy biorą za 90 feników Flammandzkich (m. l. w.)

Czerwony złoty zaś Hollénderski waży $2\frac{2}{9}$ dukaty bankowé Weneckié (m. l. w.)

W Genui rachuią na liry, soldy, i denáry

Sold		*waży* 12	*den:*
Lira		20	240.
Szkud złoty	9	8.	
Szkud sr:	7	12	
Piastr.	5		
Szkud w wexlach	4.		

100 Lir bankowych waży 115 lir w biegu zwyczaynym. Według ceny wexlowéy w Amszterdamie i w Genui, daią 5 lir i 15 soldów w biegu zwyczaynym, za 86 feników Flammandzkich bankowych. (m. l. w.) Czérwony złoty nasz wypádá na 13 lir i 8 prawie soldów.

We Floréncyi rachuią na szkudy złoté, dukaty, piastry, i liry, któré dzielą się na soldy i denáry.

	Lir.	*Sold.*
Szkud złoty waży	7	*i* 10
Dukát - -	7	
Piastr - -	7	*i* 15

Według ceny wexlowéy w Amszterdamie, i we Florencyi za piastr 1, daią 88 feników

ban-

bankowych (mniey lub więcey) a zatém czérwony złoty nasz będzie wáżył blizko 13 lir.

Wprawiwszy uczniów przez wiele przykładów w łatwość zamienianiá pieniędzy obcych na naszé, a osobliwie na czérwoné złoté; trzeba ich ieszcze w tém ćwiczyć, sposobém kupieckim; toiest porównywaiąc summę iaką pieniędzy, iednostaynie branych w jednym mieyscu, z tąż summą odmiennie braną w jnnych mieyscach. Wezmę na przykład zamiany między Amszterdamem i innémi miastami, o których się mówiło; dlá tego, że handel tego miasta iest bardzo obszérny, i te wszystkie, które prosto zamián z sobą nie czynią, czynią ie przez Amszterdám.

Amszterdám daie w Paryżu 55. (m. l. w.) denárów Flammandzkich w bank za 1 táler maiący w sobie 3 liwry.

W Londynie. 35 soldów Flammandzkich (m. l. w.) w banku za 1 liwr sterling.

W Wiédniu. 39 (m. l. w) stywerów bankowych za 1 táler.

W Frankforcie nad Menem. 100 tálerów w biegu zwyczaynym za 133 táler: bank:

W Lipsku. 37 (m. l. w.) stywrów w biegu zwyczaynym za 1 táler.

W Berlinie. 44 styw: bank (m. l. w.) za liwrę bankową.

W Wrocławiu. 33 stywr: bank (m. l. w.) zá táler wáżący 30 sold.

W Hamburgu 33 stywr: bank (m. l. w.) za 32 soldy Lubeckie bankowe; albo 103 tálery (m. l. w.) w biegu zwyczaynym za 100 tálerów bankowych.

W Kró-

W Królewcu. 1. Liwr Flammandzki w biegu zwyczaynym za 310 groszy Pruskich (m. l. w.)

W Gdańsku 1 Liwr bank za 324 groszy Pruskich (m. l. w.)

W Kopenhadze. Za 118 tálerów mnieyszych, 100 Reichs-Tálerów mnieyszych.

W Peterburgu. 46 stywerów w biegu zwyczaynym (m. l. w.) za iednégo rubla.

W Rydze. 104 tálerów w biegu zwyczaynym (m. l. w.) za 100 tálerów.

W Konstantynopolu. 28 stywerów w biegu zwyczaynym (m. l. w.) za piastr Turecki wáżący 120 asprów.

W Rzymie. 1 złoty bankowy, za 42 baioki (m. l. w.)

W Wenecyi. 90 feników bankowych (m. l. w.) za dukát bankowy.

W Genui. 86 feników bank: (m. l. w.) za piastr wáżący 5 lir, 10 soldów prócz banku.

We Floréncyi. 88 feników bank: (m. l. w.) za 1 piastr.

Niech się wprawiaią uczniowie w czynienie takowych zamián, na przykładach podobnych następuiącym.

Piérwszy przykład Jléż wáży 2145 złotych banku Hollénderskiégo w tálerach, grzywnach, soldach i denárach banku Hamburskiégo, rachuiąc 33 stywerów bankowych, za 32 soldy Lubeckie.

Naprzód obrácam 2145 złotych na stywery, mnożąc przez 20, i będę miáł 42900 stywerów.

Potém tak sobie rozumuię. Gdyby 1 stywer czynił 32 soldy Lubeckie, 42900 stywe-

rów,

rów, czyniłoby 42900 razy 32 ſoldy Lubeckie; ale że nie ieden, ale 33 ſtywerów, czyni 32 soldy; więc 42900 ſtywerów, czynić będzie 33 razy mniey niż 1372800 soldów. Trzeba więc 1372800 podzielić przez 33, a wieloráz 41600, oznaczy liczbę ſoldów, których ſzukáłem. Podzieliwszy té 41600 ſoldów przez 16, będę miał na wieloráz grzywien 2600, które znowu podzieliwſzy przez 3, na wieloráz wypadnie 866 talerów i 2 grzywny.

Drugi ſpoſób. Liczba złotych wyżey na ſtywery obrócona, zawiérá w sobie 1300 razy ſtywerów 33; więc też i liczba soldów Lubeckich, których ſzukám, będzie 1300 razy zawiérała 32 ſoldów Lubeckich; toieſt będzie 41600 ſoldów, tak iak się wyżey znalazło.

Trzeci ſpoſób. Jeden ſtywer ieſt $\frac{32}{33}$, iednégo ſolda Lubeckiego, więc też 42900 ſtywerów będzie $\frac{32}{33}$, ſoldów 42900.

Rozmnożywszy tedy 42900 przez 32, a podzieliwszy przez 33, znaydę liczbę ſoldów 41600.

W tym przykładzie gdzie ułomek $\frac{32}{33}$, nie różni się od iedności, tylko przez $\frac{1}{33}$, króćey można by doyśdź liczby soldów odiąwszy tylko do 42900, trzydzieſtą trzecią część toieſt 1300.

Drugi przykład. Ponieważ różnica pieniędzy bankowych Hollénderſkich, od pieniędzy bieg zwyczayny maiących, ieſt 4 na ſtu, iakże tedy 59904 złotych w biegu zwyczaynym, obrócić na złote bankowe?

Pierwſzy Spoſób. Gdyby ieden złoty w biegu zwyczaynym tyle ważył, co 100 zł: w banku; 59904 złotych w zwyczaynym biegu ważyłoby 5990400 zł: w banku; ale że 104 złotych w biegu zwyczaynym, waży dopiero 100 zło: w banku. Więc 59904 złotych w biegu zwyczaynym waży 104 razy mniey w banku, niż 5990400; toieſt: waży tylko 57600 złotych.

Drugi ſpoſób. Liczba złotych 59904 w biegu zwyczaynym zawiérá w sobie 576 razy, liczbę 104 zł: więc też liczba, którey ſzukámy w złotych bankowych, będzie zawierała w sobie 576 razy 100; toieſt 57600 zł: bankowych.

Trzeci ſpoſób 104 złotych w biegu zwyczaynym, waży tylko 100 zł: w banku; więc 1 złoty w biegu zwyczaynym będzie tylko ważył $\frac{100}{104}$, albo $\frac{25}{26}$ złotego iednégo bankowégo; a zatém 59904 złotych w biegu zwyczaynym będzie ważyło 59904 razy $\frac{25}{26}$ złotégo bankowégo toieſt 57600 złotych bankowych.

W tym też szczególnym razie, gdzie ułomek $\frac{25}{26}$, nie różni się od iedności; tylko przez $\frac{1}{26}$; aby rozmnożyć liczbę 59904 przez $\frac{25}{26}$, dosyć ieſt odiąć od téy liczby $\frac{1}{26}$, toieſt 2304.

Trzeci Przykład. Za 720 liwrów Francuzkich, odbiérá kto w Amszterdamie z banku 55 liwrów tamteyszych i 5 ſoldów. Chce wiedzieć poczému ta zamiana przychodzi; toieſt, iak wiele się denárów groszowych w banku Amszterdamſkim rachuie, na 3 liwry Francuzkie.

Przed zaczęciém takowégo działaniá, trzeba naprzód 55 liwrów i 5 ſoldów obrócić na denáry groszowe, i będzie ich 13260.

Pier-

Pierwszy sposób. Gdyby ieden liwr Francuzki czynił 13260 denárów Hollénderskich, 3 liwry czyniłyby 39780 denárów; ale że ieden liwr czyni 720 razy mniéy, niż 13260 denárów; więc i 3 liwry uczynią 720 razy mniéy, niż 39780 denárów; toiest uczynią tylko $55\frac{1}{4}$ denár.

Drugi sposób. Ponieważ 720 liwrów Francuzkich waży 13260 denárów Hollénderskich; więc ieden liwr ważyć będzie $\frac{13260}{720}$, albo $\frac{221}{12}$, albo ieszcze $18\frac{5}{12}$ denárów, a zatém trzy liwry ważyć będą trzy razy $18\frac{5}{12}$, toiest $55\frac{1}{4}$ denárów.

Trzeci sposób. 3 liwry są $\frac{1}{240}$, liwrów 720; a zatém i liczba denárów trzy liwry czyniącá, będzie $\frac{1}{240}$ denárów 13260, czyniących liwr 720; toiest $55\frac{1}{4}$ denárów.

Więcéy ieszcze przykładów takowych podadź uczniom dlá lepszéy wprawy należy. Té przykłady niecháy Nauczyciele przeplátaią wiadomościami nastęnuiącémi, których udzielaiąc uczniom, starać się będą i zabawić ich, i nauczyć.

Pierwszá. Co do sposobu, którégo używaią kupcy, aby uniknęli kosztu, i niebezpieczéństwa w sprowadzeniu pieniędzy im się należących, z jednégo miasta do drugiégo, okáżą to Nauczyciele w przykładach podobnych nastęnuiącému: Niech kupiec A. Wárszawski będzie winién kupcowi B. Hamburskiému 1000 cz: złotych, a kupiec inny C. Hamburski niech znowu winién będzie kupcowi A Wárszawskiému także 1000 cz: zł: Cóż czyni kupiec Wárszawski, żeby kosztu i niebezpieczéństwa sám uniknął w przesyłaniu kupcowi B. Hamburskiému 1000 cz: zł: które mu winién, i żeby na koszt, i niebezpieczéństwo nie naraził kupca C. Hamburskiégo, gdyby tén musiał mu także winné 1000 cz: zł: odsyłać? Oto przekazuie listém wexlowym kupca B Hamburskiégo, do kupca C. także Hamburskiégo; kupiec tedy C. winny będąc kupcowi A. Wárszawskiému 1000 cz: zł: wypłaci ie kupcowi B. w Hamburgu, a kupiec B kwituie z długu kupca Wárszawskiégo A.

Drugá. Co do handlu bankowégo: możná to łatwym przykładém obiaśnić. Niechby osoba iaka A. w Wárszawie mieszkaiącá, chciała przesłać drugiéy B. do Hamburga cz: zł: 1000. Dlá unikniéniá kosztu i drogi niebezpieczéństwa, znalázłszy ta osoba A. inną C. w Wárszawie, któréyby należało się także w Hamburgu od osoby D. 1000 czérw: zł: Płaci osoba A. osobie C. w Wárszawie té 1000 czérw: zł: a osoba C. przekazuie osobie B. w Hamburgu swóy dług 1000 czérw: zł: aby go od osoby D. tamże odebrała.

Gdyby osoba A. nie znalazła drugiéy takiéy iak C. mogłaby przynáymniéy znaléźć kupca iakiégo, któryby prowadząc handel, miał więcéy sposobności przesłaniá do Hamburga osobie B tych 1000 czérw: zł: z mnieyszym kosztém, a z większém bezpieczéństwém. Bierze więc kupiec tę od A. summę, z mierną za koszt, którégo się w przesłaniu podéymuie, nagrodą. Zdárzá się, że ténże kupiec natráfiá na inną osobę C. która mu oświádczá, żeby chciała do Wárszawy mieć sobie

sobie przesłané 1000 czérw: zł: które iéy się od D. należą w Hamburgu. Podéymuie się kupiec przystawić té pieniądze osobie C. a nawet zaráz fummę wyliczyć obiecuie, byleby mu osoba C. ustąpiła długu fwégo u D. w Hamburgu, nagrodziła koszt i niebezpieczéństwo drogi, które na siebie bierze.

Zapłaciwszy kupiec osobie C. 1000 czér: zł: na których iuż dwa razy zyskuie, ráz wziąwszy ie od A. drugi ráz daiąc ie C. bez kosztu prawie fwégo; wexel wziąwszy od osoby C. na 1000 czérw: zł: (które iey się należały w Hamburgu od osoby D.) poszle tén wexel osobie B. któréy osoba A. miała przesłać 1000 także czérw: zł: aby ie sobie odebrała od osoby D.

Tén kupiec widząc w tém zysk swóy, będzie się wywiadywáł o długach Wárszawskich w Hamburgu, i Hamburskich w Wárszawie. Inné osoby nié maiąc téy, co on sposobności, bedą się mieć za fzczęśliwych, gdy przez niego zmnieyszym kosztém, a z większą pewnością będą mogli, albo pieniądze fwoié na dalszé mieyfca posyłać, albo ie stamtąd odbiérać.

Z tego powodu w znacznieyszych miastach znáyduiémy takowych kupców, którzy się przesyłaniá piéniędzy z iednégo mieysca na drugié, podéymuią; i ci nazywaią się Bankierami.

Nagroda, czyli procént, którégo Wárszawscy Bankierowie domágaią się od przewexlowaniá piéniędy na całé Niémcy, Hollandyą, Francyą, iest od iednégo aż do dwóch od

od sta; i chcąc mieć od nich wexel na 100 czérw: złotych na tamté mieysca, trzeba im złożyć 101, albo 102 czérw: zł:

Trzeciá. Co do odmiany ceny wexlowéy: gdy długi Hamburskié na przykład w Wárszawie, i Wárszawskié w Hamburgu są równé, w tén czas czérwony złoty bierze się w banku Hamburskim za 6 grzywién, albo 2 tálery; i mówi się, że na tén czas przewexlowanié idzie równo. Gdy Wárszawa więcéy winná Hamburgowi, niż Hamburg Wárszawie, (oczém wiedzą zapewné dobrze Bankierowie) więcéy téż będzie piéniędzy, które z Wárszawy przesyłać trzeba do Hamburga, niż takich, które stamtąd przyydzie odbiérać w Wárszawie; a zatém chcąc kto użyć Bankiera w Wárszawie, aby od niego przesłał fummę do Hamburga, iuż mu więcéy, niż w piérwszym razie od niéy zapłacić musi; toiest: maiąc Bankier wypłacić tę fummę w Hamburgu w grzywnach Lubeckich, iuż więcéy sobie czérwonych złotych rachować będzie na wypłacénié téyże fummy w grzywnach. A przeciwnie, gdyby kto chciáł, aby mu w Wárszawie wypłacił tę summę Bankier w czérwonych złotych, która mu się w grzywnach należy z Hamburga, więcéyby wziął od niego w czérwonych złotych, niżby mu przekazáł w grzywnach do Hamburga. W obudwóch tych zdárzéniach wártość czérwonégo złotégo w Wárszawie na grzywny rachowaná mnieyszá iest, niż była przy równości wzaiémnych długów, Hamburga i Wárszawy. Przewexlowanié tedy w Wárszawie byłoby *niższé od równości.* Dlá

Dlá téyże co wyżéy przyczyny, w Hamburgu więcéy summ odbierać maią z Wárszawy, niżeli ich do Wárszawy przesyłać. Przeto Bankierowie Hamburscy pożytkuiąc z téy wielości wexlów Wárszawskich, mniéy grzywién Lubeckich dáwać będą za pewną summę czérw: zł: w każdym z tych wexlów wyrażoną. A zaś gdy kto w Hamburskim banku zapłaci grzywnami summę czérw: zł: którą winién w Wárszawie, Bankier dá mu wexel do Wárszawy na tęż summę czérw: zł: wziąwszy od niego mnieyszą liczbę grzywién Lubeckich, niż w piérwszym razie. Uwáżaią więc na tén czas w Hamburgu wártość grzywny Lubeckiéy większą, gdy ich mniéy za pewną liczbę czér: zł: daią; a zatém przewexlowanié w Hamburgu iest wtedy *nad równość.*

W handlu zgodzono się, aby z dwóch mieysc na przykład miást handluiących, iednostayną summę dawano w jednym z tych miást, za summę nie iednostayną w drugim; na przykład wziąwszy czérwony złoty za pieniądz iednostaynéy wártości w Wárszawie, ténże pieniądz w Hamburgu nie iednakową mieć będzie wártość w tamteyszéy monecie, według różności długów spólnych tychże miást. Mówią w jednem i drugiém mieście, że przewexlowanié iest *nad równość*, albo téż *niżéy równości*, gdy wártość czérwonégo złotégo, iest większá, albo mnieyszá nad wártość tę, którą má pod czas równości długów, w obudwóch miastach. W tém mieście przewexlowanié iest *nad równość*, które więcéy má długów u drugiégo, niżeli iému winné; w tém zaś,

zaś, przewexlowanié iest *niżéy równości*, któré więcéy winno drugiému, niż mu się od niego należy. Wielé na tém zawisło Bankierom, aby wcześnie przewidywali odmianę w cenie wexlów z tych, iak się powiedziało, źrzódeł wynikaiącą, i mogli się stąd kierować w działaniach handlu swego.

Ponieważ nie iest celém naszym przysposabiać uczniów do kupiectwa, ale tylko dadź im ogólné niektóré wiadomości, któré im w każdym stanie, służyć mogą, przeto obszérnieyszé z temi i tym podobnémi wiadomościami rozwodzénié się byłoby tu nie przyzwoité.

Sądzę za rzecz pożyteczną nadmiénić przynáymniéy, że zysk w przewexlowaniach pieniędzy zawsze większy będzie dlá tego miasta, któré więcéy za granicę posyła, niż z zagranicy odbierá, czyli to z produktow ziémi, czyli z rękodzieł kraiowych. Nie będą niewczesné, ani zbyteczné té pobudki, któré się dadzą uczniom, aby w czasie przykładali się do rozkrzéwiénia rzémiósł, i rolnictwa.

Czwártá. Że się w niektórych poprzedzaiących przykładach powiedziało o różnicy pieniędzy bankowych, i pieniędzy bieg zwyczayny maiących, dobrze będzie wytłumaczyć uczniom, co się przez bank rozumié: Bank iest to skład pieniędzy przez zwierzchność, albo osoby prywatné uczyniony, którégo bezpieczéństwo od téyże zwierzchności zapewnioné. Té osoby w handlowych swych robotach daią assygnacye do banku tego, czyli co komu płacić maią, czyli co od kogo odbierać. Pewność takowych assygnacyy i wybór gatunku w pieniąniądzach, któré tam przyymuią, albo wydaią, pomagá wielé do kredytu miast, w których są banki otworzoné.

PRZYSTÓSOWANÉ REGUŁY TRZECH DO MIÁR I WÁG W MIASTACH ZNAKOMITSZYCH EUROPY UŻYWANYCH.

Jako pieniądze, tak miary i wági, których w różnych kraiów miastach znakomitszych używaią, są różné. Tey iednak odmiany, którey doznaią pieniądzé, gdy ich wártość czasém się według okoliczności powiększá, a czasém zmnieyszá, nie doznaią miary i wági. Wielkość ich przez kilka wieków ta sama utrzymuie się, a ieżeli mała iaką zaydzie odmienność, na tę nié ma się względu, chyba w działaniach bardzo ścisłéy dokładności wyciągaiących. Rachunki tedy na miary i wági ráz ustanowioné, zawsze są dobré.

Wielé przykładów zasadzonych na regule trzech, można przywieśdź porównywaiąc miary i wagi w Polsce używané, z miarami i wágami używanémi w jnnych kraiach, a można nawet i té oſtatnié z sobą porównywać. Nie przytoczę tu, tylko kilka takowych przykładów, odsyłaiąc Nauczycielów, gdyby ich więcey przytoczyć chcieli, do tablicy bardzo obszérney, miár i wag nayzwyczaynieyszych w Europie, która się znáyduie na końcu pierwszey xięgi dzieła Niemieckiégo, pod tytułem *der Haus vater*.

1.

1. PORÓWNANIÉ RÓŻNYCH ŁOKCIÓW.

Wyſtawiwszy sobie ſtopę Paryzką iak na 1440 równych cząſtek podzieloną, łokcie używané w miaſtach naſtępuiących, tylé takich cząſtek zawiérać będą; ilé ich się tu pod każdym w ſzczególności miaſtém wyráżá.

Amſzterdám, Berlin, Wrocław, Gdáńſk,
3060, 2956, 2438, 2544,
Drezno, Frankfort, nad Menem, Frankfort
2509, 2392,
nad Odrą, Hamburg, Królewiec, Lipſk,
2941 2540 2548, 2509.
Londyn, Paryż, Praga, Petersburg, Ryga,
5069 5240 2619, 3154, 2430.
Wárszawa, (s) Wiedéń.
2617. 3445.

Maiąc tę táblicę przed oczyma, można łatwo osądzić iak té różné miary są wielkié iedné, względém drugich: I tak na przykład: ponieważ łokieć Wárszawski zawierá 2617 takich części, iakich łokieć Lipſki má tylko 2509, długości tych łokci takié będą, iednégo względém drugiégo,

iak

(s) Łokieć Wárszawski uważá się pospolicie iak gdyby miał w sobie 22 calów Paryzkich, albo 2640 takich cząstek, iakich má stopa Paryzká 1440. Na tę miarę rachuiąc, byłoby na 200 łok: różnicy iedén prawie łokieć, na którą to niewielką rożnicę w wielu bardzo przypádkach można względu nié mieć.

iak 2617 względém 2509. Łokieć tedy Wárszawski ieſt dłuższy od łokcia Lipſkiégo, i większą liczbę łokci Lipskich rachowác trzeba, na mnieyszą liczbę łokci Wárszawſkich; tak dalece, że 2509 łokci Wárszawſkich tę długość uczynią, którą łokci Lipſkich 2617.

PRZYSTÓSOWANIÉ TÉY TÁBLICY DO PRZYKŁADU, KTÓRY MÁ SŁUŻYĆ ZA WZÓR INNYM PRZYTOCZYĆ SIĘ MAIĄCYM OD NAUCZYCIELÓW.

33 Łokci Wárszawskich, iléż czyni łokci Lipſkich?

Gdyby iedén łokieć Wárszawſki, czynił 2617 łokci Lipſkich, 33 łokci Wárszawſkich czyniłoby 86361 łokci Lipſkich; ale że łokieć Wárszawski ieſt 2509 razy, mnieyszy niż 2617 łokci Lipſkich, więc 33 łokci Warszawſkich mniéy też 2509 razy uczynią, niż 86361 łokci, toieſt uczynią tylko $34\frac{1055}{2509}$ łokci Lipſkich, albo 34 łokci, i trochę mniey niż 10 calów. Podobnym ſposobém znalezlibyśmy, że 33 łokci Wárszawſkich, czyni $34\frac{1}{2540}$ łokci Hamburſkich, albo 34 łokci, opuściwſzy ułomek tak mały. Łokieć Wárszawſki czyniąc blizko połowę łokcia Paryzkiégo czyniłby ią zupełnie, gdyby zamiáſt 2617 cząſtek równych, na iakich, 1440 dzieli się ſtopa Paryzka, miał ich 2620.

Dlá

Dlá ułatwiéniá uczniom takowych rachunków, możnaby na wzór táblicy poprzedzaiącéy, ułożyć podobną, gdzieby miara łokciów w kraiach innych, w mierze łokcia kraiu własnégo była wyſtawiona. Abym mógł opuścić ułomki wypádaiące, biorę 10000 łokci Polſkich, i porównywám ie z takąż długością, w łokciach mieysc wyżéy wyrażonych: 10000 łokci Polſkich, czyni.

8552. Amſzterdamſkich, 8853. Berlińſkich, 10734 Wrocławſkich, 10287. Gdáńſkich, 10431. Drezdeńſkich, 10941 Frankfortſkich nad Meném, 9898. Frankfortſkich nad Odrą, 10303. Hamburſkich, 10271. Królewieckich, 10431. Lipſkich, 5163. Londyńſkich, 4992. Paryzkich, 9992. Praſkich, 8307. Petersburſkich, 10769. Ryſkich, 7596. Wiédeńſkich.

LICZBY MNIEYSZÉ ŁOKCI POLSKICH, A ZATÉM WYGODNIEYSZÉ W ŁOKCIACH MIÁST INNYCH ZAGRANICZNYCH, Z NIEWIELKIM UCHYBIÉNIÉM WYRAŻONÉ.

7	*Łok: Pol: równá ſię*		6	*Amſzterdamſk:*
26	-	-	23	*Berlińſkim.*
14	-	-	15	*Wrocławſkim*

O 35

35	-	-	36	*Gdańſkim.*
23	-	-	24	*Drezdeńſkim*
11	-	-	12	*Frank: nad M.*
9	-	-	8	*Frank: nad O.*
33	-	-	34	*Hamburſkim*
37	-	-	38	*Królewieckim*
23	-	-	24	*Lipſkim*
25	-	-	13	*Londyńſkim*
2	-	-	1	*Paryzkiému*
1	-	-	1	*Praſkiému*
6	-	-	5	*Petersburſkim*
13	-	-	14	*Ryſkim*
25	-	-	19	*Wiedeńſkim.*

2. PORÓWNANIÉ RÓŻNYCH STÓP.

Stopa Polſká, ieſt połową łokcia Polſkiégo.

Stopę Paryzką (któréy poſpolicie używaią w Fizyce, do porównaniá z jnnémi miarami) wyſtawiwszy sobie, iak gdyby na 1440 cząſtek równych podzieloná była, liczba takowychże cząſtek w ſtopach, miaſt naſtępuiących będzie.

W Amszterdamie, w Auszpurgu,

Srzednią między $\left.\begin{matrix}1253\\1263\end{matrix}\right\}$ *między* $\left\{\begin{matrix}1313\\-\ -\\1317\end{matrix}\right.$

w Berlinie, w Wrocławiu, w Gdáńsku, w
1373. 1260. 1270.
Dreznie, w Frankfortcie, w Hamburgu,
1255. 1270. 1270.

w Kró-

w Królewcu, w Lipsku, w Londynie, w Pradze,
1364. 1275. 1350. 1338.
stopa Ryńska, w Rzymie, w Wiédniu.
1391, 1324. 1420.

Sążeń Paryzki zawiérá ſtóp 6.

Łokieć Paryzki - ſtóp 3, calów 7, liniy 8, Paryzkich, albo 5240 cząſtek, iakich 1440 zawiérá ſtopa Paryzká. Ponieważ zaś łokieć Wárszawſki ma takich cząſtek 2617; więc ſtopa Wárszawſká mieć ich będzie 1308, albo 1309 w liczbach cálkowitych.

3. PORÓWNANIÉ NIEKTÓRYCH MIÁR DROŻNYCH.

Mila zwyczayná Francuzká zamyká 2282 sążni Francuzkich; takich mil rachuie się 25 na iedén ſtopień (*Gradus*) (t)

Mila na morzu Angielſká, Hollénderſká i Francuzká zawiérá sążni Francuzkich 2850. Takich mil ną ſtopień iedén rachuie się 20.

Mila Niémiecká, albo mila Jeograficzná má sążni Francuzkich 826; na 1 ſtopień, rachuie się mil 15.

Mila Angielſká má sążni Francuzkich 826; na 1. ſtopień rachuie się mil 69.

Tysiąc kroków Jeometrycznych, albo mi-

O2 la

(t) Co znaczy tén wyráz *Stopién* wytłumaczą Nauczyciele. Włożyłém go tu, chociaż wcześnie, dlá wielkiégo, które má w rozmiarach drożnych używaniá.

la Włoſká, czyni sążni Francuzkich 951, na ſtopień 1 rachuie się mil takich 60.

Mila Polſká, nié má długości uſtanowionéy i iednoſtaynéy; śrzednié iednak mile Polſkié dosyć się zbliżaią do Niémieckich.

4. PORÓWNANIÉ RÓŻNYCH WÁG.

W porównaniu wág rozmaitych kraiów, iedną z náypotrzebnieyszych rzeczą ieſt, poznać sposób, którym dochodzą wewnętrznéy piéniędzy wártości. Kraie rózległé, i czasém nie do iednégo panowaniá należącé zgodziły się, aby wártość piéniądzóm naznaczać, według iednéyże wági, którą má włásná tymże piéniądzóm materyá; chociáż częſtokroć wága ta nie ieſt kraiowá. I tak w całych Niémczech za wágę, według któréy pieniądzóm wártość naznaczaią, wzięto *grzywnę Kolońſką*, a w całéy Francyi wzięto wágę Paryzką, którą nazwano *wágą grzywny* (*poids de Marc.*) Powszechnieyszé przyięcié grzywny Kolońſkiéy ieſt mi pobudką, że inné wági, o których mám mówić, z tą porównywać będę. Mogą téż uczniowie, dlá wprawy, wági Francuzkié, Polskié, i t. d. porównać z jnnémi, tak iak się czyniło z łokciami.

Grzywnę Kolońſką (iakich 2 trzeba na funt Kolońſki) podzieliwszy na równych części 4864, liczba takowych części zawiéraiącá się w funtach używanych w miaſtach naſtępuiących będzie.

W Am-

W Amſzterdamie, w Berlinie, w Wro-
10240, 9713,
cławiu, w Gdáńſku, w Londynie,
8413, 9039, { *wielkiéy wági* 9438
{ *małéy wági* 7666
w Frankfortcie nad Menem, w Hamburgu,
10572 *wielkiéy wági* - 10070.
9695 *małéy wági* - - - -
w Królewcu 7893 *ſtaréy wági.*
9713 *nowéy wági.*
w Lipſku, w Paryżu, w Pradze, w Pe-
9691, 10193, 10663,
tersburgu, w Wárszawie, w Wiédniu
8469, 7843, 11660,

Według téy táblicy funt Polſki równy prawie ieſt trzém ćwierciom funta Francuzkiégo; byłby im zaś wcale równy, gdyby zamiáſt 7843 cząſtek, zawiérał ich tylko 7645; co na 40 funtach sprawuie uchybiénié w jednym prawie funcie.

ROZDZIÁŁ VI.

O Regule trzech Składanéy
(Composita.)

Piérwszé zadanié 25 *tkaczów przez 12 godzin robiąc, zrobili płótna łokci 150; iléżby 30 tkaczów zrobić mogło przez godzin 15?*

Piérwſzy ſpoſób. 25 tkaczów tylé zrobi przez godzin 12; iléby przez godzinę zrobiło

tka-

tkaczów, 12 razy tylé, toieſt 300. Podobnie 30 tkaczów tylé zrobi przez godzin 15, iléby przez godzinę zrobiło tkaczów, 15 razy tylé, toieſt 450. A zatém toż samo zadanié w jnnych słowach krócéy takby mogło bydź wyrażoné: 300 tkaczów zrobiło w godzinie 150 łokci, iléżby zrobiło w tymże czasie tkaczów 450? *Odp:* 225 łokci.

Drugi ſposób. 25 tkaczów prácuiących przez godzin 12 tylé zrobi, iléby zrobił iedén prácuiąc przez czas 25 razy tak długi; toieſt przez godzin 300. Podobnież robotnik iedén pracuiąc przez 450 godzin, tylé zrobi, ilé 30 robotników prácuiących przez godzin 15.

Tym drugim sposobém, równie iako i piérwszym, zadanié to do reguły trzech ſkładanéy należącé, ułatwić się może przez regułę trzech nie ſkładaną.

Możná ieszcze w tym ſzczególnym razie, i tak sobie poſtąpić.

Jednému tkaczowi przypádá tu 6 łokci na godzin 12, a zatém pół łokcia na godzinę; więc 30 tkaczóm przypadnie 15 łokci na godzinę, a na 15 godzin, przypadnie im piętnaście razy tylé, toieſt 225 łokci.

Drugié zadanié 8 *ludzi, z których każdy zrobił 3 łokcie pewnéy roboty, na dzién, zyſkało złotych 1500 za dni 40; iléż 12 ludzi robiąc każdy po 4 łokcie na dzién, zyſká za dni 45?*

Piérwſzy ſposób. Każdy z 8 ludzi zrobił na dzién łokci 3, a w dniach 40, zrobił łokci 120; więc 8 ludzi, zrobiło 8 razy tylé, toieſt 960 łokci.

Każdy także z 12 ludzi zrobił na dzién łokci

łokci 4, a w dniach 45 zrobił łokci 180; więc 12 ludzi zrobiło 12 razy tylé, toieſt 2160 łokci.

A zatém zadanié to, także możná krócéy wyrazić: za łokci 960 zapłacono zł: 1500; za łokci 2160, iléż zł: dano? *Odp.* 3375 złotych.

Drugi ſposób. 8 ludzi robiąc na dzién po 3 łokcie, tylé za dzién zrobi, ilé 24 ludzi, robiąc tylko po 1 łokciu na dzién, a w dniach 40, tylé zrobi ludzi 8, robiąc na dzién po 3 łokcie, ilé 960 ludzi, robiąc na dzién po łokciu.

Podobnie tylá ieſt robotá całá 12 ludzi w dniach 45, ilá robota ludzi 2160 w dniu iednym, gdy tamci po cztéry łokcie na dzién, a ci po łokciu robią. Więc tak możná krócéy wyrazić powyższé zadanié: 960 ludzi zarobiło złotych 1500; iléż zarobi ludzi 2160 z równą usilnością prácuiących nad tą robotą w równym czasie? *Odp:* 3375 zł: iak wyżéy.

Trzecié zadanié. *30 robotnikow w 12 dniach zrobiło 1800 łokci pewnéy roboty; iléż trzeba będzie robotników na zrobiénié 2400 łokci w dniach 15?*

Na każdégo robotnika przypadło łokci 60 na dni 12; na dzién łokci 5, a na 15 dni łokci 75. A ponieważ w 15 dni má się zrobić łokci 2400; tylé więc na ſkończénié téy roboty będzie potrzeba robotników, ilé wypadnie z podzieleniá 2400 przez 75; toieſt 32.

Albo tak: 30 robotników przez dzién 1. byłoby zrobiło łokci 150; robotnicy, których liczby ſzukámy, zrobiliby przez dzién łokci 160.

Więc zadanie przez regułę trzech nie ſkłádaną może bydź ułatwioné. Czwár-

Czwárté zadanié. *32 ludziom na wyżywiénié przez dni 24 wyſtárczyło zboża korcy 144; przez iakiż czas wyſtárczy na 48 ludzi, 180 korcy tegoż zboża?*

Na iednégo człeka przypádá przez dni 24, 32ga część korcy 144, toieſt: korcy $4\frac{1}{2}$; a zatém na 48 ludzi, przez dni także 24 przypadnie korcy, 48 razy tylé, toieſt 216. Zadanié więc tak sobie możná ſkrócić.

216 Korcami wyżywiono się przez dni 24; 180 korcy na wieléż dni wyſtárczy? *Odp:* na 20 dni.

Jakoż 32 ludzi tylé zpotrzebuie w dniach 24, ilé 24 razy tylé ludzi, toieſt 768 zpotrzebuie w dniu iednym. A zaś 48 ludzi tylé zpotrzebuie w dniach 20, ilé 20 razy tylé ludzi, toieſt 960 zpotrzebuie w dniu iednym. Więc ieżeli 768 ludzi zpotrzebowało korcy 144, toć 960 ludzi, zpotrzebuie korcy 180.

Widzimy z tych przykładów, że dlá rozwiązaniá łatwieyſzégo zadáń należących do reguły trzech ſkłádanéy, gdzie 5, 7, i więcéy czasém wyrazów danych wchodzi, ſzukać trzeba sposobu, iakby wyrazy té, do trzech zmnieyſzyć, i zadanié tak, iak w regule trzech nieskłádanéy rozwiązać.

Piąté zadanié. *Dwie oſoby złożyły się: iedna, na 1000 cz: zł: drugá na 1500 cz: zł: w pięć miesięcy drugá oſoba wzięła ze ſkłádki 500 cz: zł: Po roku zaś ſkończonym zyſk ſpólny wynosił na 265 cz: złot: Jakże go między té dwie oſoby podzielić?*

Pierwszá osoba dáwszy 1000 cz: złot: tylé za 12 miesięcy powinná mieć z spólnégo zyſku, iléby za miesiąc 1 pożytkowała, dáwszy 12000 cz: zł: toieſt 12 razy więcéy. Drugá osoba dáwszy 1000 cz: zł: na 12 miesięcy, a 500 czér: zł: na 5 miesięcy, powinná także z zyſku spólnégo tylé odebrać, iléby pożytkowała za miesiąc 1, dáwszy 12000, i 2500, toieſt 14500 cz: zł: To tedy zadanié, iak gdyby do reguły spółki nieſkłádanéy należało, tak możná wyrazić: dwie osoby złożyły się: iedna na 12000 cz: zł: a drugá na 14500, i zyſkały za miesiąc ſpólnie: 265 cz: zł: iléż na każdą z osobna przypadnie z tego zyſku?

Odp: Przypadnie piérwszéy 120, a drugiéy 145 czérw: zł.

Szóſté zadanié. *Dwie oſoby na początku roku złożyły się iedna na 800, a drugá na 700 czérw: zł: W piąciu mieſiącach piérwszá przyłożyła iéſzcze 300 czérw: złotych; a drugá przyłożyła w 7 mieſiącach 400 cz: zł: na końcu roku zyſkały té dwie oſoby cz: zł: 442; iléż przypadnie z zyſku tego piérwſzéy oſobie, a ilé drugiéy?*

Piérwszá oſoba tylé zyſku mieć powinná od 800 cz: zł: za rok, albo za 12 miesięcy, i od 300 cz: zł: za 7 miesięcy, iléby miała zyſku za miesiąc od 9600, i 2100, albo od 11700 cz: zł.

Drugá osoba tylé téż zyſkać powinná za 12 miesięcy od 700 cz: zł: a za 5 miesięcy od 400 czér: zł: iléby zyſkała za miesiąc od 8400, i 2000, albo od 10400 cz: złotych; więc zadanié to tym się ſposobém rozwiąże, iak w regule ſpółki nie ſkłádanéy, i możná ié tak prościéy wyrazić:

Dwie

Dwie osoby dały do składki spólney, iedna 11700 cz: zł: a drugá 10400 cz: zł: ileż każdey z nich dostanie się z zysku?

Ponieważ obiedwie te osoby złożyły się na 22100 czer: zł: zysk spólny iest $\frac{1}{50}$, tey całey składki, a zatem i zyski osobne będą też $\frac{1}{50}$, tey summy, którą każdá w szczególności osoba dała; toiest pierwszá zyská 234, a drugá 208 czerw: złotych, (u)

Siódme zadanie. *Za 7 łokci sukna szérokiégo na łokieć $1\frac{2}{3}$, zapłacono zł: 105; ileż przypadnie dadź za tegóż gatunku sukna łokci 8, szérokiégo na łokieć $1\frac{1}{4}$?*

Pierwszy sposób. Za łokieć 1 sukna pierwszégo przypadá złotych 15. Gdyby szérokość tego sukna zamiast $1\frac{2}{3}$ łokcia, albo $\frac{5}{3}$ łokcia, była tylko $\frac{1}{3}$ łokcia, przypádłby też łokieć iego, nie po 15 zł: ale po 3 zł: a zatém gdyby to sukno szérokié było na łokieć 1, łokieć kosztowáłby zł: 9, 8 zaś łokci tak szérokiégo sukna, kosztowałoby zł: 72. Więc gdy oprócz łokcia iednégo, ma ieszcze $\frac{1}{4}$ łokcia szérokości, łokci 8 kosztować będzie czwártą częścią, toiest 18 złotémi więcéy.

Albo tak. Łokieć sukna szérokiégo na łokieć 1 kosztowáłby zł: 9; więc łokieć takiégóż sukna szérokiégo, na łokieć 1, i $\frac{1}{4}$ kosztować będzie $11\frac{1}{4}$ zł: a zatém za 8 łokci przypadnie dadź 8 razy więcéy, niż $11\frac{1}{4}$ zł: toiest 90 zł.

(u) Możnáby tu podobną uwágę uczynić, iak w Rozdziele trzecim pod 16tém zadaniém. Ale można ią i opuścić, gdyż tén sposób postępowaniá iest w używaniu powszechny, i mało co chybiá dokładności.

Drugi sposób. 7 łokci sukna szérokiégo na łokieć $1\frac{2}{3}$, iedén má szacunek, co $11\frac{2}{3}$ łokci takiégoż sukna na łokieć tylko szérokiégo. I znowu 8 łokci sukna szérokiégo na łokieć $1\frac{1}{4}$ iedén má szacunek, co 10 łokci takiegoż sukna na łokieć tylko szérokiégo. Więc zadanie to można według reguły trzech prostéy rozwiązać.

Osmé zadanie. 8 *ludzi zrobiło przez 12 dni 120 łokci pewnéy roboty, która miała szérokości łokieć $1\frac{1}{3}$.*

12 ludzi przez dni 15 robić maią tegoż gatunku robotę, ale w szérokości łokcia $1\frac{1}{2}$; iléż łokci zrobią?

Pierwszy sposób. Robota pierwszych ludzi wychodzi na iedno, iak gdyby zrobili 160 łokci, w szérokości na 1 łokieć. Robota zaś każdégo z osobna, wychodzi na iedno, iak gdyby takich łokci zrobił 20, w dni 12, a na dzień łokieć $1\frac{2}{3}$.

12 ludzi zrobiłoby też 20 takich łokci na dzień, a przez dni 15, zrobiliby łokci 300. Gdyby zaś szérokość była tylko na $\frac{1}{2}$ łokcia, zrobiliby dwa razy tylé, toiest łokci 600. Ale że ta drugá robota má mieć szérokości trzy razy tylé, toiest: łokieć $1\frac{1}{2}$; więc zrobią trzy razy mniéy, toiest 200 tylko łokci, i ta to iest liczba, któréy szukalismy.

Drugi sposób. 8 ludzi, tylé przez 12 dni zrobi, ileby zrobiło ludzi 96 przez dzień 1, pracuiąc około téy saméy roboty; a zaś 120 łokci, w szérokości łokcia $1\frac{1}{3}$, tylé czasu do wyro-

wyrobiéniá potrzebuie, ilé 160 łokci, w ſzérokości łokcia 1.

12 ludzi przez 15 dni tylé téż zrobi, iléby zrobiło ludzi 180 przez dzién 1, a zaś liczba łokci od tych ludzi wyrobioná w ſzérokości łokcia 1, tylé półtora razy długości miéć będzie, ilé liczba łokci, którey szukámy, w ſzérokości łokcia $1\frac{1}{2}$.

Zatém przez regułę trzech nieſkłádaną znáydziémy, że ieżeli 96 ludzi, zrobiło łokci 160; 180 ludzi zrobi w tymże czasie, łokci 300. A ponieważ ta liczba 300, znaczy długość, gdzie ieſt ſzérokości łokieć 1; więc $\frac{2}{3}$ téy liczby, toieſt: 200 łokci, znaczyć będą długość, gdzie ieſt ſzérokości łokieć $1\frac{1}{2}$. I téy to oſtatniéy liczby łokci ſzukaliśmy.

ROZDZIÁŁ VII.

O Regule Łańcuchowéy (*po łacinie* Catenaria, *a po niémiecku* Ketten Regel.)

Piérwszé zadanié. *Nie wié kto wártości pieniędzy Polſkich w pieniądzach Liwurńſkich* (Livorno;) *wié tylko wártość obudwóch, w pieniądzach Francuzkich, toieſt: że 10 liwrów i 12 ſoldów Francuzkich, czyni 1 czérwony złoty; i że piaſtr Liwurńſki czyni Francuzkich 4 liwrów i 16 ſoldów. Chciálby ſtąd dóyśdź wártości czérwonégo zł: w piaſtrach Liwurńſkich; iakże ſobie má poſtąpić? (Piaſtr dzieli się na 20 ſoldów, a ſold na 20 denárów).*

Dosyć

Dosyć ieſt znaléźć wártość 10 liwrów, i 12 ſoldów Francuzkich w pieniądzach Liwurńſkich; bo tém samém i wártość czérwonégo złotégo znalezioná będzie w tychże pieniądzach.

Przez regułę trzech znáydzie się: że ieżeli 4 liwry i 16 ſoldów Francuzkich, czyni 1 piaſt Liwurńſki; 10 liwrów i 12 ſoldów Francuzkich, toieſt 1 czér: zł: uczyni 2 piaſtry 4 ſoldy, i 2 denáry Liwurńſkié. I ta ieſt wártość 1 czérw: zł: w pieniądzach Liwurńſkich.

Drugié zadanié. *Jakáż ieſt wártość 1 cz: zł: w pieniądzach Genewéńſkich,* (Geneva), *gdy cz: zł: rachowáć będziémy po 10 liwrów i 10 ſoldów Francuzkich, a 5 liwrów Francuzkich na 3 liwry Genewéńſkié z których każdy zawiérá 20 ſoldów, a ſold 12 denárów?*

Przez regułę trzech znáydziémy, że ieżeli 5 liwrów Francuzkich, czyni 3 liwry Genewéńſkié; 10 liwrów, 10 ſoldów Francuzkich uczyni $6\frac{3}{10}$, albo 6 liw: 6 ſol: Genewéńſkich; toieſt wártość 1 cz: złotégo.

Widzimy z tych dwóch przykładów, że moneta iedna znaiomá, iak tu Francuzká ſłuży do porównaniá dwóch innych, których wártości iednych względém drugich nie známy; a to dlá tego, że wiémy wártość téy monety, w monetach dwóch innych kraiów, które z sobą porównywáć chcémy. Ponieważ zaś wártość morownywáć chcémy. Ponieważ zaś wártość monety Francuzkiéy znaczyła tylko 1 cz: zł: przeto porównanié przez iedną regułę trzech mogło bydź czynioné.

Trzecié zadanié. *Kupiec Paryzki winién kupcowi Londyńſkiému liczbę pewną liwrów, ſterlingów, na przykład 3410, a to w tym czasie, gdy w wexlach*

Lon-

Londyńskich i Paryzkich 31 denárów Angielskich przyymuią za 3 liwry Francuzkié.

Témuż Paryzkiému kupcowi ofiaruią wexel do Amszterdamu, wystárczaiący zupełnie na zapłacénié długu kupcowi Londyńskiému; gdy w wexlach Paryzkich do Amszterdamu rachuią 55 denárów Flammandzkich na táler, albo 3 liwry Francuzkié: a w wexlach Amszterdamskich do Londynu, rachuią 35 soldów Flammandzkich, na 1 liwr sterling.

Czyliż kupiec Paryzki má przyiąć tén wexel Hamburski, czyli téż lepiéy zrobi, gdy kupcowi Londyńskiému poszle wexel Paryski?

Sposób dóyściá tego. Za 3410 liw: ster: powinienby kupiec Paryzki posłać prosto wexel do Londynu na 79200 liwr: Francuzkich. Według ceny wexlowéy, między Londynem i Amszterdamém za 3410 liw: ster: należałoby dadź 119350 soldów Flammandzkich, albo 1432200 denárów Flammandzkich; według ceny wexlowéy między Paryżém i Amszterdamém za tę liczbę denárów Flamm: trzebaby tylko zapłacić 78120 liw: Francuzkich. Przeto tén kupiec zyskałby 1080 liw: Fancuzkich przyymuiąc wexel do Amszterdamu, który to zysk iest prawie $1\frac{1}{3}$ od sta.

Czwárte zadanié *Kupiec Hamburski má zapłacić kupcowi Londyńskiému 2480 liw: sterl: gdy w wexlach między Hamburgiém i Londynem daią 34 soldy Flammandzkié za 1 liw: sterl: a zaś w wexlach między Paryżém i Hamburgiém daią 27 soldów Lubeckich, za táler albo 3 liwry Francuzkié; w Paryżu téż i Londynie przyymuią 21 denárów Angielskich za 3 liwry Francuzkié.*

Kupiec tén Hamburski, czyliż prosto w Londynie má dług swoy zaspokoić, czyli téż przez wexel do Paryża?

Według ceny wexlowéy w Londynie, i w Hamburgu, za 2480 liwrów sterlingów trzeba dadź 84300 soldów Flamm: albo 4216 liwrów Flamm: według ceny wexlowéy, w Londynie i w Paryżu za 2480 liw: sterl: trzeba dadź 57600 liwr: Franc: według ceny wexlowéy, w Paryżu i w Hamburgu za 57600 liw: Franc: przypádá zapłacić 518400 sol: Lubeckich, albo 4320 liw: Flam: Przeto kupiec Hamburski straciłby 104 liw: Flam: gdyby przez wexel do Paryża, a nie prosto do Londynu chciał dług swóy wypłacić. Strata zaś iego byłaby prawie $2\frac{1}{2}$ od sta.

Dwa té ostatnié zadaniá, dosyć będą dlá daniá iakiégóżkolwiek wyobrażéniá tych zysków, które z podobnégo postępowaniá sobie, Bankierowie mieć zwykli. Francuzi takowé dziáłaniá zowią: *les arbitrages.*

Piąté zadanié. *Nie wié kto, wiele łokcie Polskié, czynią w łokciach Tureckich; ale wie tylko, że 41 łokci Polskich czyni 34 łokci Moskiewskich, iże 16 łokci Moskiewskich czyni 17 łokci Tureckich.*

Aby doszedł, ile na przykład 289 łokci Tureckich, czyni łokci Polskich, tak sobie postąpi:

Naprzód 289 łokci Tureckich, obróci na 272 łokci Moskiewskich; potém té 272 łokcie Moskiewskié obróci na 328 łokci Polskich, a iuż tém samém dóydzie, że i 289 łokci Tureckich, czyni 328 łokci Polskich.

Z te-

Z tego rachunku wypádá, że na 17 łokci Polſkich możná rachowáć 15 łokci Tureckich, i uchybiénié na 800 łokciach ledwie dóydzie 1 łokcia.

Szóſté zadanié. *Nie wiedząc wártości wág Szwedzkich, w wágach Polſkich, wiém tylko, że 67 funtów Szwedzkich, czyni 70 funtów Moſkiewſkich, a 15. funtów Moſkiewskich, czyni 17 funtów Polſkich; i ſtąd chcę dochodzić, ilé 201 funtów Szwedzkich, uczyni funtów Polſkich?*

Sposób poſtępowaniá. Ponieważ 67 funtów Szwedzkich, czyni funtów Moſkiewſkich 70; 201 funtów Szwedzkich, uczyni funtów Moſkiéwſkich 210. Té zaś 210 funtów Moſkiewſkich, czynią funtów Polſkich 238; więc i 201 funtów Szwedzkich uczyni tyléż funtów Polſkich, toieſt 238.

Możná bez wielkiégo uchybiéniá na 13 funtów Polſkich rachowáć 10 funtów Szwedzkich. Na 500 funtach, nie uchybi się nawet w jednym całym funcie.

Siódmé zadanie. *Iléż trzeba zapłacić kupcowi za 650 łokci ſukna, któ́régo łokieć má ſię potém przedawáć po zł: 12 z zarobkiém $20\frac{0}{0}$, lubo na ſwóy łokieć przedaiąc, ſtraci ſię 2 na 100. łokciach, albo $2\frac{0}{0}$?*

Sposób poſtępowaniá. 100 łokci kupionych, nie czyni tylko 98 przedanych, a zatém 650 łokci kupionych, w przedaniu nię uczyni tylko $\frac{98}{100}$, albo $\frac{49}{50}$ łokci 650, toieſt 637 łokci.

Té 637 łokci przedáwſzy, po 12 złotych łokieć, wyniesie na 7644 zł: Ponieważ zaś kupiec na 100 zł: chce zarobić 20, więc za każdé 100 zł: wydané na sukno, powinién odebrać zł:

zł: 120, a zatém za sukno dáł tylko $\frac{100}{120}$, albo $\frac{5}{6}$ złotych, 7644, toieſt 6370 złotych.

Możná to samo sprawdzić przez działanié na wspak, ſzukaiąc wielé tén kupiec zebráć powinien złotych, przedáwszy to wszyſtko sukno, za któré dał złotych 6370, a chce na każdych 100 złotych zarobić 20 złotych *i. t. d.*

Té przykłady złączoné z naſtępuiącémi w Rozdziele VIII. będą doſtatecznie ſłużyć za wzory do innych, których więcéy ieſzcze podadź uczniom potrzeba.

ROZDZIÁŁ VIII.

Wykłád niektórych Skróceń i praktycznégo używaniá Reguł poprzedzaiących.

Ugruntowáwſzy ucznie w działaniach poprzedzaiących przez analityczné każdégo w ſzczególności przykładu rozbiéranié; czas już przyſtąpić do wyłożeniá im, praktycznégo ſposobu, którégo w podobnych działaniach użyć mogą; pokazuiąc, iak zupełnie tén praktyczny ſposób zgadzá się z dotychczas używanym, i owſzém z niego wypływá.

Każdé zadanié (a w szczególności té, któ-ré się w téy części podały) zamyká w sobie iedno, lub więcéy *podaniá* i ſamo *zapytanié*. Tak w piérwſzém zadaniu Rozdziału I. *podanié* było: że 8 łokci sukna kosztowało zł: 56, a *zapytanié*, ilé koſztować będzie łokci 16?

W pierwszém także zadaniu Rozdziału VI. podaliśmy, że 25 tkaczów zrobiło łokci 150 płótna, i że każdy z nich robił na dzień przez 12 godzin; a zapytaliśmy się, ileby łokci zrobiło w tym samym czasie 30 tkaczów; podając znowu, iżby każdy przez godzin 15 na dzień robił. Ta różnica *podaniá* od *zapytaniá*, má bydź obiaśnioná uczniom na wielu przykładach. Trzeba im ieszcze na przykładach podobnych tému ostatniému pokazać, że mogą bydź *podaniá* iedné *istotné* zadaniu, a drugié *przydatkowé*. I tak w przykładzie ostatnim podanié istotné iest; że pewná liczba robotników, zrobiła pewną robotę, podanié zaś przydatkowé iest; czas, w którym ciż robotnicy zrobili tę robotę; bo czas nie zrobił roboty; ale dopomógł tylko, że ciż robotnicy więcéy, lub mniéy zrobili, gdy więcéy lub mniéy czasu mieli do roboty; a zatém bardziéy robota zawisła od robotników, niż od czasu.

Liczba oznáczaiącá wielość rzeczy, któréy szukámy, może bydź przed znalezieniém wyrażoná przez literę x, na któréy mieyscé położy się potém liczba samá, gdy będzie znalezioná. Możnáby na to i którąkolwiek inną literę obrać; w zwyczáy iednak weszło, że ostatnich alfabetu liter używaią na oznaczénié rzeczy niewiadomych, których się dopiéro szuká.

I. PRAKTYCZNÉ UŻYWANIÉ SKRÓCÉNIÁ REGUŁY TRZECH.

Piérwszy przykład. 12 *łokci płótna kosztuie zł: 15; iléż kosztować będzie łokci 16 tegoż płótna?*

Napisz-

-my podle siebie z nie wielkim oddziáłém dwie liczby: 12 i 15, *podanié* wyrážaiącé, tak iak wzór ukázuie; napiszmy niżéy na wspak, 16 liczbę łokci, i x, znak liczby złotych, o którą iest *zapytanié*; toiest 16 łokci pod 15 złotémi; a x, które znaczy liczbę złotych, których szukámy, pod 12 łokciami. Podzielmy 12 i 15, liczby w pierwszym rzędzie poprzecznym będącé przez taką liczbę, któráby obydwie dzieliła. Taka liczba iest 3; podzieliwszy 12 i 15 przez 3, napiszmy wielorazy: 4 i 5, piérwszy pod 12, drugi pod 15. Podzielmy daléy piérwszy wieloráz 4 łokci, i liczbę 16 złotych w drugim rzędzie poprzecznym będącą przez tén sám wieloráz 4, który obydwie liczby, 4 i 16 dzieli; nowé wielorazy, 1 i 4, napiszmy piérwszy pod 12, drugi pod 15. Rozmnóżmy nakoniec wielorazy 5 i 4, które nie po téy są stronie, po któréy znak x; liczba rozmnożoná 20, pokaże liczbę złotych, któréy szukaliśmy.

Wzór działaniá.

12 *łok:*	15 *zł:*
x *zło:*	16 *łok:*
4 *łok:*	5 *zł:*
1	4
	20 *zł: Odp.*

Drugi przykład. *18 łokci kosztuie złotych 30; iléż kosztować będzie łokci 42;*

Wzór

Wzór działaniá.

18 łok: 30 zło:
x zł: 42 łok:

3 łok: 5 zł:
1 14

70 Odp.

Trzeci przykład. *27 osób wydało zł: 63; iléż wydá osób 32, równé maiąc wydatki?*

Wzór działaniá.

24 Osób: 63 zł:
x zł 32 Osób:

8 Osób: 21 zł:
1 4.

84 Odp.

Czwárty przykłád. *35 osób zrobiło 42 łokci pewnéy roboty, iléż łokci zrobi osób 48?*

Wzór działaniá.

35 Osób 42 łok:
x łok: 48 Osób

5 6 łok:
1 $9\frac{3}{5}$.

54
$3\frac{3}{5}$.

57 i $\frac{3}{5}$ Odp.

Możná łatwo pokazać, że tén sposób praktyczny, zgádzá się z sposobém przez rozumowánié, dotąd używanym. I tak na przykład w piérwszym przykładzie tu przytoczonym, ponieważ 12 łokci sukna kosztowało zł: 15, łokieć 1 kosztował tylko $\frac{15}{12}$ złotégo, a 16 łokci kosztowałoby 16 razy

razy $\frac{15}{12}$. (w) Przeto liczba, któréy szukámy, znaléźć się powinná, dzieląc przez 12, liczbę rozmnożoną z 16 przez 15; ale w ułomku takim, iaki iest $\frac{16.15}{12}$, możná podzielić licznika i mianownika przez tę samę liczbę, nie odmiéniaiąc iego wártości, zatém, nim się do dzieléniá, i mnożéniá przystąpi, możná, i owszém potrzeba dlá łatwieyszégo potém działániá, doświádczyć, czyli liczba 12 nié może bydź przez iaką liczbę podzieloná, któráby oraz dzieliła 16, lub 15. Znáydziémy zaś że z tych liczb 4 i 3, piérwszá dzieli 12 i 16, a drugá 12 i 15. Podzieliwszy tak, wielorazy będą 4 i 5; i ułomek $\frac{16.15}{12}$, zamiéni się w tén $\frac{4.5}{1}$, który w saméy rzeczy iedno iest, co 20. Znáyduiémy tedy 20 łokci tym sposobém, równie iakośmy znaleźli przez działánié praktyczné; co i na innych ieszcze przykładach pokazać trzeba.

2. PRAKTYCZNÉ UŻYWANIÉ REGUŁY TRZECH SKŁÁDANÉY.

Piérwszy przykłád. *35 robotników wykopało rów na 240 łokci długi, széroki na 5 łokci, a głęboki na 7 łokci; iléż łokci długości rowu wykopie robotników 48, w tymże czasie, gdy szérokość rowu tego drugiégo má bydź na łokci 6, a głębokość na łokci 4?* Na-

(w) Dlá krótkości będę potém używáł kropki między dwiéma liczbami, z których iedna má bydź przez drugą rozmnożoná; i ta kropka będzie znakiém rozmnożéniá. Tak, zamiást: 16 razy 25; pisać będę 16. 15. i t. d.

Napiszmy naprzód podle siebie, tak iak wyżéy; liczby 35, i 240, *podanié iſtotné* wyrážaiacé. Napiszmy niżéy liczby wyrážaiącé *podanié przydatkowé* 6 i 4 pod 35; a 5 i 7 pod 240. Niżéy ieszcze napiszmy na wſpak liczby, w których ieſt *zapytanié*, toieſt: 48 liczbę robotników, pod 240 liczbą łokci, a x, znak liczby łokci, któréy szukámy pod 35 liczbą robotników.

Dzielmy teráz liczby tak po prawéy, iako i po lewéy ręce będącé, przez spólnych dzielników: 35 po iednéy ſtronie, 5 i 7 po drugiéy dzieli się zupełnie przez 5 i 7; wieloraz po obudwóch ſtronach będzie 1; ale go można opuścić, ponieważ 1, ani mnoży, ani dzieli; dlá pamięci zaś, że 35, 5, i 7 iuż są podzielone, możná ié poprzekréślać. Daléy 6, i 4 z iednéy ſtrony, a z drugiéy 240 podzieliwſzy przez 6 i 4, wieloráz z iednéy ſtrony będzie 1, a z drugiéy 10; któré pod 48 podpisuię; przemazáwszy 6, 4, 240; bo iuż są podzielone. Zoſtanie nakoniec 48 rozmnożyć przez 10, i liczba rozmnożona 480, pokáże łokcie, długości rowu, który 48 robotników má kopać.

Wzór działániá.

~~35~~ *rob:*	~~240~~ *łok: dług:*
~~6~~ *ſzer:*	~~5~~ *ſzér*
~~4~~ *głęb:*	~~7~~ *głęb:*
x *łok: dług:*	48 *rob.*
	10 *łok: dług:*
	480 *Odp:*

Drugi

Drugi przykład. 20 *robotników, robiąc przez godzin 12 na dzién, zrobiło za dni 16 łokci 780 rowu, którégo ſzérokość łokci 8, a głębokość łokci 6; iléż trzeba będzie robotników, którzyby robiąc przez godzin 15 na dzién, w dniach 24 zrobili rowu łokci 936, w ſzérokości łokci 9, a w głębokości łokci 5?*

Wzór działániá.

~~20~~ *rob:*	~~780~~ *łokci*
~~16~~ *dni*	~~24~~ *dni*
~~12~~ *godz:*	~~15~~ *godz:*
~~9~~ *ſzér:*	~~8~~ *ſzér:*
~~5~~ *głęb:*	~~6~~ *głęb:*
~~936~~ *łokci*	x *rob:*
1	~~39~~
2	~~3~~
1	~~3~~
~~3~~	~~2~~
3	~~2~~
~~312~~	-
~~156~~	-
~~78~~	-
2	- 6

12. *Odpowiedź.*

Pokážmy i tu zgodę ſpoſobu tego praktycznégo, z sposobém przez rozumowanié, którégo się przedtém używało.

W przykładzie piérwszym 240 łokci rowu, którégo szérokość 5 łokci, a głębokość 7 łokci, czyni liczbę łokci sześciénnych, albo kubicznych, która wypadnie z rozmnożéniá ciągłégo tych liczb 240 5. 7. podobnie x łokcie rowu drugiégo, którégo szérokość 6 łokci, a głębokość 4 łokcie, uczy-

uczynią liczbę łokci sześciénnych, przez rozmnożénié ciągłé liczb: x. 6. 4. Zadanie więc tak mogło bydź prościéy wyrażone: 35 robotników zrobiło liczbę łokci kubicznych: 240. 5. 7; 48 robotników, iakąż liczbę takich łokci zrobi? Liczbę tę, przez podobné iak w piérwſzym rozdziele rozumowanié, znalezlibyśmy: $\frac{48\cdot 240\cdot 5\cdot 7}{35}$ Ale ponieważ liczba, która ma znaczyć długość, którey ſzukamy, powinna bydź 24 razy, albo 6. 4. razy mnieyszá, niż $\frac{48\cdot 240\cdot 5\cdot 7}{35}$ więc będzie: $\frac{48\cdot 240\cdot 5\cdot 7}{35\cdot 4\cdot 6}$ W tym ułomku, liczby licznika są té samé, któréśmy, praktycznégo ſposobu używaiąc, położyli po iednéy ſtronie, a liczby mianownika té ſamé, któré tam były z drugiéy ſtrony. Dzieląc tak liczby licznika, iako i mianownika przez ſpólné dzielniki; ułomek powyższy zamiéni się w tén: $\frac{48\cdot 10\cdot 1\cdot 1}{1\cdot 1\cdot 1}$ który iedno iest, co 48. 10, albo 480.

W REGULE TRZECH ODWROTNÉY TÉN SÁM UKŁAD LICZB ZACHOWUIE SIĘ, CO I W REGULE TRZECH SKŁADANÉY.

Piérwszy przykład. *Pewna żywność wystárczała dla osób 40 na 24 dni, na wieléż dni byłaby wystárczyła dla osob tylko 30?*

Wzór działania.

~~40~~ *Oſób*	1 *żyw:*
~~24~~ *dni*	~~30~~ *Oſ:*
1 *żyw:*	x *dni.*
4	~~3~~
8	1

32 *dni Odpowiédź.*

Dru-

Drugi przykład. *32 robotników, robiąc przez 12 godzin na dzień, zrobiło za 25 dni, 600 łokci pewnéy roboty; 36 robotników, robiąc przez 15 godzin na dzień, za ileż dni zrobiłoby łokci 780 téyże roboty?*

Wzór działania.

~~32~~ *Rob:*	~~600~~ *łokci*
~~25~~ *dni*	~~36~~ *Rob:*
~~12~~ *godzin*	~~15~~ *godzin.*
~~720~~ *łok:*	x *dni.*
~~6~~	~~5~~
~~8~~	~~9~~
~~5~~	~~3~~
4	~~3~~
2	
2 $\frac{2}{3}$	

Odp. 21 $\frac{1}{3}$ *toiest* 21 *dni i* 5 *godzin.*

Regułę ſpółki, na tylé Reguł trzech prostych podzielić zawsze można, ile przypádá czynić podziáłów zysku lub straty; a zatém iaki sposób praktyczny zachowaliśmy w regule trzech prostéy, tén i tu można przystósować. Gdy się ułomki tráfią, wráz z liczbami cálkowitémi, trzeba ié na samé ułomki obrócić; gdy także wchodzić będą w działánié, liczby wielorakié, i té na ułomki maią bydź obrócone

Piérwszy przykład. 24 *łokcie materyi ſzérokiéy na półtora łokcia, albo $\frac{3}{2}$ łokcia, kosztowały złotych 108; iléż będzie koſztowało łokci 32 tegoż gatunku materyi ſzérokiey na łokieć 1, i $\frac{1}{2}$ łokcia?*

Wzór

Wzór działaniá.

~~24~~ łokci *x~~0~~8 zł:*

$\frac{\cancel{8}}{\cancel{2}}$ *ſzér:* 32 *łok:*

x *zł:* $\frac{\cancel{4}}{\cancel{8}}$ *ſzér:*

~~2~~ ~~9~~
~~8~~ ~~2~~
~~8~~ 4

128 Odp:

Drugi przykłád. *Na obicié pokoiu ſzérokiégo na łokci* $8\frac{1}{8}$, *długiégo na łokci* $9\frac{1}{3}$, *trzeba było* 120 *łokci płótna ſzérokiégo na łokieć* $1\frac{2}{3}$; *iléż łokci innégo płótna, ſzérokiégo na łokci* $2\frac{1}{4}$ *trzeba będzie na obicié drugiégo pokoiu rownie wysokiégo, który długi ieſt na łokci* $12\frac{1}{2}$, *a ſzéroki na łokci 9? kładę zaś, że po dwóch stronach wzdłuż obić ten pokóy przypádá, a po iednéy w ſzérz.*

Piérwszégo pokoiu długości dwa razy wziętéy, i ſzérokości ráz wziętéy iest łokci 27, drugiégo łokci 34.

Wzór działaniá.

łok: dług: i ſzér.

~~27~~ *pokoiu* 190 x~~20~~ *łok: płót:*

x *łok: płót:* $\frac{\cancel{5}}{\cancel{8}}$ *ſzér:*

$\frac{\cancel{9}}{\cancel{4}}$ *ſzér:* 34 *łok: dług: i ſzérok: pokoiu*

pokoiu drugiégo.

9 - - 40
9 - - 4
3 - - 5

243 | 27200 | $111\frac{227}{243}$
243
290
243
470
243
227

Odp: $111\frac{227}{243}$ *łok: toiest* 112 *łok: blizko.*

Trzeci przykłád. 7 *łokci i* $\frac{1}{2}$ *ſukna koſztowało zł:* 80 *i* 1 *gr: ſr: iléż koſztować będzie* 10 *łokci i* $\frac{2}{3}$ *tegoż ſukna?*

Wzór działaniá.

$\frac{x\cancel{5}}{\cancel{2}}$ *łokci* $\frac{\cancel{8}\cancel{2}x}{\cancel{4}}$ *zł:*

x - - $\frac{8\cancel{2}}{\cancel{8}}$ *łokci*

~~4~~ - - 2
~~8~~ - - 8
107

15 | 1712 | $114\frac{2}{15}$, *albo* 114 *zł: i* 4 *grosze miedz: Odp:*

Czwárty przykłád. *Jakiż procént będzie od* 3345 *cz: zł: za rok* 1 *miesięcy* 3, *i dni* 10, *rachuiąc na rok po* $6\frac{1}{2}$ *od* 100?

Wzór

Wzór działániá

$\cancel{1}\cancel{0}\cancel{0}$ *cz: zł:* - $\frac{\cancel{1}\cancel{3}}{\cancel{2}}$ *procént*

x *proc:* - $\cancel{3}\cancel{3}\cancel{4}\cancel{5}$ *kapitáł.*

$\frac{\cancel{2}\cancel{3}}{\cancel{1}8}$ *roku*

2	-	-	13
$\cancel{1}8$	-	-	23
6	-	-	$\cancel{1}\cancel{1}\cancel{1}\cancel{3}$
20	-	-	223.
240	-	-	66677.

277 *czér: zło:* 14 *zł:* 23 *gr: i blizko* 1 *ſzel:*

Możná i w tych przykładach, gdzie ułomki wchodzą, pokazać zgodę ſposobu praktycznégo, z ſposobem przez rozumowanié.

Tak w piérwszym przykładzie, 24 łokcie materyi, ſzérokiéy na półtora łokcia, albo na $\frac{3}{2}$ łokcia, tylé materyi zawiéraią, ile $\frac{24.3}{2}$ łokci materyi ſzérokiéy na łokieć 1.

Podobnie 32 łokcie materyi i ſzérokiéy na łokieć i trzecią część łokcia, albo na $\frac{4}{3}$ łokcia, tylé materyi zawiéraią, ilé $\frac{32.4}{3}$ łokci materyi ſzérokiéy na łokieć 1.

Zadanié to mogłoby więc tak, iak w regule trzech prostéy, bydź wyrażoné, toiest, że ieżeli $\frac{24.3}{2}$ łokci koſztowało złot: 108, iléż kosztować będzie łokci $\frac{32.4}{3}$?

Odpowiédź znáydziémy, mnożąc $\frac{32.4}{3}$. przez 108, a liczbę stąd rozmnożoną dzieląc przez

przez $\frac{24.3.}{2}$ albo co na iedno wychodzi, mnożąc przez $\frac{2}{24.3.}$. Wypadłoby potém działaniu $\frac{108}{3.}\frac{32.42.}{2.4.3.}$ toiest $\frac{27648}{216}$, albo 128; tak, iako i sposobém praktycznym znaleźliśmy.

Liczby w liczniku 108, 32, 4, 2, są té, któré były po prawéy ſtronie, gdyśmy ſposobu praktycznégo używali, przeniósłszy 2, mianownika ułomku $\frac{3}{2}$, z lewéy na prawą stronę. Liczby też w mianowniku, 3, 24, 3, są té, któré po lewéy stronie w tamtém działaniu znáydowały się, gdy także mianownika 3 ułomku $\frac{4}{3}$ tam przenieśliśmy.

W Regule łańcuchowéy, znáyduie się kilka podáń, których liczby takim się porządkiém rozkłádaią, że iedna po iednéy, a drugá tenże gatunek wyrážaiącá liczba po drugiéy ſtronie, tak, iak w regule trzech próstéy pisze się.

Piérwszy przykłád. 24. *łokci Lipskich czyni* 23 *łokci Warszawskich*; 35 *łokci Warszawſkich, czyni* 36 *łokci Gdáńſkich*; 560 *łokci Lipſkich*; *iléż uczyni łokci Gdáńſkich?*

Wzór działániá.

$\cancel{2}\cancel{4}$ *łok: Lip:* 23 *łok: War:*

$\cancel{3}\cancel{5}$ *łok: War:* $\cancel{3}\cancel{6}$ *łok: Gdáń:*

x *łok: Gdáń:* $\cancel{5}\cancel{6}\cancel{0}$ *łok: Lipſkich.*

$\cancel{2}$ - - - - 3

$\cancel{1}\cancel{6}$

8

552 *łokci. Odp:*

Dru-

Drugi przykład. *23 łokci Warszawſkich czyni 24 łokci Lipſkich; 576 łokci Lipſkich; iakiéy materyi, koſztowało z transportem 75 cz: zł: rachuiąc cz: zł: po zł: 18; po wieléż złotych Polſkich przedawać trzeba będzie łokieć, aby zarobić 15 na stu, mimo tego, że w mierze ſtraci się 2 łokcie na ſtu?*

Wzór działaniá.

23 łok: War:	24 łok: Lip:
570 łok: Lip:	75 cz: zł: zapłac:
100 cz: zł: zapłac:	115 cz: zł: do odebran:
1 cz: zł:	18 zł:
x zł: - -	1 łok: do przedaniá
100 łok: przed:	102 kupiono.

24	-	5
4	-	8
8	-	9
20	-	51
160	-	|459| 2 zł: 26 gr: Odp:

Trzeci przykład. *Iléż zapłacić przypadnie kupcowi za 240 funtów pewnégo towaru, którégo funt przedaiąc po 1 zł: i gr: 12, chce zarobić 12⁰⁄₀, lubo wążąc na swóy funt, traci $2\frac{1}{2}$ funtów na 100?*

Wzór

Wzór działaniá.

x zł: zapłacone	240 ½ funt kup.
100 funt. kup.	97 ½ funt: przed:
1 funt przed:	14/5 zł: wzięt.
112 zł: wziętych	100 zł: zapł:

2	- - -	195
5	- - - -	7
16	- - - -	24
2	- - - -	3
2 |		585| 292 ½ zł: Odp.

Czwarty przykład. *Według ceny wexlowéy między Hamburgiem i Paryżem daią 26 ſoldów, i 6 denarów Lubeckich, za 3 liwry Francuzkie; a między Paryżem i Genewą daią 167 liwrów i 10 ſoldów Francuzkich, za 100 liwrów Geneweńſkich, iléż ważyć będzie 5896 grzywien Hamburſkich w liwrach Geneweńſkich?*

Wzór działaniá.

$\frac{53}{2}$ ſold: Lub:	3 liwr: Fran:
$\frac{335}{2}$ liw: Franc:	100 liwr: Gen:
x liw: Gen:	5896 grzywien
1 grzyw: -	16 ſol:

53	- -	2
335	- -	2
11	- -	20
67	- -	536
		4
		8
		6144 liwr: Genew: Odp:

Piąty

Piąty przykład. *Według ceny wexlowéy między Hamburgiém i Gdáńſkiém przypádá* 120 *groſzy Pruſkich za táler* 1 *bankowy; a między Gdáńſkiem i Amſzterdamém przypádá* 295 *gr: Pruſ: za* 1 *liwr bankowy; w Amſzterd: zaś i w Hamb: daią* 33 *ſtywery za* 32 *ſoldy Lubeckié; iléż dadzą za* 2596 *tálerow Hamburſkich, poſłanych wexlém proſto do Hamburga; i ilé znowu za tén ſam wexel dadzą, gdy tén będzie do Amſzterdamu zapiſany, a dopiero z Amſzterdamu, inny na mieyſcé tego do Hamburga poſzlą?*

Wzór działaniá.

(proſto wexle poſyłaiąc,)

~~120~~ *gr: Prus:*	1 *taler Hamb:*
x *zł: Hamb:*	~~2596~~ *taler Gdáń:*
1 *tal: Gdáń:*	~~90~~ *gr: Prus:*
~~4~~ - -	- 3
	649
	1947 *tal: Ham: Odp:*

Wzór działaniá.

(przez Amſzterdám poſyłaiąc.)

~~295~~ *gr: Prus:*	1 *liw: bank: Amſzt:*
1 *liw: bank:*	~~120~~ *ſtyw:*
~~33~~ *ſtyw:*	~~32~~ *ſold: Lub:*
~~48~~ *ſold: Lub:*	1 *tal: Hamb:*
x *tal: Ham:*	~~2596~~ *tal: Gdáńſkich*
1 *tal: Gdáń:*	~~90~~ *gr: Prus:*
~~59~~ - -	~~24~~
~~2~~ - -	30
~~11~~ - -	16
	~~236~~
	4
	1920 *tal: Hamb: Odp:*

Stratá poſyłaiąc wexel przez Amſzterdám byłaby prawie $1\frac{1}{3}$ na ſtu.

Pokażmy i w regule łańcuchowéy zgodę ſpoſobu praktycznégo z ſpoſobém przez rozumowanié.

Na 1. przykładzie. Ponieważ 24 łokci Lipſkich, czyni 23 Warſzawſkich; iedén łokieć Lipſki uczyni $\frac{23}{24}$ łok: Warſzawſkiégo, a zatém 560 łokci Lipſkich uczyni $\frac{23\cdot 560}{24}$ łokci Warſzawſkich. I znowu 35 łokci Warſzawſkich, czyniąc 36 Gdáńſkich, iedén łokieć Warſzawſki czyni $\frac{36}{35}$ łokcia Gdáńſkiégo; i wyráz łokci Warſzawſkich w łokciach Gdáńſkich, będzie przez liczbę $\frac{23\cdot 560}{24}$ rozmnożoną przez $\frac{36}{35}$, toieſt $\frac{23\cdot 560\cdot 36}{24\cdot 35}$. W tym oſtatnim ułomku liczby licznika ſą té, któré po iednéy ſtronie były napiſané, ſpoſobu praktycznégo używaiąc, a liczby mianownika były tám po drugiéy ſtronie, gdzie i znak liczby nie wiadoméy znaydował się.

Na 2. przykładzie. 576 łokci Lipſkich czyni $\frac{23\cdot 576}{24}$ łokci Warſzawſkich. Téy liczby łokciów w przedaniu, będzie tylko $\frac{100}{102}$ część; ponieważ tracić się ma w mierze 2 łokcie na ſtu; a zatém liczba łokci przedanych będzie: $\frac{23\cdot 576\cdot 100}{24\cdot 102}$. Te łokcie koſztowały ze wſzyſtkim 75. 18 zł: Polſkich, zarobek zaś w przedawaniu ma bydź $\frac{15}{100}$, toieſt: za każdé ſto złotych ma się odebrać 115; a zatém za wydané 75. 18 zł: odbierze się $\frac{75\cdot 18\cdot 115}{100}$ zł. Cenę iednégo łokcia w przedaniu znáydziémy, dzieląc cenę wſzyſtkich łokci przedáwać się maiących, przez ſummę tychże łokci, toieſt: dzieląc $\frac{75\cdot 18\cdot 115}{100}$ przez $\frac{23\cdot 576\cdot 100}{24\cdot 02}$ albo co na iedno wychodzi, mnożąc $\frac{75\cdot 18\cdot 115}{100}$ przez $\frac{24\cdot 102}{23\cdot 576\cdot 100}$. Cena tedy łokcia iednégo będzie $\frac{75\cdot 18\cdot 115\cdot 24\cdot 102}{100\cdot 23\cdot 576\cdot 100}$.

Liczby, z których mnożyć się maiących, ſkłádá się licznik, ſą té ſamé, któré ſpoſobu ſtraktycznégo używaiąc, kładliśmy po iednéy pronie, a liczby, któré w mianowniku widzimy, były tam po drugiéy ſtronie.

PRZYDATEK O SPOSOBIE, KTÓRYM POZNÁWAĆ MOŻNÁ WÁRTOŚĆ PIÉNIĘDZY WEWNĘTRZNĄ.

Dwie rzeczy przychodzi uwáżać w porównywaniu wártości piéniędzy złotych, lub ſrébrnych; toieſt: ich *wágę* i ich *tytuł*.

Piéniądze złoté, iako i ſrébrné, nie ſą z ſamégo złota, lub ſrébra; alé w piéniądzach złotych znáyduie się pomieſzané ſrébro i miédź, a w srebrnych miédź tylko. A iako złoto ieſt daleko drożſzé niż ſrébro, dopiéroż niż miédź; ſrébro też ieſt daleko drożſzé od miedzi; tak wartość wewnętrzná, dwoiakich tych piéniędzy, miarkuie się tylko z wielości złota, lub ſrébra, iaká się w nich znáyduie. Zgodzono się, aby bryłę złota iakąkolwiek wielką, czy małą uwáżać, iak gdyby na 24 części równych była podzielona, z których każdą nazwano *karatém*; karat znowu podzielono, na 12 równych części nazwanych *ziarkami (granum)*. Tytuł tedy kawałkowi iakiému złota, na przykład pieniądzu ze złota, náznaczá się, według liczby karatów, i ziarków złota czyſtégo, któré w ſobie zamyká. I tak tytuł pieniądza będzie: 20, 21, 22, 23, i t.d. ſamégo złota.

Co zaś do ſrebra: dzielą bryłę iakąkolwiek ſrébra, na 16 równych części, z których każdá nazywá się *łotém*; każdy zaś *łot*, dzieli się na 18 równych części, nazwanych *ziarkami*. We Francyi dzielą bryłę taką na 12 części równych, któré zowią *denárami (deniers*;) denár dzielą na 32 *ziarek*.

Jeżeli dwie ſztuki złota, albo ſrébra iedén tytuł maią, toieſt, że iedna ſztuká, tylé na przykład złota zamyká w ſobie karatów mnieyſzych, ilé drugá zamyká więkſzych; wártość iednéy ſztuki tylé przechodzić będzie wártość drugiéy, ilé cieżár albo wága iednéy przenosi cieżár drugiéy.

Jeżeli zaś dwóch ſztuk złotych, albo ſrébrnych, będą cieżáry równé, wártość iednéy względém drugiéy taká będzie, iak tytuł iednéy względém drugiéy. Na przykład gdyby iedna ſztuka była cała ze złota, a druga miała tylko 18 części złota, a 6 części innégo kruſzcu, wártość pierwſzéy ſztuki, byłaby tak większá

więkſzá od wártości drugiéy, iak iest liczba 24 więkſzá od 18; i tyléby prawie 18 części piérwſzéy ſztuki wárté były, ilé 24 części drugiéy ſztuki.

Gdyby na każdéy ſztuce piéniądza (tak iak na Polſkiéy monecie widzimy) wyrażono część pewną, iakiey wági wiadoméy, nie trzebaby iuż w porównaniu wártości piéniędzy, mieć względu na ich wágę, ale doſyćby było uważać tylko, iaką część téy wiadoméy wági w ſobie zawiéraią. I tak ponieważ na złotym Polſkim wyrażono, że ośmdziesiątą część albo $\frac{1}{80}$ grzywny Kolońſkiéy czyſtégo ſrébra zamyka, a na dwu złotówce, że zamyká czterdzieſtą, albo $\frac{1}{40}$ téyże grzywny; iuż ſtąd dochodzimy, że dwuzłotówka, dwa razy tylé má w ſobie czyſtégo ſrébra, ilé złotówka; i że wártość iéy wewnętrzná, ieſt dwa razy więkſzá. Ale, że takié wyrazy nie zawſze na pieniądzach znáyduiémy; przeto potrzeba częſtokroć mieć wzgląd, i na wágę piéniędzy, i na ich tytuł; aby porównać możná wártość iednych, z wártością drugich.

W porównywaniu piéniędzy rozmáitych, złotych i srébrnych, iednych z drugiémi, nic pewnégo i iednoſtaynégo uſtanowić nié możná, względém ich wártości. Możná té dwa kruſzce wyſtawić ſobie iako dwa towary, których cena, iednégo względém drugiégo ſpádá, albo się podnosi, gdy iednégo z tych towarów będzie mało, drugiégo wielé, albo przeciwnie piérwſzégo wielé, a drugiégo mało. Obiaśnię to na przykładach.

Piérwſzy przykład. *Czérwoné złoté, któré*

maią

maią tytuł $23\frac{1}{2}$ *karatów, toieſt: któré tylé karatów czyſtégo złota zawiéraią, i których* 67, *wáży* 1 *grzywnę Kolońſką, biorą w Warſzawie na przykłád po zł:* $16\frac{3}{4}$; *chciálbym wiedzieć, iaká ieſt wártość złota względém ſrébra, według tego oſzacowania?*

Wzór działaniá.

$\cancel{16}\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}$ *zł: czyni*	1 *cz: zł:*
67 *cz: zł:*	1 *gr: Kol:*
$\cancel{24}$ *grz: zł: mie: w cz: zł:*	$23\frac{1}{2}$ *gr: zł: czyſt:*
1 *grz: zł: czyſt:*	x *grz: ſrebr:*
1 *grz: ſrébra*	$8\cancel{0}$ *zł: Pol:*
67 - - - -	$\cancel{4}$
	47
2 - - - -	10
3 -	2
13467 - -	940

Podzieliwſzy 13467, przez 940, wieloráz będzie 14 i prawie $\frac{1}{3}$; i ta ieſt wartość złota względém ſrébra.

Drugi przykłád. *W Pańſtwie Céſarſkiém od roku 1753. czérwoné złote o 23 karatach, i 8 ziarkach czyſtégo złota, i których 67 czyni iednę grzywnę, wážą zł: Niémieckich 4 i 10 graycarów, a zaś 20 zł: Niémieckich, czyni iednę grzywnę czyſtégo ſrébra. Chciálbym wiedzieć, iaká tu ieſt wártość złota względém ſrébra?*

Wzór

Wzór działániá.

67 *cz: zł: czyni*	1 *grzyw:*
$\cancel{24}$ *gr: zł: mie: w cz: zł:*	$\cancel{23}\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}$ *g. zł: czy: w cz: zł:*
1 *grz: zł: czyſt:*	x *grz: ſrébr:*
1 *grz: ſrébr:*	$\cancel{20}$ *zl Niém:*
$\cancel{4}\frac{\cancel{1}}{\cancel{6}}$ *zł:*	1 *cz: zł:*
3 - -	71
$\cancel{25}$ - -	$\cancel{6}$
$\cancel{6}$ - -	$\cancel{5}$
5 - -	
1005	71 | $14\frac{11}{71}$ *Odp:*

Aby wártość wewnętrzna pieniędzy ſrébrnych Polſkich i Céſarſkich, była równą; trzebaby, aby zł: Niémiecki zawiérał w ſobie 4. złote Polſkie; a zatém, ieżeli wártość czérwonégo złotégo ieſt 4 zł: i 10 graycarów, albo $4\frac{1}{6}$ złote Niémieckié; wártość tegoż czérwonégo złotégo, powinnáby bydź w złotych Polſkich cztéry razy tak wielká, toieſt $16\frac{2}{3}$ zł: Pol: co w ſamey rzeczy mało się różni od cény czérwonégo złotégo według prawa.

Trzeci przykład. *We Francyi według wyroku wydanégo w roku 1762 pieniądze złoté, nazwané* Luidorami (Louis d'or) *i pieniądze ſrébrné nazwané* wielkiémi tálerami (gros écus); *piérwſzé powinny miéć tytuł 22 karatów, a drugié 11 karatów; a zatém i té, i tamté pod iednym tytułém wyrobić można $\frac{11}{12}$ czyſtégo ſrébra, lub złota. Grzywna złota, iakié ieſt w pieniądzach, czyni liwrów 720, a grzywna ſrébra, z którégo także pieniądze wybiiaią, czyni*

49 liwrów i 16 ſoldów. Jakáż tu według prawa ieſt wártość złota względém ſrébra?

Znaydziemy, że wártość złota takiégo, przewyżſzá wártość ſrébra $14\frac{1}{2}$ razy prawie; podzieliwſzy 720 przez $49\frac{4}{5}$.

Czwárty przykład. *Jakáż ieſt wártość wewnętrzná czérwonégo złotégo w monecie Francuzkiéy; gdy czérwony złoty má karatów $23\frac{1}{2}$; 67 cz: zł: czyni iednę grzywnę Kolońſką; Luidor czyniący 24 liwrów, má karatów 22, a 300 Luidorów wáży grzywnę iednę na wágę* de Troy *zwaną; na koniec 22 grzywién Kolońſkich, czyni 21 grzywién Francuzkich?*

Wzór działániá.

67 *cz: zł:*	1 *grz: Kol:*
$\cancel{24}$ *gr: zł: w czér: zł:*	$\cancel{23}\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}$ *gr: zł: czyſt:*
$\cancel{22}$ *grz: Kol:*	21 *gr: Franc:*
$\cancel{22}$ *grz: czyſt: Franc:*	$\cancel{24}$ *grz. w Luid.*
1 *grz: w Luid:*	$\cancel{30}$ *Luid.*
1 *Luid:*	$\cancel{24}$ *liw: Franc:*
x *Liw: Franc:*	1 *cz: zł:*
$\cancel{2}$ - -	47
11 - - - -	$\cancel{12}$.
11 - - - -	15
	6
8107 | 88830 |	10 *Liw:* 17 *ſold.* 10 *den: prawie*

Piąty przykład. *Jakáż ieſt wártość wewnętrzná złotégo Polſkiégo, w monecie Francuzkiéy, gdy táler czyni 6 liwrów Francuzkich pod tytułém 11 denárów, a $8\frac{3}{10}$ takich tálerów, wáży iednę grzywnę na wágę* de Tróy?

Wzór

Wzór działaniá.

80 zł:	- - -	1 grz: Kol:
22 grz: Koloń:		21 grz: Franc.
11 grz: czyſt ſrebr.		12 gr. ſr. w pień.
1 grz: ſréb. w pień.		$8\frac{8}{10}$ tálerow
1 táler	-	6 liw.
1 liw.	-	20 ſold.
1 ſold	-	12 den.
x den.	-	1 Zł: Polſki:
10	- -	83
4	- -	1
11	- -	6
		3
1210	| 188244. |	155 den. toieſt blizko 13 ſol. Odp.

K O N I E C.

Ex Libris [illegible]

Ex
Libris
Frandelli
6 Dyaurt