4
844

ALGEBRA
POCZĄTKOWA

PRZYKŁADAMI ARYTMETYKI OBIASNIONA

Dla Szkolney Młodzi.

WYDANA.

PRZEZ

X. JOZAFATA WĘGLENSKIEGO

SCHOLARUM PIARUM.

BIBLIOTEKA IMIENIA ZIELIŃSKICH

W WARSZAWIE 1775.

---

w Drukarni J. K. Mci y Rzeczypospolitey
u XX. *Scholarum Piarum.*

Jllud autem prorsus mirabile existit, ope analyseos unicâ sæpiùs lineâ tot veritates exprimi, quas juxta communem methodum exponendas, ac demonstrandas volumina integra non caperent. Hinc unius lineæ intuitu integras ferè disciplinas paucorum minutorum spatio addiscere licet, quibus juxta communem methodum comprehendendis anni complures vix sufficerent. Solidam ergo in Mathesi eruditionem consequuturus Analysi studeat, opus est. *Wolf: in præf. ad elemen. Analsis.*

To zaś wcale rzecz iest dziwna, iż za pomocą Algebry iedną częstokroć linią tyle prawd wyrazić można; ileby ich, pospolitym wykładaiąc sposobem, y okazuiąc, całe Ksiąg Tomy nie obięły. Ztąd na iednę linią patrzeniem wszystkich prawie nauk w przeciągu kilku minut nauczyć się można; na ktorych podług pospolitego sposobu poięcie ledwieby lat kilka wystarczyło. Ktokolwiek tedy doskonale w Matematyce chce być uczonym; temu Algebry uczyć się trzeba.

PRZESTROGA

MOZE się komu zdawać, że niektore w tey Algebrze położone problemmata są mniey pożyteczne, dla tego, że nie masz zwyczaiu, aby ludzie tym sposobem rozmawiali, ktorym rozmawiaiących z sobą w niektorych problemmatach kładę; iednak kto nie sposob rozmawiania się, lecz samę istotę, y treść rzeczy pilnie uważy, ten pozna, że y z takowych problemmatow wielki wynika pożytek. Nayprzod bowiem ten mniey zwyczayny rozmawiania sposob tak iest ułożony, że w czytaiących, lub słuchaiących wzbudza ciekawość, przez ktorą się więcey ochoty, y attencyi potrzebney do solwowania problemma nabywa. Powtore te problemmata biegły Matematyk rozważaiąc łatwo poznaie, że albo z nich powszechne reguły do wielu Matematycznych operacyi służące wynikaią, albo przez nie inne zawiłe w Matematyce reguły obiaśniaią się, y utwierdzaią. Tych zaś reflexyi po każdym problemma czynić nie chciałem dla tey przyczyny, abym nayprzod przez to zaczynaiącey uczyć się Algebry młodzi nie był ciężkim, y nowego nie zadawał mozołu, powtore, że sama młódź stawszy się w Al-

gebrze biegleyszą te czynić reflexye, y te postrzegać prawdy łatwo potrafi. Nakoniec nie sądziłem za rzecz przyzwoitą kłaść w początkowey Algebrze problemmata wzięte z Geometryi, Trygonometryi, Mechaniki, y innych Matematyki części, ktoreby młodzi zaczynaiącey uczyć się Algebry poięcie zapewne przewyższały, y trudnością swoią zamiast zachęcenia, wstrętby od tak śliczney umieiętności oney uczyniły. Do tego takowe problemmata tylko w wyższey daią się Algebrze ludziom o Geometryi, Trygonometryi, Mechanice przynaymniey początkową maiącym wiadomość; ta zaś początkowa Algebra od uczących się oney tylko wiadomości Arytmetyki wyciąga. Albowiem w niey Arytmetyczne kładą się problemmata, z ktorych wiele, lubo nie wszystkie można by przez reguły Arytmetyki z długą pracą, y wielką przykrością solwować, Algebrayskim zaś sposobem wszystkie, y naytrudnieysze bez suszenia mozgu, y mozołu głowy z ukontentowaniem umysłu prędko się solwuią w czym każdego własne doświadczenie przeświadczy.

WSTĘP DO ALGEBRY

I.

ALGEBRA iest umieiętność, ktora rachunki Arytmetyczne miasto liczb przez litery alphabetu czyni, y ilkości *(a)* w pospolitości uważa. Tak naprzykład: *a*, y *b*, czasem dwie ktorekolwiek liczby znaczą, czasem dwie linie, czasem dwa sążnie, dwie mile, dwa roki, dwa ruchy. *(b)* A ztąd łatwo każdy poznać może, że początki Algebry są wszystkich Matematyki części początkami, czyli elementami. Ani się ta umieiętność zaczyna-

 iącym

[*a*] Quantitates, tak się u Filozofow, y Matematykow nazywaią te rzeczy, ktore się mierzyć mogą w dłuż, w szerz, y głębokość.

[*b*] Motus, ruszanie się rzeczy iakiey z mieysca na mieysce.

iącym oney się uczyć zbyt trudna , y nieprzyiemna widzieć powinna, dla tego, że litery *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *&c.* żadney w szczegulności okryślonej rzeczy nie wyrażaią; bo y liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 16, &c. także nic w szczegulności okryślonego nie znaczą, kiedy się młodzież uczy te liczby iedne do drugich przydawać, albo iedne od drugich odciągać, albo iedne przez drugie multyplikować; lecz używanie tych rachunkow do rzeczy w szczegulności wyrażonych przystosowane arcy-wielki pożytek ztąd wypływaiący pokazuie.

II.

Arytmetyka rachunki swoie dłuższą, Algebra zaś krotszą drogą odbywa, używaiąc do tego pewnych znakow następuiących: znak ten $+$ iest znak addycyi, y znaczy więcey, tak $a + b$ znaczy, że ilkość *a*, iest złączona, czyli przydana ilkości *b*. Znak $-$ znaczy mniey, y iest znak subtrakcyi, *np:* $a - b$, wyraża się *a* mniey *b*, to ieſt, znaczy, że ilkość *b* ieſt odciągniona od ilkości *a*. Znak $\times$, iest znak multyplikacyi, *np:* $a \times b$, albo $a\,b$ znaczy, że ilkość *a* ieſt multyplikowana przez ilkość *b*. Znak ten $-$ z iedną, lub więcey literami nad, y pod linią położonemi znaczy dywizyą, *np:* $\frac{a}{b}$ albo $a \mid b$, znaczy, że ilkość *a*, ktora iest nad linią, albo po lewey stronie, podzielona iest przez ilkość *b*, ktora pod linią, albo po prawey stronie ieſt położona. Znak $=$ ieſt znak rowności, *np:* $a = b$, znaczy, że ilkość *a*, ieſt rowna ilkości *b*. Niechay tedy będzie *a* iedno co 12, *b* iedno co 4; w ten czas: $a + b$, znaczyć będzie 16, $a - b$, znaczyć będzie 8. $a \times b$, albo $a\,b$, znaczyć będzie 48, $\frac{a}{b}$ albo $a \mid b$, znaczyć będzie 3. A ieżeli *c* iedno będzie co 16. *d* iedno co 8. *e* iedno co 48. *f* iedno co 3; to w ten czas będzie $a + b = c$, $a - b = d$, $a \times b = e$, $\frac{a}{b} = f$, to iest: przydawszy 12, do 4 czyni 16, odciągnąwszy cztery od 12, czyni 8, multyplikuiąc 12 przez 4, czyni 48, podzieliwszy 12 przez 4, czyni 3.

Jeszcze znak ten $>$ znaczy większą ilkość, znak zaś $<$ znaczy mnieyszą *np:* $a > b$ znaczy, że ilkość *a* iest większa od ilkości *b*, zas $a < b$ znaczy, że ilkość *a* iest mnieysza od *b* ilkości.

III.

Wszystkie te znaki Algebrayskie zawsze przed ilkościami kładą się *np:* $a + b$, $m - p$, znak $+$ kładzie się przed ilkością *b*, znak $-$ kładzie się przed ilkością *p*. &c.

IV.

Te ilkości, przed ktoremi iest położony znak $+$, nazywaią się (positivæ quantitates) rzetelne, własne, przed ktoremi zaś iest znak $-$ zowią się (negativæ quantitates) nierzetelne, cudze, ktore się maią od rzetelnych odciągnąć *np:* mam Złotych 100, z tych winienem komu Złotych 5, to tak wyrażam, że mam $100 - 5$, to iest, rzetelney własney summy mam Złotych 95, cudzey zaś, ktorą winienem, y od własney odciągnąć powinienem Złotych 5. Ztąd pokazuie się, że ilkości rzetelne są zawsze przeciwne ilkościom nierze-

rzc-

rzetelnym tak, że albo się wzaiemnie znoszą, y w nic obracaią, gdy są sobie rowne, albo większa zwycięża mnieyszą, *np:* $2bc - 2bc$, albo $4 - 4$ znoszą się, y w nic obracaią, znowu: $5fm - 6fm = 1fm$, albo prościey $-fm$. Albowiem dla krotszego rachunku 1, opuszcza się, y tylko trzeba się domniemywać; iako też przed każdą początkową ilkością domniemywa się ten znak $+$, *np:* $a - b$, iedno iest co $+ a - b$.

V.

Liczba przed ilkością Algebrayską położona znaczy, wiele razy ta ilkość iest sobie sama przydana, y nazywa się ta liczba wykładacz addycyi, (coefficiens) *np:* $3d$, liczba ta 3 wykłada, czyli znaczy, że ilkość *d* iest trzy rązy sobie samey przydana to iest: $d + d + d. = 3d$. Liczba zaś w gorze ilkości położona znaczy wiele razy ta ilkość iest przez siebie samą multyplikowana, y nazywa się wykładacz multyplikacyi (exponens) *np:* $d.^3$, liczba 3, znaczy, że ilkość *d* iest trzy razy przez siebie samą multyplikowana. Niechay teraz będzie $d = 5$, będzie tedy

$3\,d = 15$, à zaś $d.^{3\cdot} = d \times d \times d. = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

VI.

Jlkość Algebrayſka, ktorey części łączą się przez znaki $+$, albo $-$, nazywa się wieloraka (complexa) *np*: $3\,a\,b + 2\,b\,c - 4\,c\,d$ ieſt ilkość wieloraka. Części tey ilkości przez znaki $+$, albo $-$ podzielone nazywaią się terminy tey ilkości; przeto ilkość wyżey położona ma trzy terminy, z ktorych ieden ieſt $3\,a\,b$, drugi $2\,b\,c$ &c. Jlkość ieden tylko termin maiąca nazywa się poiedynkowa (simplex) *np*: ilkość $2\,b\,c$ iest poiedynkowa, kiedy po niey żaden inny termin nie naſtępuie, y nie łączy się z nią przez znaki $+$, albo $-$.

VII.

Jlkość, albo wielkość Algebrayska iedna drugiey w ten czas iest podobna, kiedy obydwie te same litery, y tyleż liter iednymże porządkiem położonych w sobie zawieraią, *np*: $5\,a\,b\,d$ ieſt podobna ilkości $2\,a\,b\,d$. Rożność zaś liczb przy ilkościach położonych, iako y rożność znakow nie przeszkadza temu, aby dwie ilkości te same litery, y tyleż maiące nie były sobie podobne. Porządek zaś liter, iak są w alphabecie, dla iaśnieyſzego rachunku zachowuie się.

VIII.

Redukcya dwoch albo więcey ilkości Algebrayskich sobie podobnych nic innego nie iest, tylko onychże ilkości krotsze wyrażenie. Kiedy podobne sobie ilkości maią iednakowy znak $+$, albo $-$ redukuią się tak *np*: $5\,b\,c\,d + 3\,b\,c\,d$ redukuią się pisząc: $8\,b\,c\,d$, znowu: $-3\,a\,b^{2\cdot} - 4\,a\,b^{2\cdot}$ redukuie się $-7\,a\,b^{2\cdot}$, to iest: iaki znak maią przed redukcyą, taki się kładzie po ich redukcyi. Jeżeli zaś podobne sobie ilkości nie iednakowe maią znaki; to w ten czas tak się redukuią: odciąga się mnieyszy koefficyent od większego, a przy reście kładzie się znak większego koefficyenta *np*- $+4\,c\,m - 6\,c\,m$. redukuie się na $-2\,c\,m$. Bo gdy kto ma 4 Złote, a winien ieſt 6, potrzebuie ieszcze dwoch Złotych, aby dług wypłacił; więc na wyrazenie tego stanu iego pi-

szę

szę się —2. złote. Także: $4\,c\,d$—$3\,c\,d$ redukuią się na $c\,d$, opuszczaiąc znak +— y liczbę 1 dla wyżey położoney przyczyny. (n°. 4.)

ROZDZIAŁ I.

O addycyi, y subtrakcyi ilkości poiedynkowych.

IX.

JLkości poiedynkowych addycya czyni się, gdy się iedna ilkość po drugiey kładzie, y łączą się tym znakiem, ktory przed addycyą mieli. *np:* ilkość a mam przydać do ilkości b, piszę a +— b, albo mam przydać —m do p, piszę p—m, to iest iakie znaki te ilkości mieli przed addycyą, z takiemi się znakami y po addycyi piszą,

Jeżeli zaś ilkości Algebraiczne dane do addycyi są sobie podobne; to się redukuią *np:* $3\,b$ chcę przydać do $2\,b$, piszę: $3\,b$ +— $2\,b$ == $5\,b$, albo $8\,c\,d$ mam przydać do —$10\,c\,d$, piszę $8\,c\,d$—$10\,c\,d$ ==—$2\,c\,d$. (n°. 8.)

X.

Kiedy iednę ilkość Algebraiczną chcę odciągnąć od drugiey, to iednę po drugiey kładę, y łączę ie znakiem —, potym ieżeli są podobne, to ie redukuię *np:* abym c od b odciągnął, piszę: b—c, ponieważ — iest znak subtrakcyi, albo chcę odciągnąć $3\,a$ od $4\,a$, piszę tak: $4\,a$—$3\,a$==$1\,a$, ==a.

Lecz abym odciągnął —b od a, to piszę: a +— b, odmieniaiąc znak — na +—, a zatym ilkość a iest powiększona przez tę subtrakcyą. Co tak obiaśniam: niechay kto ma złotych 100, winien zaś złotych 5, ten iego stan tak się wyraża: 100—5==95, chcę ia, aby on nie miał —5, to iest, wypłacam, y znoszę ten iego dług; więc summa 95 przyidzie do 100, a zatym 5 iest powiększona.

ROZDZIAŁ II.

O multyplikacyi, y dywizyi poiedynkowych ilkości.

XI.

JLkość Algebrayſka iedna przez drugą multyplikuie się, kiedy iednę przy drugiey położę bez żadnego znaku *np:* $a \times b = ab$, $cd \times m = cdm$, ta iest umowa : ale ilkości Algebrayskie prawie zawsze poprzedzaią liczby zwane koefficyenty, y znaki $+$, albo $-$. Więc w ten czas

1°. $+3\,cd \times +5\,bm = +15\,bcdm$; bo multyplikuiąc $+ \times +$ daie $+$, potym 3×5 daie 15, nakoniec $cd \times bm$, czyni $bcdm$; à tak $+15\,bcdm$ iest produktem $+3\,cd \times +5\,bm$.

R A C H U N E K

$$\begin{array}{c} +3\,cd \\ \times \\ +5\,bm \\ \hline +15\,bcdm. \\ \hline \end{array}$$

2°. Je-

2°. Jeżeli masz ilkość ze znakiem $-$ do multyplikowania przez ilkość maiącą znak $+$; to produkt mieć powinien znak $-$.

R A C H U N E K

$$\begin{array}{c} -2\,bd. \\ \times \\ +3\,af. \\ \hline -6\,abdf. \\ \hline \end{array}$$

To iest : $-2\,bd \times +3\,af = -6\,abdf$; więc mowić trzeba, że $- \times +$ daie $-$. Potym $2 \times 3 = 6$. ktore napiszesz po znaku $-$; znowu $bd \times af = abdf$. Więc cały produkt z ilkości $-2\,bd \times +3\,af$ iest $-6\,abdf$. W tym przykładzie daie się widzieć, że $- \times + = -$. Racyą zaś tego dam niżey.

3°. Kiedy ilkość maiącą znak $+$ multyplikuiesz przez ilkość maiącą znak $-$; to produkt mieć powinien znak $-$; przeto $+4\,rs \times -bd = -4\,bdrs$.

RACHU-

RACHUNEK

$$\begin{array}{c} +4rs \\ \times \\ -bd \\ \hline -4bdrs. \end{array}$$

Co się tak czyni mowiąc : $+$ multyplikowane przez $- = -$. zaś 4×1. (zawsze rozumieć trzeba , że każdą ilkość bez liczby położoną poprzedza 1.) (n°.4.) daie 4, nakoniec $rs \times bd = bdrs$. Więc produkt z $+4rs$ przez $-bd = -4bdrs$; à zatym pokazuie się , że $+ \times - = -$, co wkrotce okażemy.

4°. Dwie ilkości maiące znak $-$ iednę przez drugą multyplikuiąc , produkt ich mieć powinien znak $+$, tak $-3b \times -4d$ iest $= 12bd$. Tego wszystkiego daie się.

OKAZANIE

MUltyplikacya koefficyentow , czyli liczbz poprzedzaiących ilkości żadney nie czyni trudności ; bo się liczby podług Arytmetyki reguł multyplikuią :

ilkości Algebraicznych multyplikacya iest iedną umową. Więc multyplikacya tylko znakow potrzebuie explikacyi ; trzeba okazać , że $+ \times + = +$, że $+ \times - = -$, że $- \times + = -$, że $- \times - = +$.

1°. $+3 \times +4$ powinno dać $+12$; ponieważ multyplikator $+4$ maiący znak $+$ pokazuie , że trzeba brać ilkość $+3$ tyle razy , ile się znayduie iedności w 4, to iest , cztery razy ; przeto ilkość $+3$ cztery razy wzięta iest rowna $+3+3+3+3 = +12$; więc $+ \times + = +$. To się na definicyi multyplikacyi funduie.

2°. $+3 \times -4 = -12$. Uważ , że multyplikator 4, maiący znak $-$, pokazuie , że trzeba odciągnąć ilkość $+3$ cztery razy. Więc podług reguły subtrakcyi (n°. 10.) trzeba położyć znak $-$, piszę tedy $-3-3-3-3 = -12$; ztąd się pokazuie , dla czego $+ \times - = -$.

3°. $-3 \times +4 = -12$; albowiem multyplikator 4 maiący znak $+$ znaczy , że trzeba brać -3 cztery razy , à zatym pisać $-3-3-3-3 = -12$: więc $- \times + = -$.

4°. $-3\times-4=+12$. Trzeba zawsze do znaku multyplikatora stosować się ; tu ponieważ znak multyplikatora iest -4 ; więc pokazuie , że potrzeba odciągnąć -3 cztery razy. Aby zaś można odiąć $-$, trzeba pisać $+$ (n°. 10.) Przeto aby odciągnąć -3 cztery razy , trzeba pisać $+3+3+3+3=+12$; iasna tedy rzecz iest , że $-\times-=+$. Tu nie trzeba powierzchownie , ale istotnie znaki uważać. Co było do okazania.

Te same reguły można w liczbach obiaśnić , y że są nieomylne , pokazać. Multyplikuymy $+8-3$ przez $+6-2$; trzeba wynaliść produkt 20, ponieważ $8-3=5$, zaś $6-2=4$, zatym $5\times4=20$. Przystosuymy teraz wyżey położone reguły.

RACHUNEK

$$
\begin{array}{r}
+8-3. \\
\times \\
+6-2. \\
\hline
+48-18. \\
-16+6. \\
\hline
48+6-18-16=54-34=20. \\
\hline
\end{array}
$$

Mul-

Multyplikuymy ieden po drugim dwa terminy liczby maiącey się multyplikować przez każdy termin multyplikatora : można , zkąd chcę , począć ; zaczynam multyplikować summę $+8-3$ przez pierwszy termin multyplikatora $+6$; więc mowię $+\times+=+$. $8\times6=48$. Potym $-\times+=-$, $3\times6=18$. Przeto produkt liczby $+8-3$ przez $+6$ iest $+48-18$. Podźmy do produktu $+8-3$ przez -2. Mowmy $+\times-=-$, $8\times2=16$. Potym $-\times-=+$, $3\times2=6$. Produkt tedy liczby $+8-3$ przez -2 iest $-16+6$. Teraz szukaymy tych dwoch produktow znalezionych summy , czyniąc addycyą tych dwoch ilkości rzetelnych $+48+6$, y będzie $+54$, uczyńmy też summę z dwoch ilkości nierzetelnych tych $-18-16=-34$. Więc cały produkt iest $54-34=20$; y to to iest , czegośmy szukali. Ponieważ zaś w tey multyplikacyi reguły wyżey opisane zachowaliśmy ; idzie zatym , że te reguły nie tylko są nieomylne , ale też , ktoby ich w multyplikacyi nie zachował , zapewneby pobłądził.

 XII.

XII.

Więc generalną regułę można ustanowić dla multyplikacyi znakow. Jle razy ilkości Algebraiczne iednakowe maią znaki; w ten czas produkt mieć powinien znak $+$ (albowiem $+\times+ = +$, y $-\times- = +$) Jle razy zaś ilkosci maią rożne, nie iednakowe znaki w ten czas produkt mieć powinien znak $-$ (bo $+\times- = -$; y $-\times+ = -$) n°. 11.

XIII.

Algiebrayską ilkość poiedynkową iednę przez drugą łatwo podzielisz za pomocą znaku dywizyi, kładąc ilkość podzieloną nad linią, à pod linią dzielnika. *np*: chcąc podzielić *a*, przez *b*, piszę: $\frac{a}{b}$ albo $a \mid b$, także abym podzielił *a b* przez *c*, piszę $\frac{ab}{c}$.

Lecz gdy 1°. te same litery w podzielny ilkości, y w dzielniku znayduią się; to w ten czas takowe litery opuszczaią się *np: a b c* dywiduiąc przez

d b c

d b c będzie kwocyent $\frac{abc}{dbc}$ krociey $\frac{a}{d}$.

Albowiem gdy tak podzielna ilkość, iako y dzielnik przez iednęż ilkość multyplikuią się, y znowu podzielaią, to zawsze ten sam kwocyent wychodzi. *np*. Zmultyplikowawszy 12, y 3, przez 2, będę miał produkty 24, y 6, ieżeli 24 podzielę przez 6, rownie będzie kwocyent 4, iak gdy 12 podzielę przez 3. W przykładzie zaś Algebrayskim wyżey położonym daie się widzieć, że ilkości *a*, y *d*, są multyplikowane przez *b c*.

Także kwocyent: $\frac{ab}{a} = b$, $\frac{a}{a} = 1$.

Bo przed każdą ilkością nie maiącą inney liczby trzeba się dorozumiewać 1.

2°. Liczby przed ilkościami Algebrayskiemi położone tak się dywidować powinny, iak w Arytmetyce, *np*: dzieląc 12 *a b*, przez 3 *c*, piszę $\frac{12ab}{3c}$ krociey 4 *a b c*. Gdy zaś są wykładacze (exponentes;) to się odciągaią, *np*: mam dzielić a^{5} przez a^{3} piszę $\frac{a^{5}}{a^{3}} = a^{5} - 2, = a^{3}$

3°.

3°. Reguła dana wyżey o znakach + y — iako w multyplikacyi, tak y w dywizyi zachowuie się. Przeto $\frac{+12ax}{+12a}$, albo $\frac{-12ax}{-12a} = +x$; y znowu: $\frac{+12ax}{-12a}$, albo $\frac{-12ax}{+12a} = -x$.

ROZDZIAŁ III.

O addycyi, y subtrakcyi wielorakich ilkości.

XIV.

RAchunek wielorakich ilkości iest tylko dłuższy od rachunku poiedynkowych; ale nie trudnieyszy, ponieważ nie co innego iest, tylko rachunek poiedynkowych tyle razy powtorzony, ile potrzeba. Przeto też same reguły w nim zachowuią się. Przystąpmy teraz do przykładow.

PRZYKŁAD I.

Dana mi iest wieloraka ilkość ta: $3a^{2}b^{3} - 5cs^{4} - 4dr + 2s$, kto-

rą

rą mam przydać do wielorakiey ilkości $-s + 4cs^{4} - a^{2}b^{3} + 4dr$.

RACHUNEK.

$$\begin{array}{rrrr}
3a^{2}b^{3} & -5cs^{4} & -4dr & +2s. \\
-a^{2}b^{3} & +4cs^{4} & +4dr & -s. \\
\hline
2a^{2}b^{3} & -cs^{4} & *. & +s. \\
\hline
\end{array}$$

Nayprzod tedy daną wieloraką ilkość tak piszę, iak mi iest dana: potym drugą wieloraką ilkość pod pierwszą tak piszę, aby terminy podobne wprost pod podobnemi sobie terminami były położone. Potym te ilkości tym sposobem napisane podkryślę, y redukuiąc podobne terminy do prostszego wyrażenia (n°. 8.) znaydę tych dwoch ilkości danych tę summę: $2a^{2}b^{3} - cs^{4} + s$.

PRZYKŁAD II.

$$\begin{array}{rrrr}
a & -2b & +7c & +d \\
4a & +2b & -3c & -2d. \\
\hline
5a & *. & +4c & -d. \\
\hline
\end{array}$$

Znak ten *. znaczy, że dwie ilkości są opuszczone, ponieważ iedna drugę znosi. Co w liczbach tak obiaśniam. Niechay będzie $a=6$, $b=5$, $c=3$, $d=2$.

Więc podług danego Algebrayſkiego przykładu ten drugi w liczbach wyrażony do rachunku tak piszę:

$$\begin{array}{l} 6-10+21+2=19. \\ \underline{24+10-9-4=21.} \\ \text{Summa } 30 \ *. \ 12-2=40. \end{array}$$

Ztąd pokazuie się ciekawy, lecz dowcipny, y do wielkich rachmistrzſkiey sztuki kwestyi przyiemnie, y krotko rozwiązania pożyteczny, y potrzebny sposob czynienia addycyi ilkości literami wyrażonych; kiedy dwie ilkości sobie przeciwne, y wcale siebie znoszące w addycyi do summy nie wchodzą, ale się opuszczaią *np:* $-2b$, y $+2b$. Co że tak być powinno, y że się to dobrze czyni, przykład w liczbach okazuie.

PRZY-

PRZYKŁAD III.

W liczbach.

$3a+b-c.$	3. Zł:	$+1$.g.	-1.sz:
$4a+5b-2c.$	4.	$+5$	$-2.$
$7a+6b-3c.$	7.	$+6$.g.	-3.sz:

Jeżeli wielorakie ilkości nie maią podobnych terminow; to bez braku iedną po drugiey z ich znakami kładę, y znakiem addycyi $+$ łączę. *np:* $3a^2b-3ab^2+b^3$ mam przydać do $xx-2cx$; ponieważ tu żadnego nie masz terminu podobnego do pierwszych; więc czynię addycyą tak: $xx-2cx+3a^2b-3ab^2+b^3$.

XV.

Subtrakcyą wielorakich ilkości czynić trzeba podług następuiących reguł.

1°. Nayprzod te ilkości, od ktorych drugie ilkości maią się odciągać, napisz, à pod niemi te ilkości, ktore się maią odciągać tak napisz, aby podobne terminy wprost pod podobnemi sobie terminami były położone.

2°. Jeżeli ilkości maią te same znaki; to tylko koefficyentow ich czynię

 sub-

subtrakcyą, à litery z resztą koefficyenta piszą się.

PRZYKŁAD

$$\begin{array}{r} 7\,b - 5\,c + 3\,d. \\ 3\,b - 2\,c + \ \ d. \\ \hline 4\,b - 3\,c + 2\,d. \end{array}$$

Jaśniey to samo w liczbach pokazuie się

Miał kto:	7. Zł: — 5. gr. + 3. szel:		
Wydał:	3. Zł: — 2. gr. + 1. szel:		
Zostaie:	4. Zł: — 3. gr. + 2. szel:		

3ª. Jeżeli koefficyent niższey ilkości iest większy od koefficyenta wyższey ilkości; w ten czas wyższy koefficyent od niższego odciąga się, y przy reszcie kładzie się znak przeciwny.

PRZYKŁAD

$$\begin{array}{r} 6\,a + 5\,b - 3\,c + \ \ d. \\ a + 7\,b - 4\,c + 2\,d. \\ \hline 5\,a - 2\,b + \ \ c - \ \ d. \end{array}$$

Kiedy w tym przykładzie wyższa ilkość odciąga się od niższey; to się zdaie, iż własność subtrakcyi narusza się; iednak nie iest tak; bo się ta rzecz przydaniem znaku przeciwnego nadgradza. Co iaśniey poznamy w liczbach; niech będzie $a=6$, $b=5$, $c=3$, $d=2$. Więc przykład wyżey dany w literach tak w liczbach wyrażam.

PRZYKŁAD

$$\begin{array}{r} 36 + 25 - \ \ 9 + 2 = 54. \\ 6 + 35 - 12 + 4 = 33. \\ \hline 30 - 10 + \ \ 3 - 2 = 21. \end{array}$$

Tu widzisz, że wyższa linia czyni 54, niższa zaś linia czyni 33, y czyli Algebrayſkim sposobem, czyli Arytmetycznym subtrakcyą uczynisz; zawsze iednak wychodzi reszta 21.

4ª. Jeżeli wyższey, y niższey ilkości znaki są rożne, to iest, iedna ma znak +, druga znak —; to koefficyentow addycyą uczynić, y przy summie ich położyć znak wyższey ilkości.

PRZY-

PRZYKŁAD

$$\begin{array}{l} 5a - 3b - 5c. \\ 3a - 2b + 3c. \\ \hline 2a - b - 8c. \end{array}$$

Dziwić się tu nie trzeba temu, że do subtrakcyi miesza się addycya, y że ilkości maiące znak — chociaż są przeciwne ilkościom maiącym znak + będąc inszego rodzaiu; iednak tu iedna drugiey przydaie się, y iedna od drugiey się odciąga. Albowiem rzecz pilnie zważywszy, znaydziemy, że w rzeczy samey ani w addycyi ilkość maiąca znak — przydaie się ilkości maiącey znak +, ani w subtrakcyi iedna się od drugiey odciąga; ale tylko w addycyi odciąga się to, co nad to było przydanego, w subtrakcyi zaś to się przydaie, coby się nad to odciągnęło: to iest, znaki nadgradzaią walor koefficyentow, koefficyenty zaś w subtrakcyi przydane znaczenie znakow nadgradzaią. Obaczmy to w liczbach.

PRZY-

PRZYKŁAD

$$\begin{array}{l} 30 - 15 - 20. = 5. \\ 18 - 8 + 12 = 2. \\ \hline 12 - 7 - 8. = 3. \end{array}$$

5ª. Jeżeli wieloraka ilkość maiąca się odciągać nie ma terminow podobnych terminom wielorakiey ilkości, od ktorey ma się odciągać; to odmieniwszy znaki ilkości maiącey się odciągać, piszę ią po ilkości, od ktorey odciągam. *np:* Chcę odciągnąć: $xx - 2cx + cc$, od $2a^4 - 3b^2$. Piszę: $2a^4 - 3b^3 - xx + 2cx - cc$. Y iuż subtrakcya stała się.

ROZDZIAŁ IV.

O multyplikacyi, y Dywizyi wielorakich ilkości.

XVI.

WSzystkie terminy liczby mnożney, czyli tey, ktora się ma multyplikować, trzeba przez każdy termin mnożnika, czyli multyplikatora tak, iak w Arytmetyce multyplikować; po-

tym

tym ztąd rożne wynikaiące produkta w iednę złożyć summę, podobne sobie ilkości redukuiąc, ieżeli ktore są.

PRZYKŁAD I.

$$\begin{array}{l} \quad aa - 2ac + cc \\ \qquad \times \\ \quad a - c. \\ \hline a^3 - 2a^2c + ac^2 \\ \quad - a^2c + 2ac^2 - c^3 \\ \hline a^3 - 3a^2c + 3ac^2 - c^3 \end{array}$$

Abym zmultyplikował: $aa - 2ac + cc$ przez $a - c$, napiszę multyplikatora $a - c$ pod mnożną ilkością: $aa - 2ac + cc$, y podkryślę; potym mowię $aa \times a = a^3$, y piszę a^3 bez znaku $+$. Potym multyplikuię termin następuiący $-2ac$ przez a, mowiąc $- \times + = -$, $2ac \times a = 2a^2c$. więc po a^3 piszę $-2a^2c$. Multyplikuię potym $+cc$ przez a, y mam: $+ac^2$, ktorą piszę po $-2a^2c$ pod linią. Tymże sposobem przez drugi termin multyplikatora $-c$ wszystkie terminy mnożney ilkości multyplikuię, y mowię: $aa \times - c = -a^2c$, y piszę

szę

szę w drugiey linii pod drugim terminem. Potym multyplikuię $-2ac$ przez $-c$ mowiąc: $- \times - = +$. $2ac \times c = 2ac^2$. Produkt tedy $-2ac$ przez c iest: $+2ac^2$. Nakoniec $+cc \times - c = -c^3$. Wszystkie terminy mnożney ilkości przez każdy termin multyplikatora zmultyplikowawszy, produkty ztąd wynikłe podkryślę, y addycyą uczyniwszy, będę miał zupełną summę: $a^3 - 3a^2c + 3ac^2 - c^3$.

Każdy w tym przykładzie uważać może, że się zawsze tylko poiedynkowa ilkość przez poiedynkową multyplikuie: przeto wielorakich ilkości multyplikacya iest dłuższa, ale nie insza od multyplikacyi poiedynkowych. Jednak dla większego ćwiczenia się ieszcze niektore położę przykłady.

PRZYKŁAD II.

$$\begin{array}{l} \quad 3aa - 2bb \\ \qquad \times \\ \quad 3aa + 2bb. \\ \hline 9a^4 - 6a^2b^2 \\ \qquad + 6a^2b^2 - 4b^4 \\ \hline 9a^4 \quad *. \quad - 4b^4 \end{array}$$

PRZY-

PRZYKŁAD III.

$$\begin{array}{l} 3\,bc^{2.} - 4\,b^{2.}c + b^{.3.} \\ \quad\times \\ 2\,bc - 3\,b^{.2.} \\ \hline 6\,b^{2.}c^{3.} - 8\,b^{3.}c^{2.} + 2\,b^{4.} \\ \qquad - 9\,b^{3.}c^{2.} + 12\,b^{4.}c - 3\,b^{5.} \\ \hline 6\,b^{2.}c^{3.} - 17\,b^{3.}c^{2.} + 14\,b^{4.}c - 3\,b^{5} \end{array}$$

Czwarty przykład będzie w literach, y liczbach toż samo znaczących, litery zaś, ktorych w następuiącym przykładzie zażyię, wyrażać będą te liczby: $a = 6$, $b = 5$, $c = 4$, $d = 2$.

PRZYKŁAD IV.

$$\begin{array}{l} \quad 2\,a - 2\,d - c. = 4. \\ \qquad\times \\ \quad a + 3\,d - c. = 8. \\ \hline 2\,aa - 2\,ad - ac \\ \quad + 6\,ad - 6\,dd + 3\,cd \\ \qquad - 2\,ac + 2\,cd + cc. \\ \hline 2a^{2.} + 4ad - 6d^{2.} - 3ac - cd + c^{2.} = 32. \end{array}$$

Uważ, że lubo w tym przykładzie summa z wielu terminow składa się, iednak nie więcey znaczy, tylko 32. Bo ilkości maiące znak + w iednę zebra-

zebrawszy summę, będzie 136, od tey liczby summę ilkości maiących znak —, ktora iest 104. odciągnąwszy, zostaie 32. *np*:

$$\begin{array}{rl|rl} +2\,a^{2} = 72. & & -6\,d^{2.} = 24 & \\ +4\,ad = 48. & & -3\,ac = 72. & \\ +c^{2} = 16. & & -cd = 8. & \\ \hline 136. & & 104. & \end{array}$$

Nakoniec wiedzieć trzeba, że w pewnych okolicznościach rzecz iest bardzo pożyteczna dla łatwieyszego rachunku, Znakiem tylko multyplikacyą, nie czyniąc iey, wyrazić; bo się trafić może w kombinacyach, że taż sama ilkość będzie dzielnikiem tego produktu, ktorego iest ścianą, w ten czas ta ilkość bez wszelkiego rachunku opuszcza się, przez co operacya staie się łatwieysza. *np*: Multyplikacyą ilkości $3\,xx - 2\,bc$ przez $5\,cx - 4\,rs$ chcę krotko wyrazić; to czynię tak:

$\overline{3\,xx - 2\,bc.} \times \overline{5\,cx - 4\,rs.}$ Linia nad mnożną ilkością, y nad multyplikatorem pokazuie, że wszystkie termimy ilkości maiącey się multyplikować powinny być multyplikowane przez każdy termin multyplikatora.

XVII.

W dywizyi wielorakich ilkości nayprzod podzielną (dividendus) ilkość , y dzielnika (divisor) porządnie ułoż podług nauki Arytmetyczney dywizyi ; lecz względem terminow maiących exponenty wprzod kłaść trzeba termin maiący większy exponent , à potym termin z mnieyszym exponentem ; *np:* masz dzielić : $c^3 + 3cy^2 - y^3 - 3c^2y$, przez: $c - y$.

PRZYKŁAD I.

$$
\begin{array}{l|l}
c^3 - 3c^2y + 3cy^2 - y^3 & c - y \\
-c^3 + c^2y & \overline{c^2 - 2cy + y^2} \\
\hline
* - 2c^2y + 3cy^2 & \\
+ 2c^2y - 2cy^2 & \\
\hline
* \quad + cy^2 - y^3 & \\
\quad - cy^2 + y^3 & \\
\hline
\quad * \quad * &
\end{array}
$$

Ułoż terminy podzielney ilkości podług stopniow litery c, (można też brać literę y,) to iest, położ na pierwszym mieyscu ten termin, w ktorym litera c ma naywiększego exponenta , ten iest termin c^3 ; napisz potym termin , w ktorym litera c ma mnieyszy troche exponent , to iest termin $-3c^2y$: y tak daley aż do końca układay terminy. Więc podzielna ilkość tak porządnie ułożona ta będzie : $c^3 - 3c^2y + 3cy^2 - y^3$. Tymże sposobem terminy dzielnika , ieżeli trzeba , ułożysz ; tu zaś w danym przykładzie nie trzeba.

Po ułożeniu zaczniesz dzielić pierwszy termin c^3 podzielney ilkości przez pierwszy termin c, dzielnika , y napiszesz c^2 na kwocyent ; zmultyplikowawszy potym całego dzielnika przez c^2 , odciągniesz produkt $c^3 - c^2y$ od podzielney ilkości , co się czyni pisząc pod podzielną ilkością terminy tego produktu ze znakami przeciwnemi , potym podkryślę , y redukcyą podobnych ilkości uczynię. Przy reszcie $-2c^2y$ kładę trzeci termin $+3cy^2$, ktory nie redukował się , y znowu dzielę pierwszy termin $-2c^2y$ przez pierwszy termin c dzielnika , y wychodzi mi $-2cy$, co na kwocyent piszę : multyplikuię całego dzielnika przez ten

 no-

nowy termin, y czynię, iak wyżey, subtrakcyą. Zostaie mi się $+ cy^2$, przy ktorym kładę ostatni termin $- y^3$ podzielney ilkości: dzielę znowu pierwszy termin tey trzeciey części $+ cy^2$ przez pierwszy termin c dzielnika, wychodzi na kwocyent $+ y^2$; przez ktory multyplikuię całego dzielnika, y ten produkt zwyczaynie odciągam od ilkości, ktora się była została do dzielenia, y że nic się nie zostaie, przeto znak iest, że podzielenie doskonałe. Więc ilkość: $c^2 - 2cy + y^2$ iest prawdziwy kwocyent. Proba tego iest, kiedy multyplikuiąc kwocyent: $c^2 - 2cy + y^2$ przez dzielnika $c - y$, wychodzi podzielna ilkość: $c^3 - 3c^2y + 3cy^2 - y^3$.

Dwie rzeczy tu można uważać 1°. że postępowanie sobie w Algebrayskim dzieleniu iest wcale podobne postępowaniu w Arytmetycznym dzieleniu. 2°. Ze zawsze poiedynkowa tylko ilkość przez poiedynkową w każdey operacyi dzieli się: przeto w rzeczy samey wielorakich ilkości dzielenie nie iest trudnieysze od poiedynkowych ilkości dywizyi: w tym tylko zdaie się być rożność,

żność, że się multyplikuie każdy termin kwocyenta przez cały dzielnik, zkąd wynika produkt, ktory się odciąga od podzielney ilkości w każdey operacyi, aby wiedzieć, co ieszcze zostaie do dzielenia: ale Arytmetyczna dywizya właśnie też tak sobie postępuie, więc ta operacya nic nowego nie przepisuie.

Względem zaś ułożenia terminow podług stopni iedney pewney litery, ktorą potym nazywać będziemy początkową literą albo spolną, to trzeba uważać. Kiedy podzielna ilkość iest snadna do dzielenia przez inszą ilkość; to ta ilkość iest koniecznie iedną ze ścian, z ktorych podzielna ilkość przez multyplikacyą wyniknęła; lecz podzielna ilkość przez multyplikacyą wyniść nie mogła, nie dawszy rożnych stopni niektorym literom spolnym mnożney ilkości, y multyplikatorowi; zwłaszcza gdy się obydwa z rożnych składaią terminow. Więc iako te litery do rożnych stopni przez multyplikacyą są podwyższone; tak przez dywizyą powinny być poniżone tym samym porządkiem, ktorym mogą być podwyższone, y to dźwizyą czyni wygodniey- szą. Gdybym zaś ten porządek zaniedbał; to często mogłbym rozumieć, że dywizya iest do zrobienia trudna, chociaż terminy tey dywizyi ułożone iak potrzeba, mogłyby doskonały wydać kwocyent.

PRZYKŁAD II.

Dana iest do dzielenia wieloraka ilkość: $9\,a\,b^{2} + 6\,a^{3} - 15\,a^{2}b$, przez $-3\,a\,b + 2\,a^{2}$. Nayprzod tedy porządnie ułożę terminy podług stopni litery spolney a, potym wyżey opisanym sposobem rachuię.

RACHUNEK.

$$
\begin{array}{l|l}
 & 2\,a^{2} - 3\,a\,b \\
6\,a^{3} - 15\,a^{2}b + 9\,a\,b^{2} & \overline{} \\
-6\,a^{3} + 9\,a^{2}b & 3\,a - 3\,b. \\
\hline
*. \quad -6\,a^{2}b + 9\,a\,b^{2} & \\
\quad + 6\,a^{2}b - 9\,a\,b^{2} & \\
\hline
*. \qquad *. &
\end{array}
$$

PRZY-

PRZYKŁAD III.

Dana iest do dzielenia ilkość: $8\,c\,x^{2} + 15\,b\,d\,s - 10\,b\,d\,x - 12\,c\,s\,x - 3\,f\,g$. przez $4\,c\,x - 5\,b\,d$. Nayprzod porządnie ułożę terminy podzielney ilkości, y dzielnika podług stopni litery spolney x; à że dwa są terminy w podzielney ilkości, w ktorych litera x iednego iest stopnia, przeto te dwa terminy ieden pod drugim mogę napisać, iako też inne dwa terminy, w ktorych się litera x nie znayduie.

RACHUNEK.

$$
\begin{array}{l|l}
8\,c\,x^{2} - 10\,b\,d\,x + 15\,b\,d\,s & 4\,c\,x - 5\,b\,d \\
\quad - 12\,c\,s\,x - 3\,f\,g. & \overline{2\,x - 3\,s.} \\
-8\,c\,x^{2} + 10\,b\,d\,x & \\
\hline
*. \quad - 12\,c\,s\,x + 15\,b\,d\,s & \frac{3\,f\,g.}{4\,c\,x - 5\,b\,d.} \\
\qquad - 3\,f\,g & \\
\quad + 12\,c\,s\,x - 15\,b\,d\,s. & \\
\hline
*. \quad - 3\,f\,g. &
\end{array}
$$

Ponieważ w tym przykładzie po uczynionym rachunku zostaie termin $-3\,f\,g$, ktory niemaiąc spolnych ścian, czyli liter z dzielnikiem, pokazuie, że

dywi-

dywizya nie może być doskonała; przeto tę pozostałą ilkość $-3fg$ piszę nad liniyką, à pod liniyką dzielnika.

PRZYKŁAD IV.

Dana iest ilkość do dzielenia; $ab - ad - cb + cd$, przez $b - d$. Niechay litery, ktorych tu używam; wyrażaią te liczby: $a = 8$, $b = 5$, $c = 4$, $d = 2$. Będzie w literach.

RACHUNEK.

$ab - ad - cb + cd. \mid b - d.$

$-ab + ad \mid a - c.$

$*. \quad *. \quad -cb + cd.$

$+cb - cd.$

$*. \quad *.$

Tenże sam w liczbach.

RACHUNEK.

$40 - 16 - 20 + 8. \mid 5 - 2.$

$-40 + 16. \mid 8. - 4.$

$*. \quad *. \quad -20 + 8.$

$+20 - 8.$

$*. \quad *.$

ROZ-

ROZDZIAŁ V.

O frakcyach, czyli łomanych ilkościach.

XVIII.

FRakcya iest część, albo części iakiey ilkości całey na kilka, lub kilkanaście części podzieloney. Dwoma zawsze ilkosciami wyraża się, z ktorych iedna pisze się nad liniyką, y nazywa się licząca, albo licznik, (c) ktory te części na ktore iaka cała ilkość iest podzielona, liczy, druga zaś pisze się pod liniyką, y nazywa się mianuiący albo mianownik; (d) bo mianuię, czyli wyraża na wiele części ta cała ilkość iest podzielona *np:* $\frac{a.}{b}, \frac{cb}{d.}, \frac{fgr.}{cdf.}$ &c. wymawia się tak: *a. z b, cb, z d, fgr. z cdf.* Jaśniey to się w liczbach pokazuie. *np:* $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{2.}{7.}\ \frac{4.}{9.}$ &c. wymawiaią się tak: iedna ze dwoch, albo

C 5

[c] Numerator. [d] Denominator.

bo połowa, iedna ze trzech, dwie z siedmiu, cztery z dziewięciu &c.

XIX.

Reguły, ktore w Arytmetyce o liczbach łamanych są przepisane, te same się w rachunkach Algebrayskich frakcyi zachowuią; iednak dla prędszego zaczynaiących poięcia niektore położę gruntowne reguły.

1°. Całą ilkość redukować mogę na frakcyą, kiedy na mieyscu mianuiącego położę 1. *np:* $\frac{ab.}{1.}$ $\frac{abc.}{1.}$ $\frac{a\pm c.}{1.}$ &c.

2°. Cała ilkość zamienia się w frakcyą danego mianownika; ieżeli będę multyplikował ią przez danego mianownika, y pod produktem tym danego mianownika położę. *np:* chcę całą ilkość a zamienić w frakcyą, ktoraby miała danego mianownika b; więc będzie $\frac{ab.}{b.}$ Znowu mam ilkość x zamienić w frakcyą danego mianownika $a\pm b$, będzie: $\frac{ax\pm bx.}{a\pm b.}$

3°.

3°. Zmultyplikowawszy, albo podzieliwszy przez tę samę ilkość tak licznika, iak mianownika frakcyi, waloru swego frakcya nie odmienia. *np:* Zmultyplikowawszy $\frac{a.}{b.}$ przez c, będzie $\frac{ac.}{bc} = \frac{a.}{b.}$ Znowu podzieliwszy $\frac{bb.}{bc.}$ przez b, będzie $\frac{b.}{c.}$

4°. Aby zmultyplikować frakcyą przez iey mianownika; dosyć iest tegoż mianownika zmazać. *np:* Abym zmultyplikował $\frac{ax.}{c}$ przez c, dosyć iest napisać: $ax.$ Podobnież $\frac{bc.}{a-b.}$ zmultyplikowane przez $a-b$, będzie bc, y zmultyplikowane $\frac{a.}{2x.}$ przez $2x$, będzie: a; albowiem $\frac{2ax.}{2x.} = a$ przez regułę 3.

5°. Cała ilkość z frakcyą dana do iedney frakcyi redukuię się, gdy

zmul-

zmultyplikuię całą ilkość przez mianownika frakcyi. *np:* Trzeba ilkość $a + \frac{b\,c.}{n.}$ redukować ; to multyplikuię całą ilkość a przez mianownika frakcyi n, y mam frakcyą : $\frac{a\,n + b\,c.}{n.}$ Tymże sposobem $\frac{a\,a.}{c} - b$ stanie się iedną frakcyą $\frac{a\,a - b\,c.}{c.}$ Racya tego z reguły 2. wypływa.

6ª. Frakcye do prostszego redukuią się wyrażenia, czyli z większych staią się mnieysze, gdy tak licznika, iak y mianownika przez spolnego dywizora, albo dzielnika podzielę ; to ztąd wychodzące kwocyenty daią mi prostszą, czyli mnieyszą frakcyą, pierwszey rowną przez regułę 3. *np:* Dana iest frakcya : $\frac{a\,a\,b.}{a\,c.}$, tey licznika : $a\,a\,b$, y mianownika : $a\,c$ podzieliwszy przez spolnego im dzielnika a, kwocyenty ztąd wychodzące daią mi mnieyszą, y pierwszey rowną frakcyą : $a\,b.$

$\frac{a\,b.}{c.}$ Toż uczyniwszy z frakcyą $\frac{2\,a\,b\,c.}{8\,a\,c\,d.}$ będzie mnieysza : $\frac{1\,b.}{4\,d.}$

Jak spolnego dzielnika (communem mensuram) wynaleść uczy Arytmetyka.

7. Frakcye maiące rożne mianowniki redukuią się do iednego mianownika tym sposobem : *np:* Trzeba redukować te dwie frakcye : $\frac{a.}{b.}$ $\frac{c.}{d.}$, nayprzod mianownika iedney frakcyi przez mianownika drugiey multyplikuię, y mam spolnego mianownika, potym licznika pierwszey frakcyi przez mianownika drugiey, y wzaiemnie licznika drugiey frakcyi przez mianownika pierwszey multyplikuię na krzyż, y mam frakcye iednego, czyli spolnego maiące mianownika : $\frac{a\,d.}{b\,d.}$ $\frac{c\,b.}{b\,d.}$ y pierwszym rowne przez regułę 3. Jeżeli więcey niż dwie frakcye trzeba redukować do spolnego mianownika ; to nayprzod mianownikow tych frakcyi przez się multypli-

plikuię, produkt ztąd wychodzący iest spolnym mianownikiem; potym tenże produkt przez obydwa razem terminy każdey frakcyi porządkiem multyplikuię, y kładę na licznika, y mam nowe frakcye pierwszym rowne iednego maiące mianownika. *np.* Dane są do redukcyi frakcye: $\frac{a.}{b.}\ \frac{c.}{d.}\ \frac{e.}{f.}$, więc nayprzod $b \times d \times f = b\,d\,f$, potym $\frac{a.}{b} \times b\,d\,f$, $\frac{c.}{d.} \times b\,d\,f$, $\frac{e.}{f.} \times b\,d\,f = \frac{a\,d\,f.}{b\,d\,f.}\ \frac{c\,b\,f.}{b\,d\,f.}\ \frac{e\,b\,d.}{b\,d\,f.}$. Kiedy mianownik iedney frakcyi doskonale dzieli mianownika drugiey frakcyi; to w ten czas owe frakcye wygodnie zredukuię do iednego mianownika, multyplikuiąc przez ow kwocyent licznika, y mianownika tey frakcyi, ktorey mianownik był dzielnikiem. *np:* Dane są do redukowania frakcye: $\frac{a\,b}{c\,d.}\ \frac{e\,f.}{c.}$; ponieważ mianownik c doskonale dzieli mianownika $c\,d$,

więc multyplikuię przez kwocyent d, obydwa terminy frakcyi $\frac{e\,f.}{c.}$ y będę miał frakcye $\frac{a\,b.}{c\,d.}\ \frac{e\,d\,f.}{e\,d.}$ iednego maiące mianownika. Toż samo w liczbach *np:* mam redukować $\frac{5.}{8.}$ y $\frac{3.}{4.}$, ponieważ 4. doskonale dzieli 8, więc przez kwocyent 2, zmultyplikuię obydwa terminy frakcyi $\frac{3.}{4.}$ y mam $\frac{5.}{8.}$ y $\frac{6.}{8.}$.

ROZDZIAŁ VI.

O addycyi, y subtrakcyi łamanych ilkośći.

XX.

JEżeli frakcye maią spolnego mianownika; to 1°. licznikow czynię addycyą, y pod ich summą kładę spolnego mianownika. *np.* Dane są frakcye do addycyi: $\frac{a.}{c.}$ y $\frac{b.}{c.}$ summa ich iest : $\frac{a+b.}{c.}$. Znowu : $\frac{ab}{c.}$, y $-\frac{ds}{c}$, y $+\frac{fm.}{c.}$, summa iest $\frac{ab.-ds+fm.}{c.}$

Znowu : $\frac{ps.}{bb.}$, y $-\frac{2gm.}{bb.}$, y $-\frac{4r.}{bb.}$

Summa : $\frac{ps.-2gm.-4r.}{bb.}$

2°. Jeżeli frakcye nie maią iednego mianownika, lecz rożne; to wprzod podług reg: 7. redukować ie trzeba do spolnego mianownika, y dopiero czynić addycyą. *np*: Dane są : $\frac{a.}{b.}+\frac{c.}{d.}$, wprzod redukuię do iednego mianownika : $\frac{ad.}{bd.}+\frac{bc.}{bd.}$ potym addycyą czynię, y mam summę : $\frac{ad.+bc.}{bd.}$. Także te frakcye : $\frac{f.}{g.}-\frac{p.}{s.}-\frac{m}{x}+\frac{r.}{t.}=$

$$=\frac{fstx.}{gstx.}-\frac{gptx.}{gstx.}-\frac{gmts.}{gstx.}+$$

$$+\frac{gsrx.}{gstx.}=\frac{fstx-gptx-gmst}{gstx.}$$
$+gsrx.$

3°. Jeżeli całe ilkości z frakcyami są dane do addycyi; to albo całe ilkośei do całych ilkości przydaię, a frakcye do frakcyi, wprzod ie zredukowawszy do spolnego mianownika. *np*: $a+\frac{ab.}{c.}$ $b-\frac{ab.}{b.}=a+\frac{abb.}{bc.}-b-\frac{acc.}{bc.}$

$=a+b+\frac{abb-acc.}{bc.}$. Albo całe ilkości zamieniam na frakcye podług reg: 5. y czynię addycyą, zredukowawszy frakcye do iednego mianownika *np*: $a.+\frac{ab}{c}$, $b-\frac{ab.}{b.}=\frac{ac+ab.}{c.}$

$+\frac{bb-ac.}{b.}=\frac{abc+abb.}{bc.}$, $\frac{bbc-acc.}{bc.}$

$$=\frac{abc+abb+bbc-acc.}{bc.}$$

XXI.

W subtrakcyi łamanych ilkości także uważać trzeba, czy dane frakcye maią spolnego mianownika, czyli rożnego. Jeżeli maią spolnego mianownika; to tylko licznika od licznika odciągam, przy reszcie piszę znak —. *np*: $\frac{a.}{b.}$ mam odciągnąć od $\frac{c.}{b.}$ piszę: $\frac{c.}{b.} - \frac{a.}{b.} = \frac{c-a.}{b.}$ Jeżeli zaś frakcye rożne maią mianowniki, to wprzód ie redukuię do iednego mianownika, potym czynię subtrakcyą. *np*: Mam odciągnąć $\frac{b-c.}{d.}$ od $\frac{r.}{s.}$, nayprzod redukuię do iednego mianownika: $\frac{bs-cs.}{ds.} - \frac{dr.}{ds.}$, potym subtrakcyą czynię, y będzie: $\frac{bs.-cs-dr.}{ds.}$

ROZ-

ROZDZIAŁ VII.

O multyplikacyi y dywizyi łamanych ilkości.

XXII.

MUltyplikuią się liczniki przez liczniki, y mianowniki przez mianowniki, frakcya ztąd wynikaiąca iest produktem, ktorego szukam. *np*: $\frac{a.}{b.} \times \frac{c.}{d.} = \frac{ac.}{bd.}$ Także: $\frac{a-b.}{m.} \times \frac{a-b.}{p.} = \frac{aa-2ab+bb.}{mp.}$ Także: $\frac{2s-r.}{f.} \times \frac{d.}{c-a.} = \frac{2ds-dr.}{cf.-af.}$ Jeżeli trzeba multyplikować całą ilkość przez frakcyą, albo przeciwnie *np*: $\frac{a.}{b.}$ przez c, to dosyć iest licznika zmultyplikować przez całą ilkość, y będzie produkt $\frac{ac.}{b.}$ Bo cała ilkość redukuie się na

 fra-

frakcyą, położywszy pod nią 1. podług reg: 1, Albo rozdzielić (ieżeli Rozdział doskonały bez reszty być może) mianownika frakcyi przez całą ilkość. *np:* $\frac{a.}{b\,c.}$ trzeba multyplikować przez c, dzielę $b\,c$ przez c, kwocyent $\frac{a.}{b}$ daię mi ten produkt, ktorego szukam; bo $\frac{a\,c}{b\,c} = \frac{a.}{b.}$ Znowu multyplikować trzeba: $\frac{a\,b - c\,d.}{a\,c - a\,d.}$ przez $c - d$, dzielę $a\,c - a\,d$ przez $c - d$, kwocyent iest a, y produkt będzie $\frac{a\,b - c\,d.}{a.}$.

XXIII.

Dywizya łamanych ilkości tym samym prawie sposobem odprawuie się, co y multyplikacya, tylko trzeba terminy dzielnika przewrucić, to iest, licznika położyć na mieyscu mianownika, à mianownika na mieyscu licznika; potym liczniki przez liczniki, à mianowniki przez mianowniki multypli-

plikować, produkty dadzą kwocyent. *np:* Mam dzielić $\frac{b.}{s.}$ przez $\frac{c.}{d.}$ przewracam terminy dzielnika, y multyplikuię: $\frac{b}{s} \times \frac{d.}{c} = \frac{b\,d.}{c\,s.}$ y ten iest kwocyent. Znowu mam dzielić: $\frac{2b - d.}{-f.}$ przez $\frac{c - m.}{p.}$ przekładam terminy dzielnika, y multyplikuię: $\frac{2b - d.}{-f.} \times \frac{p.}{c - m} = \frac{2\,b\,p - d\,p.}{-c\,f + c\,m.}$ y iuż iest kwocyent. Toż samo w liczbach *np:* mam dzielić $\frac{2.}{3.}$ przez $\frac{1.}{6.}$ przekładam terminy dzielnika, y multyplikuię: $\frac{2.}{3} \times \frac{6.}{1.} = \frac{12.}{3} = 4.$

Jeżeli frakcye do dzielenia dane maią spolnego mianownika, to mogę innym sposobem uczynić dywizyą, *np.* mam

mam dzielić $\frac{a.}{b}$ przez $\frac{c.}{b.}$, zmażę spolnego mianownika, y podzielę *a*, przez *c*, będzie kwocyent $\frac{a.}{c.}$. To na iedno wychodzi, choć przewruciwszy terminy dzielnika, multyplikuię $\frac{a.}{b} \times \frac{b.}{c} =$

$$= \frac{ab}{cb} = \frac{a.}{c.}$$

ROZDZIAŁ VIII.

O porownaniu dwoch ilkości nierownych.

XXIV.

POrownanie (*Æquatio*) iest wyrażenie rowności dwoch ilkości rożne terminy maiących. *np:* $20 = 14 + 6$, $14 + 6 = 12 + 9 - 1$. Toż samo w literach: $a = b + c$, $b + c = d + e - g$. Jlkość, ktora się kładzie przed rowności znakiem $=$, nazywa się pierwszą częścią (primum membrum) porownania, ktora zaś iest położona po znaku $=$, ta się nazywa drugą częścią (secundum membrum) porownania. Liczby, albo litery w tych obydwoch częściach znayduiące się terminy. A że częstokroć Algebrayskie porownania są trudne do zrozumienia; przeto wynaleziony iest sposob obrocenia ich, czyli przemienienia w łatwieysze do poięcia: ten sposob nazywa się redukcyą, y funduie się na tych gruntownych regułach.

1ª. Nie znosi się rowność terminow; gdy ieden, albo więcey podług upodobania terminow z iedney porownania części do drugiey części przeniosę. *np:* $x + 2 = 5$, także: $x = 5 - 2$. Obiaśniam w liczbach: $3 + 2 = 5$, także: $3 = 5 - 2$.

2ª. Dwie, lub więcey ilkości sobie rowne nie przestaią być sobie rownemi, gdy rownie są pomnożone.

3ª. Od rownych ilkości rowną część odiąwszy, reszty ich są sobie także rowne.

4ª. Dwie lub więcey rownych ilkości zmultyplikowawszy przez iednęż ilkość, produkta ich są sobie także rowne.

wne. *np:* $8 - 2 = 4 + 2$. multyplikuię obydwa terminy przez 2, $8 - 2 \times 2 = 16 - 4 = 12$. potym $4 + 2 \times 2 = 8 + 4 = 12$. y tak mam rowne produkta.

5ª. Dwie lub więcey rownych ilkości podzieliwszy przez iednęż ilkość, kwocyenty ich są także rowne. *np:* $12 - 4 = 6 + 2$, podzieliwszy nayprzod $\frac{12-4}{2.} = 6 - 2$, potym: $\frac{6+2.}{2} = 3 + 1$. rowne są kwocyenty; bo $6 - 2 = 4$, y $3 + 1 = 4$.

XXV.

Redukcya porownań, czyli ekwacyi na tym zawisła, aby w iedney części porownania sama tylko niewiadoma, czyli niedeterminowana wiele znaczy ilkość była położona, w drugiey zaś części porownania, aby same tylko wiadome, y determinowane były położone ilkości. Tego temi sposobami dokazać można.

1°. Przez addycyą. *np:* masz tę ekwacyą: $x - a = c$: oczywista rzecz iest, że przydawszy $+ a$ do iedney, y do

y do drugiey części tego porownania, rowność ich nie zginie, (reg: 2ª.) przeto będzie insza ekwacya ta: $x - a + a = c + a$, ale $- a + a$ siebie znoszą; więc będzie redukowana ekwacya: $x = c + a$. Także chcąc od innych ilkości oswobodzić ilkość y, tey ekwacyi: $y - c - d = f + m$, dodaię do każdey części ekwacyi $+ c + d$, y mam: $y - c - d + c + d = f + m + c + d$, to iest, zmazawszy $- c - d + c + d$, ktore siebie znoszą, będzie ta, ktorey chciałem, ekwacya: $y = f + m + c + d$. Także abym tę ekwacyą: $z - 5 = 15$ zamienił na inszą, przydam $+ 5$ do obydwoch terminow, y będzie $z - 5 + 5 = 15 + 5$, to iest: $z = 20$.

2°. Tak y przez subtrakcyą redukuią się ekwacye. *np:* Niech będzie: $y + d = b + f$, odciągniy $+ d$ z iedney, y z drugiey części, będzież miał: $y + d - d = b + f - d$, to iest: $y = b + f - d$. Także redukuię $z + 5 = 15$, odiąwszy $- 5$ od obydwoch terminow: $z + 5 - 5 = 15 - 5$, to iest: $z = 10$.

Uważ tu, że nieznana ilkość oswobodza się przez addycyą, y subtrakcyą, przenosząc z tey części, w ktorey ona iest, wszystkie z nią będące terminy do drugiey części ekwacyi przemieniwszy znaki, to iest $+$ na $-$, y przeciwnie. Tak *np*: $x - a + d = g + m$, będzie $x = g + m + a - d$. Tymże sposobem wszystkie terminy ekwacyi mogę uczynić rzetelnemi, to iest, maiącemi znak $+$, y wszystkie do iedney części ekwacyi przenieść; bo ta ekwacya: $aa - 2bc + dd = 2cd - 3r - 4f$, może być taka: $aa + 3r + 4f + dd = 2cd + 2bc$. wszystkie terminy maiące znak $-$ przenosząc do drugiey części przemieniwszy znak $-$, na znak, $+$. Tymże sposobem tę ostatnią ekwacyą $aa + 3r + 4f + dd = 2cd + 2bc$, kiedy chcę, mogę w nić obrocić:

$aa + 3r + 4f + dd - 2cd - 2bc = 0$. Albo: $2cd + 2bc - aa - 3r - 4f - dd = 0$. Racya tego iest; bo gdy od iakiey ilkości drugą ilkość iey rowną odeymę, to ią w nic obracam, $4 - 4 = 0$.

3.°

3°. Jeszcze y multyplikacyi zażywa się do redukowania ekwacyi; ale w ten czas, kiedy niewiadoma ilkość iest podzielona przez iaką inną ilkość: ponieważ rzeczy tylko sobie przeciwne mogą zobopolnie siebie znosić. *np*: Masz daną ekwacyą: $\frac{yy.}{2b.} = f + g$; ponieważ yy iest podzielona przez $2b$, przeto multyplikuy obydwa tey ekwacyi terminy przez tego dzielnika, y będzież miał: $\frac{yy \times 2b.}{2b.} = \overline{f + g} \times 2b$, albo $yy = 2bf + 2bg$. Także tę porownanie: $2c + \frac{m.}{d.} = a + b$, multyplikuiąc wszystkie iey terminy przez mianownika d, będzie $2cd + m = ad + bd$ y gdyby więcey frakcyi było w porownaniu, iako w tym: $ds + \frac{cm}{a} + \frac{r.}{t.} = bx - \frac{fg.}{p}$; to multyplikuiąc wszystkie terminy tey *ekwacyi* przez produkt apt ze wszystkich mianownikow złożony, będzie insza bez frakcyi *ekwacya*: $adpst + cmtp$

$+$

$+ apr = abptx - afgt.$ Jest tedy rzecz bardzo łatwa przemienić porownanie z frakcyami na inszę porownanie bez frakcyi; bo każda frakcya w rzeczy samey znaczy dywizyą, ktorą czynić trzeba, y licznik iest podzielną ilkością, à mianownik dzielnikiem.

4°. Jako przez multyplikacyą nikną, czyli się znoszą ilkości te, ktore dzielą ilkość niewiadomą; tak wzaiemnie dywizya znosi te ilkości, ktore przez multyplikacyą są przydane niewiadomey ilkości. *np*: Masz $abx = 3cd + 2r$: podziel pierwszą, y drugą część porownania przez ab ilkość, ktora multyplikuie niewiadomą ilkość x, będzież miał rowną pierwszey (reg: 5.) te *ekwacyą*: $\frac{abx}{ab.} = \frac{3cd + 2r.}{ab.}$, potym zmazawszy siebie znoszące ilkości, będzie $x = \frac{3cd + 2r.}{ab.}$, gdzie produkt ab w pierwszey części nie znayduie się, lecz w drugiey iest dzielnikiem. Także chcesz oswobodzić niewiadomą ilkość z, w tym porownaniu $2dm - cr = fz - gz$? Uważay że

że druga część $fz - gz = z \times \overline{f - g}$, to iest: $f - g$ iest multyplikuiącą niewiadomą ilkość z; więc podziel pierwszą, y drugą część danego porownania przez $f - g$, będzie $\frac{2dm - cr.}{f - g.}$ $= \frac{fz - gz}{f - g.}$, zmazawszy znoszące siebie ilkości będzież miał: $z = \frac{2dm - cr.}{f - g.}$

Tenże sposob służy do wyrażenia w krotszych terminach iakiey przydługiey *ekwacyi*, ktorey wszystkie terminy są multyplikowane przez iednęż ilkość. *np*: W tym porownaniu: $b^{2.}x - b^{2.}c = ab^{2.} + b.^{3}$ widzę, że wszystkie terminy są multyplikowane przez ilkość $b^{2.}$; ponieważ mogę to porownanie wyrazić tak: $x - c \times bb = a + b \times bb$, gdzie oczywista iest rzecz, iż bb multyplikuie obydwie części tego porownania; więc te części podzielę przez bb, y będzie: $\frac{b^{2.}x - b^{2.}c}{bb.} =$

$=$

$= \frac{ab^2 + b^3}{bb}$, albo zmazawszy to, co się wzaiemnie znosi, będę miał $x - c = a + b$ porownanie daleko w krotszych terminach, niż pierwsze, wyrażone; a przeniosłszy $-c$ (reg: 1.) będzie ostatnie porownanie $x = a + b + c$, w ktorym niewiadoma ilkość x wcale iest oswobodzona od innych, ktore z nią były, ilkości. Chociażby nie wszystkie terminy iakiey *ekwacyi* były multyplikowane przez iednęz ilkość, byleby takich było kilka; to iednak mogę tę *ekwacyą* wkrotszych terminach tymże sposobem, co wyżey wyrazić. *np*: $axx + bc = = adf - 2ag$, w tey *ekwacyi* znieść mogę ilkość a ze wszystkich terminow, w ktorych się znayduie: bo dzieląc wszystkie terminy ekwacyi przez a, będzie: $\frac{axx.}{a.} + \frac{bc.}{a} = \frac{adf.}{a.} - \frac{2ag.}{a.}$, tę redukuię na *ekwacyą*: $xx + \frac{bc.}{a} = df - 2g$, nakoniec na tę:

$xx = df - 2g - \frac{bc.}{a}$ tymże sposobem, co wyżey.

ROZDZIAŁ IX.

O używaniu ekwacyi w rozwiązaniu rożnych kwestyi, czyli Problematow.

XXVI.

UZywanie porownań, czyli ekwacyi dziwnie wielkie, y prawie niewypowiedziane przynosi pożytki, ktorych we wszystkich Matematyki częściach nie tylko do okazania, czyli demonstracyi krotkim, y łatwym sposobem wszelkich naytrudnieyszych theorematow; ale też osobliwiey do rozwiązania, czyli solwowania nayzawikłańszych, y zdaiących się rozumu ludzkiego poięcię przechodzić problemmatow, czyli kwestyi używaią Matematycy. Z tych to *ekwacyi* Algebra, albo Analysis, to iest, sposob znalezienia prawdy, przez ktory z niektorych wiadomych nam rzeczy, y okoliczności do po-

poznania niewiadomych, y nieznanych rzeczy, y okoliczności szczęśliwie przychodziemy, zachowuiąc te następuiące reguły:

1ª. Wiadome ilkości, albo rzeczy wyrażać się powinny pierwszemi abecadła literami a, b, c, d, e, f, g, h, &c. niewiadome zaś dla rożności od pierwszych ostatniemi: x, y, z.

2ª. Problemma, czyli kwestyą tak dysponować trzeba, aby tyle było *ekwacyi*, ile się kondycyi w daney kwestyi znayduie, y relacyą wiadomych ilkości do niewiadomych wyrazić; co się iaśniey w przykładach niżey pokaże.

3ª. Niewiadomey ilkości, albo rzeczy walor w iednym porownaniu wyrażony przenieść, y położyć trzeba w drugim porownaniu zamiast teyże niewiadomey ilkości.

4ª. Potym trzeba rożne porownania czynić sposobami w Rozdziale osmym położonemi, to iest, przez addycyą, subtrakcyą &c. poki w pierwszey części *ekwacyi* nie będzie sama tylko niewiadoma ilkość położona; a w drugiey części same tylko wiadome ilkości

ści nie będą się znaydować. Bo tym sposobem niewiadoma ilkość stanie się wiadomą, ponieważ będzie porownana wiadomym ilkościom.

5ª. Kiedy *ekwacya* w sobie zawiera więcey niż iednę niewiadomych ilkości; to trzeba z nich *ekwacyą* oswobodzić, aby iedna tylko została, tym sposobem. *np*: Masz ekwacyą: $2x + m = c + y$, y wiesz zkądinąd, że $x = bd$. Więc $2x = 2bd$; przeto możesz $2bd$ na mieyscu $2x$ położyć, y dana *ekwacya* zamieni się w tę: $2bd + m = c + y$; przełożywszy zaś c będziesz miał: $y = 2bd + m - c$.

Nakoniec wiedzieć potrzeba, że cała rzecz naypotrzebnieysza do rezolucyi problemmatu, czyli kwestyi zawisła na ułożeniu *ekwacyi* wyrażaiącey daną kwestyą, ktorą miawszy, iuż tylko niewiadome ilkości oswobadzam od innych podług przepisanych reguł, à przez oswobodzenie niewiadome ilkości staną się rownemi wiadomym ilkościom, y tak będzie rozwiązane problemma, ieżeli może być rozwiązane, à ieżeli nie, iako rzecz niepodobna do prawdy, albo siły ludzkie przewyższaiąca, to y to to pokaże mi ekwacya. Jakby zaś taką wynaleść ekwacyą, nie masz na to reguł; ponieważ to od bystrości y przezorności rozumu, tego, ktory problemma rezolwuie, zawisło. To wszystko, cośmy dotąd mowiły, iaśniey się w przykładach pokaże, ktore tu przytoczę.

PROBLEMMA I.

DWoch ludzi Piotr, y Jan pewną czerwonych złotych liczbę maią: pytam się, wiele każdy z nich ma? Na zgadnienie tego te kładę kondycye, że gdyby Piotr ze swoich dał pięć czerwonych złotych Janowi; toby obydwa rowną czerwonych złotych liczbę mieli; ale gdyby przeciwnie Jan ze swoich dał pięć czerwonych złotych Piotrowi; toby Piotr miał tyle troie tych pieniędzy, ktoreby Janowi zostały: pytam się tedy wiele Piotr, y wiele Jan ma czerwonych złotych.

REZOLUCYA.

Abym tę kwestyą solwował, to 1°. podług reguły 1. niewiadomą liczbę czerwonych złotych Piotra nazywam

wam literą x, także niewiadomą liczbę czerwonych złotych Jana nazywam literą y, 2°. Podług reguły 2. ponieważ w daney kwestyi dwie są kondycye; to też dwie powinienem ułożyć ekwacyi. Pierwsza kondycya iest, że gdyby Piotr ze swoiey czerwonych złotych summy, ktorą nazwałem x, dał 5 czerwonych złotych Janowi, ktorego summę nazwałem y; toby summa czerwonych złotych Piotra była $x - 5$, summa zaś Jana $y + 5$, y podług teyże pierwszey kondycyi obydwoch summy czerwonych złotych byłyby rowne, ztąd łatwo pierwsze układam porownanie tak:

$x - 5 = y + 5$. Druga iest kondycya, że gdyby przeciwnie Jan ze swoiey summy dał 5 czerwonych złotych Piotrowi; toby summa czerwonych złotych Jana była $y - 5$, Piotra zaś: $x + 5$, y podług teyże drugiey kondycyi summa czerwonych złotych Piotra $x + 5$ byłaby wtroynasob większa od summy Jana $y - 5$. Aby tedy $y - 5$ było rowne $x + 5$, trzeba $y - 5$ przez 3. multyplikować, y będzie $3y - 15 = x + 5$. Już tedy dy mam dwa porownania , ktore kondycye danego problemmatu wyrażaią , pierwsze iest : $x - 5 = y + 5$, drugie : $3y - 15 = x + 5$.

3°. Aby podług reguły 3. walor pierwszey niewiadomey ilkości w pierwszym porownaniu położoney to iest x mogł być lepiey wyrażony ; trzeba pierwszę porownanie przez addycyą na inne rowne porownanie zamienić w ten sposob : $x - 5 + 5 = y + 5 + 5$, to iest : $x = y + 5 + 5$, to iest : $x = y + 10$. Potym tey ilkości x walor $y + 10$ trzeba z pierwszego porownania przenieść y w drugim porownaniu zamiast x położyć : $3y - 15 = y + 10. + 5 = 3y - 15 = y + 15$.

4°. Aby podług reguły 4. w tym drugim porownaniu niewiadoma ilkość y, sama tylko w pierwszey porownania części została , trzeba tę drugie porownanie $3y - 15 = y + 15$ na inne rowne zamienić nayprzod przez addycyą tak : $3y - 15 + 15. = y + 15 + 15$, to iest : $3y = y + 30$. Potym przez subtrakcyą : $3y - y = y + 30. - y$ to iest : $2y = 30$. Potym

tym przez dywizyą , obydwie części porownania dzieląc przez 2 ; będzie : $y = 15$. Już tedy wiem , że Jan , ktorego summę czerwonych złotych nazwałem y, ma czerwonych złotych 15. A gdy w pierwszym porownaniu : $x - 5 = y + 5$ zamiast y, w drugiey części porownania położę walor iego dopiero znaleziony 15 , będę miał : $x - 5 = 15 + 5$, to iest : $x - 5 = 20$. Znowu do obydwoch części tego porownania przydawszy 5 , będę miał : $x - 5 + 5 = 15 + 5 + 5$, to iest krociey : $x = 25$. Ztąd poznaię , że Piotr , ktorego summę czerwonych złotych nazwałem x, ma czerwonych złotych 25. Te dwie znalezione liczby 25 , y 15 kondycyom daney kwestyi zadosyć czynią : bo gdy Piotr ze swoiey summy 25 da Janowi 5 , obydwoch summy będą rowne to iest czerwonych złotych 20 ; gdy zaś przeciwnie Jan ze swoiey summy 15 da Piotrowi czerwonych złotych 5 , summa Piotra będzie wtroynasob większa od summy Jana , to iest 30 , od 10 trzy razy większe. Więc dane problemma iest solwowane.

PROBLEMMA II.

PAstuch pewny spytany wieleby miał Owiec w swoiey trzodzie? Odpowiedział, że gdyby ieszcze miał trzecią część, y znowu czwartą część tey trzody, ktorą teraz ma wrzeczy samey, y do tego 5, Owiec; toby w ten czas wszystkich Owiec miał 100. Pytam się tedy, wiele ma wrzeczy samey Owiec?

REZOLUCYA.

1°. Niewiedomą Owiec liczbę nazywam x, liczbę zaś wiadomą 100, nazywam a.

2°. Ponieważ w daney propozycyi iedna tylko iest kondycya, iednę też tylko ekwacyą ułożyć potrzeba, wyrażaiąc trzecią część trzody przez frakcyą: $\frac{x}{3}$, ktora znaczy, że x iest podzielone przez 3, także czwartą część trzody wyrażam $\frac{x}{4}$, y znaczy, że x iest podzielone przez 4. Więc będę miał

miał tę ekwacyą: $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = a$.

3°. Opuściwszy regułę 3. dla tego że iedna tylko iest kondycya, trzeba podług reguły 4. w pierwszey części ułożoney ekwacyi samę tylko niewiadomą liczbę x zostawić; wszystkie zaś inne wiadome do drugiey części ekwacyi przenieść. Na ten koniec nayprzod frakcye ekwacyi redukuię na całkowite ilkości, obydwie części tey ekwacyi: $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + 5 = a$ multyplikuiąc przez Denominatora 3, y będzie: $3x + x + \frac{3x}{4} + 15 = 3a$. Potym multyplikuię przez 4. drugiey frakcyi denominatora, y będzie: $12x + 4x + 3x + 60 = 12a$, to iest koefficyenty w iednę summę zebrawszy: $19x + 60 = 12a$. Znowu przez subtrakcyą będzie: $19x + 60 - 60 = 12a - 60$, to iest: $19x = 12a - 60$. Ale że iest $a = 100$, więc $12a = 1200$, zatym $19x = 12a - 60$, to iest $19x = 1140$.

Nakoniec obydwie tey ekwacyi części podzieliwszy przez 19, będzie: $x = 60$. Ztąd poznaię, że Pastuch ten, ktorego niewiadomą Owiec liczbę dotąd nazywałem x, ma 60 Owiec. Albowiem podług kondycyi problemmatu do liczby 60 przyday trzecią iey część, to iest: 20, y znowu czwartą część, to iest: 15, y ieszcze 5, wszystkiey summy będzie: 100. Co było do czynienia.

PROBLEMMA III.

TRzech ludzi lata, ktore maią, razem licząc, wychodzi summa lat 150. Naystarszy z nich, y pierwszy dwa razy więcey łat ma, niżeli drugi srzedni, ten zaś drugi, czyli srzedni trzy razy więcey lat ma, niżeli trzeci naymłodszy. Pytam się, wiele każdy z nich z osobna ma lat?

REZOLUCYA.

1°. Lata trzeciego czyli naymłodszego nazywam x, lata drugiego $3x$, pierwszego zaś czyli naystarszego, ktory dwa razy więcey lat ma, niż drugi, nazywam $6x$. 2°. Ponieważ w daney propozycyi iedna tylko iest kondycya; przeto iednę tylko czynię tę porownanie: $x + 3x + 6x = 150$. to iest: $10x = 150$. Potym podzieliwszy obydwie części porownania przez 10, będzie: $x = 15$. Więc trzeci czyli naymłodszy, ktorego lata nazwałem x, ma lat 15, zatym drugi czyli srzedni trzy razy więcey maiący liczy lat 45, pierwszy zaś y naystarszy dwoie tyle lat, co drugi, maiący, liczy lat 90. Co było do czynienia.

PROBLEMMA IV.

Piotr w drodze będący po 6 mil na ieden dzień uieżdża, Paweł zaś po 8 mil; ale Paweł 4. dniami poźniey od Piotra wyiechał, iedną zaś drogą, y do iednego mieysca iadą. Pytam się, za wiele dni Paweł dogoni Piotra?

REZOLUCYA.

1°. Droga dzienna Piotra mil $6 = a$.

Droga Pawła na dzień mil $8 = b$.

 Li-

Liczba dni, ktoremi poźniey wyiechał Paweł, to iest dni 4 $= c$.

Dni zaś, za ktore ma dogonić Piotra, co iest w kwestyi $= x$.

2°. Abyś uformował ekwacyą, uważ, że Piotr przez te dni cztery, ktoremi drogę Pawła poprzedził, uiechał mil 24 $= ac$. Ta zaś cała droga, ktorą Piotr uiedzie, poki go Paweł nie dogoni w czasie tym; o ktory się pytam, niech będzie $= ax$. Nakoniec droga Pawła po czterech dniach Piotra goniącego aż do czasu dognania niech będzie $= bx$. Teraz uczyń ekwacyą:

$$ac + ax = bx.$$

A że podług kondycyi problemma $bx > ax$, to iest, większy iest produkt bx, niż ax; przeto odciągniy z pierwszey ekwacyi części ax, y przenieś do drugiey z znakiem przeciwnym, będzie: $ac = bx - ax$.

Potym obydwie ekwacyi części podziel przez dwa drugiey części wiadome terminy $b - a$, będzież miał:

$$\frac{ac}{b-a} = x;$$

to iest, ponieważ $ac = 24$, zaś: $b - a = 2$, będzie: x

$= \frac{24}{2}$ to iest: $x = 12$. Więc Paweł dogoni Piotra za dni 12. Co było do czynienia.

Doskonały Algebrzysta tę operacyą takby bardzo krotko uczynił.

$ac + ax = bx$, więc:

$ac = bx - ax$ więc:

$x = ac$, więc gdy $ac = 24$,

$b - a = 2$ będzie:

$x = 12$.

Uważ nayprzod, iakby długo Arytmetyk ten rachunek czynić musiał? Powtore uważ, to porownanie: $ac = bx - ax$, y inne temu podobne można redukować do tey proporcyi: $b - a$ iest do a, iak c do x, to po Algebraysku tym się sposobem wyraża: $b - a : a :: c : x$. W liczbach zaś tak: $2 : 6 :: 4 : 12$. Więc to problemma przez regułę trzech możnaby solwować, ułożywszy terminy tak: $2 : 6 :: 4 :$? ale tego ułożenia terminow bez pomocy Algebrayskiey ekwacyi z podaney tylko kwestyi wynaleśćby Arytmetyk nie potrafił.

PRO-

PROBLEMMA V.

Piotr w drodze swoiey codzień uchodzi mil 6. Paweł 4. dniami poźniey wyszedłszy w drogę, chce Piotra dogonić dnia 12. Pytam się, wiele mil Paweł codzień uyść powinien, aby Piotra dnia 12 dogonił?

REZOLUCYA.

Droga codzienna Piotra mil $6 = a$. Czas, ktorego Paweł w drogę wyszedł poźniey dni $4 = b$. Czas, ktorego Piotr chce Pawła dogonić dni $12 = c$. Droga codzienna Pawła, o ktorą się pytam $= x$. Podług kondycyi problemma taką ułożyć trzeba ekwacyą:

$ab + ac = cx$. Podzieliwszy przez c części porownania będzie:

$\frac{ab + ac}{c} = x$. Ponieważ zaś $ab = 24$, znowu $ac = 72$, także $c = 12$. Więc ostatnia ekwacya będzie:

$x = \frac{24 + 72}{12}$ albo: $x = \frac{96}{12} = 8$. Więc, aby Paweł dogonił Piotra

tra w drodze dnia 12; trzeba, aby codzień uszedł mil 8. Co było do czynienia.

PROBLEMMA VI.

Połóżmy, że Warszawa odległa iest od Rzymu na mil 120. Piotr wyszedł z Warszawy dnia 1. Stycznia, y codzień uchodzi mil 6, Paweł zaś z Rzymu do Warszawy wyszedł także dnia 1. Stycznia, y codzień uchodzi mil 4. Pytam się, za wiele dni ci z sobą się zeydą?

REZOLUCYA.

Odległość Rzymu od Warszawy mil $120 = a$.
Codzienna droga Piotra mil $6 = b$,
Codzienna Pawła droga mil $4 = c$,
Czas zeyścia się ich obydwoch $= x$.

Rzecz oczywista iest, że te mile, ktore Piotr aż do czasu zeyścia się uydzie, są $= bx$. Te zaś mile, ktore przez ten czas Paweł uydzie $= cx$. Gdy zaś w tymże czasie całą mieysc odległość czyli drogę odprawią naprzeciw siebie idąc; więc będzie:
bx

$bx + cx = a$. Podzieliwszy zaś całe porownanie przez $b + c$ będzie:

$$x = \frac{a}{b + c}, \text{ albo } x = \frac{120}{6 + 4}, \text{ to iest}$$

$\frac{120}{10} = 12$. Dwunastego tedy dnia z sobą się zeydą. Co było do czynienia.

PROBLEMMA VII.

Piotr Szyper w Gdańsku dla Pana swego kupił kamieni 3. Kawy, y 4. oxety Wina, wydał na to czerwonych złotych 69; tenże drugi raz kupił Kawy 5 kamieni, y Wina oxety 2. wydał czerwonych złotych 45. Po śmierci Piotra został Szyprem Paweł, ktoremu Pan tychże towarow po tyleż pieniędzy kamień, y oxet Wina płacąc, po wiele tamten płacił, kupić rozkazuie. Paweł tedy szuka po czemu tamten kamień Kawy, y oxet Wina płacił?

REZOLUCYA.

Niech Kawa będzie $= y$.
Wino zaś $= x$.

Po-

Podług danego problemma kondycyi będą te dwa porownania:

$$3y + 4x = 69.$$
$$5y + 2x = 45.$$

Teraz pierwsze porownanie multyplikuiąc przez pierwszy koefficyent drugiego porownania to iest przez 5, będziesz miał:

$$15y + 20x = 345.$$

Znowu drugie porownanie multyplikuiąc przez koefficyenta pierwszego porownania, to iest przez 3. będzie: $15y + 6x = 135$.

Odiąwszy zaś z obydwoch ekwacyi co iest rownego, to iest: $15y$, potym odciągnąwszy $6x$ od $20x$, także odciągnąwszy 135. od 345, będzie to porownanie: $14x = 210$. Nakoniec podzieliwszy to porownanie przez 14, będzie:

$$x = \frac{210.}{14.} = 15.$$

Więc ieden oxet Wina był płacony po czerwonych złotych 15. Także abyś wiedział walor y, czyli pocze-

mu

mu ieden kamień kawy był płacony; to nayprzod przełoż terminy ekwacyi, to iest, na pierwszym mieyscu położ x, na drugim y ze swemi koefficyentami:

$$4x + 3y = 69.$$
$$2x + 5y = 45.$$

Te ekwacye multyplikuiąc przez koefficyenty tym sposobem, co wyżey, będą ekwacye następuiące:

$$8x + 6y = 138.$$
$$8x + 20y = 180.$$

Więc wyrzuciwszy z obydwoch ekwacyi to, co iest rowne, to iest: $8x$, y odciągnąwszy $6y$ od $20y$, także odciągnąwszy 180. od 138, będzie ta ostatnia ekwacya:

$14y = 42$. Podzieliwszy, będzie:

$$y = \frac{42.}{14.} = 3.$$

Więc ieden Kawy kamień był płacony po czerw: zł: 3.

Probę tey rezolucyi uczyń tak:

Kawy kamieni 3. à czerw: zł: 3. = 9.
Wina oxetow 4. à czerw: zł: 15. = 60.

Summa - - 69.

Kawy kamieni 5. à czerw: zł: 3. = 15.
Wina oxetow 2. à czerw: zł: 15. = 30.

Summa. - - 45.

PROBLEMMA VIII.

Osob 100. z troiakiego rodzaiu złożonych, insze Męszczyzni, insze Niewiasty, insze Młodzieniaszkowie złożyło się na złotych 100. Każdy Męszczyzna dał złotych 5, każda Niewiasta złoty 1, każdy Młodzieniec groszy 5. Pytam się, wiele było Męszczyzn, wiele Niewiast, wiele Młodzieńcow?

REZOLUCYA.

Niech będą Męszczyzni $= x$.
Niewiasty $= y$.
Młodzieniaszkowie $= z$.

Summa złożonych pieniędzy podług problemma iest 100. złotych, więc będzie:

$$x + y + z = 100.$$

Ponieważ zaś Młodzieniaszkowie złożyli się po 5 groszy; więc, aby cała summa była iednakowa, trzeba tę

całą

całą ekwacyą na grosze redukować, multyplikuiąc nayprzod 5 złotych, ktore Męszczyzni dali przez 30. potym 1. złoty, y do z, przydać koefficyenta 5, także złotych 100. × 30. będzie:

$$150\,x + 30\,y + 5\,z = 3000.$$

Teraz starać się trzeba, aby ieden termin z niewiadomych *np:* y z pierwszey ekwacyi był wyrzucony, à inny rowny iemu tylko wyraźnieyszy był na mieyscu iego położony; czego przez subtrakcyą dokażę tak:

$$x + y + z - x - z = 100.$$
$- x - z$ to iest; zmazawszy, ktore się znoszą, będzie: $y = 100 - x - z$. Ten tedy znaleziony walor zamiast y, położę w drugiey ekwacyi; wprzod iednak wszystkie terminy tego waloru zmultyplikowawszy przez 30. Będzie tedy: $150\,x - 3000. - 30\,x - 30\,z + 5\,z = 3000.$ Teraz odciągnąwszy, iak znaki wyrażaią, $30\,x$ od $150\,x$, także: $5\,z$ od $30\,z$, będzie ekwacya:

$$120\,x - 3000 - 25\,z = 3000.$$
Zmazawszy rowne ilkości siebie znoszące, będzie: $120\,x - 25\,z = 0.$ Więc ztąd poznaię, że: $120\,x = 25\,z.$

Na-

Nakoniec tey ostatniey ekwacyi obydwie części dzielę przez iednęż liczbę *np:* 5. $\frac{120\,x.}{5} = \frac{25\,z.}{5}$ to iest: $24\,x = 5\,z.$ Znowu tey ekwacyi obydwie części dzielę przez 5, będzie: $z = \frac{24\,x.}{5.}$ Ale że 5 nie dzieli rownie 24; przeto 24×5, produkt $\frac{120}{5.}$, więc będzie $z = 24.$ Ztąd wnoszę, y pytanie rozwiązuię; między sto osobami Młodzieniaszkow było 24, expens ich groszy 120, to iest złotych 4, Męszczyzn było 5, expens ich złotych 25, Niewiast 71. expens ich złotych 71. Proba tego ta iest:

	Liczba Osob.		*Liczba pieniędzy.*
	24.		4.
	5.		25.
	71.		71.
Summa	100.	Summa	100.

Co było do czynienia.

PROBLEMMA IX.

XIążę, albo Krol potrzebuie pewney summy pieniędzy, ktorą chce mieć z iednego Miasta; Rządzca tego Miasta wiedząc liczbę osob obligowanych do płacenia podatkow tak rzecz uważa; że, ieżeli każdy z tych, ktorzy powinni płacić podatek, da po 1. zł:; to do summy, ktorey potrzeba, ieszcze 10000. złotych niedostanie; ieżeli zaś każdy da po złotych 2; to summa, ktorą złożą, większa będzie 10000. złotych od tey, ktorey Krol potrzebuie. Pytam się więc rachmistrza.

1°. Wiele iest osob podatek płacących?

2°. Jakaby ta była summa?

REZOLUCYA.

Osoby płacące $= x$.
Summa $= y$.

Zważywszy dobrze danego problemma kondycye, te dwie mam ekwacye:

$$x + 10000. = y.$$
$$2x - 10000. = y.$$

Już

Już zamiast iednego y, walor iego położywszy, będzie ta ekwacya:

$$2x - 10000. = x + 10000.$$

Z tey przeniosłszy, y addycyą tych 10000. uczyniwszy będzie:

$$2x - 20000. = x.$$

Znowu przeniosłszy 20000. będzie:

$$2x = x + 20000.$$

Nakoniec przez subtrakcyą tak:

$2x - x = x - x + 20000.$ to iest:

$x = 20000.$ albo liczbie osob płacących podatek. Więc y, czyli summa będzie: $20000 + 10000 = 30000.$ Co było do czynienia.

PROBLEMMA X.

Officyerowie Moskiewscy maiąc z Warszawy Wisłą płynąć do Gdańska, naiąwszy sobie Szkutę, tak się z Szyprem godzą: że każdy z nich da złotych 6, ieżeli ich tylko samych powiezie; ieżeli zaś w drodze innych za te same pieniądze przyimie; to aby połowa tych pieniędzy była dla Szypra,

 dru-

druga zaś połowa dla nich, albo żeby z tey summy, ktorą płacić maią, była wytrącona. Ttafiło się, że tyle innych potym w drodze Szyper naprzyimował; iż z owych Officyerow każdy tylko złotych 5 miał płacić. Tych zaś osob nowo przyiętych było względem

Officyerow $\frac{1}{4} + 3$.

Pytam się, wiele było Officyerow, ktorzy Szkutę naięli?

REZOLUCYA.

Podług kondycyi problemma liczba Officyerow taka była, że się na 4 rowne części podzielić mogła. Więc liczba Officyerow będzie $= 4x$.

Osoby ktore denowo przybyły $= x + 3$. Ponieważ każdy z Officyerow złotych 6 dać obiecał; więc nazwanie ich liczbę wyrażaiącą multyplikuy przez 6, będzie summa pieniędzy, ktore Officyerowie dać mieli, ieżeliby nikt do nich nie przybył: $= 24x$.

Znowu ponieważ nowo przybywaiący także po złotych 6. płacić mieli; przeto też nazwanie ich multyplikuy przez 6, y będzie summa $= 6x + 18$.

Nakoniec podług kondycyi problemma zapłata od nowo przybytych powinna być na dwie części podzielona; przeto nazwanie tey zapłaty rozdziel na dwoie, będzie $= 3x + 9$.

Także ponieważ podług kondycyi iedna połowa tey zapłaty miała być dla Szypra, à druga dla Officyerow; więc trzeba tę połowę od summy pieniędzy, ktore Officyerowie dać mieli, gdyby był nikt nie przybył, odciągnąć, będzie: $24x - 3x + 9 = 21x - 9$.

Gdy mam resztę summy pieniędzy danych, czyli ktore miały być dane Szyprowi, to iest: $21x - 9$; to tę resztę podzielę przez liczbę Officyerow, ktora była $= 4x$, y zrownam kwocyent z 5, złot: podług kondycyi problemma, będzie: $\frac{21x - 9}{4x} = 5$. A że w tey ekwacyi $4x$. nie dzieli rownie tę ilkość: $21x - 9$; przeto Algebrayskim sposobem zniosę frakcyą multyplikuiąc przez denominatora frakcyi, czyli dzielnika, to iest przez 4 drugą ekwacyi część, to iest 5, będzie:

$$20x = 21x - 9.$$

Nakoniec przełożywszy -9 do drugiey porownania części, z przeciwnym znakiem będzie: $20x + 9 = 21x$. Znowu przełożywszy podobnie 20, będzie: $9 = 21x - 20$, to iest: $9 = x$. Ponieważ zaś liczbę Officyerow wyraża $4x$, 9. zaś tylko $= x$ więc: 9×4, y będę miał: $36 = 4x$ liczbie Officyerow. Nowo przybytych osob było: $\frac{1}{4} + 3$, to iest: $9 + 3 = 12$. Co było do czynienia.

PROBLEMMA XI.

WOysko z pewney żołnierzy liczby złożone stoczyło potyczkę z woyskiem nieprzyiacielskim, y zwyciężone iest tak, że trzecia część zabita iest, czwarta część w niewolą poszła, 1000. uciekło. Pytam się, wielu wszystkich żołnierzy w tym woysku było przed zaczęciem bitwy?

RE-

REZOLUCYA.

To woysko $= x$.

Zabici $= \frac{1.}{3.} x$.

W niewolą wzięci $\frac{1}{4} x$.

Ztąd wynika to porownanie:

$$\frac{1.}{3.} x + \frac{1.}{4.} x + 1000 = x.$$

Frakcye do iednego mianownika redukuię, y w iednę zbieram summę: $\frac{7x.}{12.} + 1000 = x$. Przełożywszy frakcyą będzie: $1000 = x - \frac{7x.}{12.}$ To porownanie abym krociey wyraził, całkowite x redukuię na frakcyą tegoż mianownika, ktorego ma frakcya przyległa, będzie: $\frac{12x.}{12.}$, ktorą odciągniy od $\frac{7}{12.}$, będzie.

$1000 = \frac{5x.}{12.}$ Przełożywszy będzie:

5x

$\frac{5x}{12} + 1000 = 0$. Z tego ostatniego porownania, abyś zniosł frakcyą, multyplikuy 1000. przez denominatora frakcyi to iest, przez 12, licznika zaś frakcyi położ za koefficyenta x z iedney strony, z drugiey zaś produkt wspomniony, będzie:

$5x = 12000$. Podzieliwszy przez 5. będzie: $x = \frac{12000}{5}$. to iest: $x = 2400$. Ta tedy iest liczba składaiąca woysko przed zaczęciem bitwy: $\frac{1}{3}$ części zgineła, to iest: 800, $\frac{1}{4}$ w niewolą poszła, to iest: 600, uciekło 1000, więc: $800 + 600 + 1000 = 2400$. Co było do czynienia.

PROBLEMMA XII.

TRzech ubogich przypadkiem znayduią złotych 120, ktore ubiegaiąc się, co ktory mogł zarwać, rozebrali. Po rozebranych pieniądzach widzą suknią na przedasz, ktorey każdy z nich potrzebował; pierwszy tę suknią obaczywszy, rzekł: gdybym dwoma złotemi więcey miał z pieniędzy znalezionych; tobym tę suknią zapłacił, drugi rzekł: mnie na ten koniec niedostaie złotych 4, trzeci zaś powiedział, mnie niedostaie złotych 6. Pytam się 1°. Jaka tey sukni była cena? 2°. Wiele każdy z tych ubogich wziął pieniędzy?

REZOLUCYA.

Cena sukni $= x$.
Pieniądze pierwszego $= x - 2$.
Pieniądze drugiego $= x - 4$.
Pieniądze trzeciego $= x - 6$.

Ztąd wynika to porownanie:

$$3x - 12 = 120.$$

Przełożywszy z przeciwnym znakiem 12, będzie: $3x = 120 + 12$. to iest: $3x = 132$. Podzieliwszy obydwie części porownania przez 3, będzie: $x = \frac{132}{3}$, to iest: $x = 44$ złotym. Więc cena sukni $= 44$ złotym, pieniądze pierwszego $- 2$, więc $= 42$ złotym, pieniądze drugiego $- 4$, więc

więc $= 40$. pieniądze trzeciego $- 6$, więc $= 38$. złotym. A że: $42 + 40 + 38 = 120$. Więc dobra iest rezolucya.

PROBLEMMA XIII.

WOysko Cesarskie przeciwko Turkom wyprowadzone składa się z posiłkowych żołnierzy, z Węgrow, y z Niemcow. Niemcow liczy się 40000. Posiłkowych trzecia część względem Niemcow, y Węgrow, Węgrow połowa względem Niemcow, y posiłkowych. Pytam się, 1°. Wiele iest Węgrow? 2°. Wiele iest posiłkowych? 3°. Jaka liczba iest wszystkiego woyska?

REZOLUCYA.

Niemcow 40000 $= a$.
Posiłkowych $= x$, to iest: $x = \frac{1a.}{3.} + \frac{1y.}{3.}$ Węgrow $= y$. to iest: $y = \frac{1a.}{2.} + \frac{1x.}{2.}$ Aby iednę niewiadomą ilkość z porownania wyrzucić, trze-

trzeba zamiast y, walor iego położyć, y redukowawszy frakcye do iednego denominatora będzie: $x = \frac{1a.}{3} + \frac{1a.}{6.} + \frac{1x.}{6.}$ Potym frakcye iednego rodzaiu: $\frac{1a.}{3}$, y $\frac{1a.}{6}$ w iednę zbierz summę, wprzod ie redukowawszy do iednego denominatora będzie.

$$x = \frac{9a.}{18.}, \text{ albo } \frac{1a.}{2} + \frac{1x}{6.}.$$

Przełosz $\frac{1x}{6.}$ będzie: $x - \frac{1x.}{6.} = \frac{1a.}{2.}$. Znieś frakcyą przez multyplikacyą, będzie: $6x - x = \frac{1a.}{2}$. Znowu tę drugą frakcyą znieś, y odciągniy $-x$ od 6, będzie: $5x = 3a$, albo 40000, multyplikowanym przez 3. to iest, $120000 = 5x$. Podzieliwszy przez 5, będzie: $x = \frac{120000.}{5.}$ to iest: 24000. $= x$ liczbie posiłkowych żołnierzy. Więc ponieważ podług kondycyi problemblemma y, iest $= \frac{1a.}{2.}$ to iest połowie 40000, to iest: 20000. $+ \frac{1x.}{2} =$ $=$ 12000, razem y, albo liczba Węgrow w tym woysku iest $=$ 32000. Liczba zaś wszystkiego woyska iest $=$ 96000. Albowiem 40000 $+$ 24000 $+$ 32000 $=$ 96000. C. B. D. C.

PROBLEMMA XIV.

Piotr mowi Pawłowi, ieżeli mi dasz z twego worka złotych 3, to będę miał tyle, ile się tobie zostanie w twoim worku: Paweł odpowiada Piotrowi; ieżeli ty mnie dasz złotych 5 z twego worka; to będę miał tyle dwoie, iak iest reszta twoia. Pytam się, wiele miał złotych Piotr, wiele Paweł?

REZOLUCYA.

Pieniądze Piotra $= x$.
Pawła $= y$.

Podług kondycyi problemma będą porownania te:

$x + 3 = y - 3.$
$y + 5 = 2x - 10.$

Teraz w pierwszey ekwacyi przenieś $+ 3$ do drugiey części z przeciwnym znakiem, będziesz miał: $x = y - 6$. Podobniesz w drugim porownaniu przenieś ilkość $- 10$. z przeciwnym znakiem, y doday do $+ 5$, będzież miał: $y + 15 = 2x$. Podzieliwszy przez 2, będzie: $x = \frac{y + 15.}{2.}$

Teraz na pierwszą część ekwacyi zamiast ilkości x, weś walor tegoż x, ktory iest: $y - 6$, będzie: $y - 6 = \frac{y + 15.}{2.}$ Znieś teraz frakcyą, pierwszą ekwacyi część multyplikniąc przez mianownika 2, będzie: $2y - 12 = y + 15$. Przenieś $- 12$ z przeciwnym znakiem do drugiey części, przyday do 15, będzie: $2y = y + 27$. Jeszcze to iedne y, przenieś do pierwszey porownania części, y odciągniy od $2y$, będzie: $y = 27$. pieniędzom Pawła. Gdy tedy podług kondycyi problemma Paweł rowną pieniędzy summę miałby summie pieniędzy Piotra; gdyby złotych

tych 3 dał Piotrowi; idzie zatym, że summa pieniędzy Piotra iest złotych 21. Albowiem $27 - 3 = 24$, y $24 - 3 = 21$, pieniędzom Piotra, od ktorych gdy odciągniesz złotych 5 dla Pawła, zostanie się Piotrowi złotych 16, u Pawła zaś będzie: $27 + 5 = 32$ tyle dwoie, iak iest reszta Piotra, to iest 16. C. B. D. C.

PROBLEMMA XV.

Piotr z dalekiey drogi przyiechawszy spytany od Pawła, wiele wszystkich mil tey drogi odbył? odpowiedział: trzecią część drogi iechałem na koniu, piątą część drogi szedłem piechotą, y to wszystko czyni mil 50; ty Pawle porachuy wiele wszystkich mil? resztę bowiem drogi na wozie iadąc odbyłem.

REZOLUCYA.

Wszystkie mile $= x$,

Droga konno $= \frac{1.}{3.} x$,

Droga piechotą $= \frac{1.}{5.} x$.

Po-

Podług kondycyi problemma iest: $\frac{1x.}{3.} + \frac{1x}{5.} = 50$ mil: iuż zebrawszy frakcye w iednę summę będzie: $\frac{8x.}{15.} + 50 = x$. Przełożywszy x będzie: $x + \frac{8x.}{15.} + 50 = 0$. Więc przydawszy x, będzie: $\frac{8x.}{15.} = 50$.

Teraz znieś frakcyą, całą część porownania, to iest: 50, multyplikuiąc przez mianownika frakcyi, to iest przez 15, będzie: $8x = 750$. Podziel obydwie tey ekwacyi części przez 8, będzie: $x = 93. + \frac{6.}{8}$, albo $\frac{3.}{4.}$ Więc wszystkiey drogi było mil $93. \frac{3.}{4.}$ Tych mil trzecia część, ktorą Piotr konną odbył, iest 31. mil, y $\frac{3.}{12.}$ to iest: podzieliwszy 93 przez 3, y frakcyą $\frac{3.}{4.}$

 także

także przez 3, wychodzi 31. $\frac{3}{12}$. Znowu piąta część drogi, ktorą Piotr piechotą odbył, iest mil 18 $\frac{3}{5}$. y $\frac{3}{20}$. Albowiem dzieląc całą drogę 93. przez 5, wychodzi kwocyent: 18. $\frac{3}{5}$. dzieląc zaś frakcyą $\frac{3}{4}$. przez 5, wychodzi $\frac{3}{20}$.

Teraz te trzy frakcye $\frac{3}{12}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{20}$. wprzod zredukowawszy do iednego denominatora w iednę zbierz summę, będzie: $\frac{1200}{1200}$. Ale że w tey frakcyi licznik, y mianownik są sobie rowni, więc ta frakcya znaczy iednę rzecz całą, to iest: iednę milę. Już tedy mam: $1 + 31 + 18 = 50$ milom. Więc wszystkim kondycyom w problemmacie położonym zadosyć się stało. C. B. D. C.

PRO-

PROBLEMMA XVI.

UMieraiąc pewny Gospodarz, y zostawuiąc żonę w ciąży taki czyni testament, aby z całey maſſy substancyi 89100. złotych żona wzięła $\frac{3}{5}$., reszta dla przyszłego dziecięcia, ieżeliby corka się urodziła, ieżeliby się zaś syn urodził, aby żona tylko miała $\frac{1}{3}$. całey maſſy, reszta aby się synowi dostała. Ta Niewiasta urodziła bliźnięta syna, y corkę. Pytam się, wiele każdemu podług testamentu należy?

REZOLUCYA.

Porcya Matki $= x$.
Porcya Corki $= y$.
Porcya Syna $= z$.

Więc pierwsze porownanie będzie:

$$x + y + z = 89100.$$

Abyś z tego porownania uczynił insze rowne, ktoreby toż samo wyrażało z iednym tylko niewiadomym tera-

G 2 mi-

minem; trzeba terminy y, z, wyrzucić, kładąc na ich mieyscu walory ich rowne przez x oznaczone; czego, zważywszy kondycye problemma, tak dokażesz. Nayprzod podług testamentu, ieżeliby się corka urodziła, Matka mieć powinna $\frac{3.}{5.}$ maſſy substancyi, corka zaś $\frac{2.}{5.}$, w rzeczy samey porcya corki będzie $\frac{2.}{3}$ względem porcyi Matki, więc: $\frac{2.}{3}x = y$, to iest, porcyi corki. Potym Matka względem syna mieć powinna $\frac{1.}{3}$ Syn zaś $\frac{2.}{3.}$; więc dwa razy wzięta Matki porcya będzie rowna porcyi syna, to iest: $2x = z$. Więc te walory zamiast dwoch niewiadomych y, z, położywszy, będę miał: $x + \frac{2.}{3}x + 2x = 89100$. Potym znieś frakcyą multyplikuiąc przez denominatora każdy termin obydwoch częsci ekwacyi, bę-

dzie:

$$3x + 2x + 6x = 267300.$$

Zbierz koefficyentow w iednę summę, będzie: $11x = 267300$. Więc $x = \frac{267300.}{11.}$ albo kwocyentowi, to iest: 24300, więc x porcya Matki iest $= 24300$. Ta summa dwa razy wzięta będzie porcya syna to iest: $= 48600$. Znowu ponieważ corka mieć powinna $\frac{2.}{3.}$ względem porcyi Matki, będzie porcya corki $\frac{24300.}{3.} = 8100$. Potym ten kwocyent, ktory iednę tylko część trzecią porcyi Matki wyraża, dwa razy wziąwszy, czyli przez 2 multyplikowawszy, będzie cała corki porcya $= 16200$. Nakoniec to wszystko w iednę zebrawszy summę, będzie:

Porcya Matki	24300.
Porcya Syna	48600.
Porcya Corki	16200.
Summa	89200.

C. B. D. C.

PROBLEMMA XVII.

Piotr starszy od Pawła dwoma laty, Jan ma lat 4 więcey nad summę lat Piotra, y Pawła; tych trzech lata czynią 96. Pytam się, wiele z nich każdy lat miał?

REZOLUCYA.

Lata Pawła $= x$.
Piotra $= z$.
Jana $= y$.

Ztąd wynika pierwsze porownanie:

$$x + z + y = 96.$$

Ponieważ według kondycyi problemma Paweł iest młodszy od Piotra dwoma laty, będzie: $x + 2 = z$. Znowu Jan przewyższa lata Piotra y Pawła 4 laty, będzie:

$$x + x + 2 + 4 = y.$$

Z tych rowności inszę porownanie, w ktorym ieden tylko niewiadomy będzie termin, czynię:

$$x + x + 2 + x + x + 2 + 4 = 96.$$

to iest krociey: $4x + 8 = 96$.

Już

Już przełożywszy 8 do drugiey części porownania z przeciwnym znakiem będzie: $4x = 96 - 8$, to iest: $4x = 88$. Podzieliwszy przez 4, będzie:

$$x = \frac{88}{4} = 22.$$

Ztąd wnoszę, że Paweł miał lat 22, Piotr zaś dwoma laty od niego starszy miał: $24 = z$. Nakoniec Jan nad summę lat Piotra y Pawła więcey 4, lat liczący ma: $22 + 24 + 4 = 50. = y$. Te wszystkie lata: $22 + 24 + 50 = 96$. C. B. D. C.

PROBLEMMA XVIII.

PEwny Pan proszącym Studentom o iałmużnę chciał dać każdemu po 5 czerwonych złotych; ale zmiarkowawszy, że mu na ten podział iednego czerwonego złotego niedostaie, dał każdemu po 4 czerwone złote, y zostało mu się reszty czerwonych złotych 6. Pytam się 1°. wiele było Studentow? 2°. wiele ten Pan miał czerwonych złotych?

REZOLUCYA.

Liczba Studentow $= x$.

Liczba czerwonych złotych, ktore ten Pan miał $= z$.

Ponieważ w tym przykładzie nie masz żadney wiadomey liczby, z ktoraby niewiadome zrownać można; przeto między samemi niewiadomemi szukać trzeba rowności. Gdy zaś podług kondycyi problemma pewna iest, że gdyby ten Pan dał był każdemu Studentowi po 5, czerwonych złotych, toby mu iednego czerwonego złotego nie dostało; więc liczbę Studentow $= x$ zmultyplikowawszy przez 5, y przydawszy produktowi $- 1$, będzie liczba czerwonych złotych $z = 5x - 1$. Znowu ponieważ temu Panu, dawszy po 4 czerwone złote każdemu Studentowi, zostało się czerwonych złotych 6, więc zmultyplikowawszy x przez 4, y przydawszy 6 czerwonych złotych, będzie: $4x + 6 = z$. Gdy tedy $5x - 1 = z$, także: $4x + 5 = z$ tey iedney trzeci ilkości inne dwie są rowne; więc między sobą są rowne: $4x + 6 = 5x - 1$. Przeniosł-

niosłszy do pierwszey części porownania ze znakiem przeciwnym $- 1$, y przydawszy do 6, będzie:

$$4x + 7 = 5x.$$

Znowu z pierwszey części porownania ze znakiem przeciwnym przeniosłszy do drugiey części $4x$, odciągnąwszy go od $5x$, będzie: $7 = 5x - 4x$, to iest: $7 = x$. Więc liczba Studentow x nazwana była 7. Gdy zaś w pierwszey ekwacyi było $4x + 6 = z$ liczbie czerwonych złotych; więc ten Pan miał czerwonych złotych 34. C. B. D. C.

PROBLEMMA XIX.

Wiem, że pewny plac, albo pole cztery kąty, y cztery boki rownoległe maiące (parallelogramum) zawiera w sobie kwadratowych sążni 90; także wiem, że długość tego placu iest dwa razy większa od szerokości, y nadto ieszcze trzema sążniami większa. Pytam się, iaka iest w szczególności tego placu długość, y iaka szerokość?

REZOLUCYA.

Szerokość niech będzie $= x$,

Długość dwa razy od szerokości większa, y ieszcze 3. sążniami $= 2x + 3$.

Wiadoma iest Geometrom podobne place mierzącym ta reguła: że każdy plac proste, y prostoległe boki maiący (area rectilinea parallelogramma) składa się z produktu, ktory multyplikuiąc długość tego placu przez szerokość iego wynika. Ten zaś plac podług problemma zawiera w sobie kwadratowych sążni 90, z tey tedy wiadomości będzie porownanie: $2xx + 3. = 90$. Obydwie tego porownania podziel części przez 2, będzie: $xx + \frac{3.}{2.} = 45$. Przenieś $\frac{3.}{2.}$ do drugiey części porownania ze znakiem przeciwnym, będzie: $xx = 45 - \frac{3.}{2.}$ Ponieważ zaś w tym porownaniu xx wyraża liczbę kwadratową; przeto te rzecz Algebrysta pospolicie redukuie do tey kwadra-

dra-

dratowey formuły, ktora iest: $xx = bb - ax$, z ktorey wynika ścienna (radicalis) formuła, ktorey znak ten $\surd$ znaczy iedno, co słowo ściana (radix;) iest zaś ta formuła następuiąca: $x = -\frac{1.}{2.}a + \sqrt{\frac{1.}{4.}aa + bb}$.

Wymawia się ta formuła tak: x rowne mniey iedney z dwoch części ilkości a, więcey ścianie (radici) iedney ze czterech części ilkości aa, więcey bb. Podług tey formuły będzie: $x = \frac{\frac{3.}{2.}}{2.} + \sqrt{\frac{9}{16.} + 45}$. w krotszych terminach: $x = \frac{3.}{4.} + \sqrt{\frac{9.}{16.} + 45}$. Aby znieść frakcyą multyplikuy 45 przez denominatora 16, będzie produkt 720, temu przyday frakcyi licznika 9, będzie: 729. ktora liczba iest kwadrat, ściana iey (radix) iest 27. Więc będzież miał $\frac{27.}{4.}$, ztąd odciągniy $\frac{3.}{4.}$, będzie: $\frac{24.}{4.}$ Więc porownanie ostatnie

takie

takie będzie : $x = \frac{24.}{4.} = 6.$ Ztąd wnoszę, iż szerokość tego placu iest sążni 6, długość zaś dwa razy większa, y ieszcze 3. sążniami, iest $= 12 + 3 = 15$ sążniom. Proba tego iest ta; multyplikuy 15, przez 6, wyidzie: 90. C. B. D. C.

PROBLEMMA XX.

WIdzi kto z okna stancyi swoiey wierzchołek wieży, y tę część wieży pokazuiącą się nad inne budynki mierzy, y znayduie, iż iest wysoka na 24 sążni; także wie od kogo, albo z Architektoniki; że owa część wieży, ktorą w koło leżące budynki zakrywaią, iest $\frac{1.}{3} + \frac{2.}{5}$ całey wysokości wieży. Chce wiedzieć iaka iest cała tey wieży wysokość?

REZOLUCYA.

Cała tey wieży wysokość $= x$.
Podług kondycyi problemma będzie:

$$x = \frac{1.}{3}x + \frac{2.}{5.}x + 24.$$

Już

Już frakcye do iednego denominatora zredukowawszy, będzie:

$$x. = \frac{11x}{15.} + 24.$$

Abyś frakcyą zniosł, multyplikuy 24. przez mianownika 15; także przez tegoż multyplikuy x położone w pierwszey porownania części, będzie: $15x = 11x + 360.$

Przenieś iuż z drugiey porownania części $11x$ ze znakiem przeciwnym do pierwszey porownania części, y uczyń subtrakcyą, będzie:

$$15x - 11x = 360. \text{ to iest: }$$

$$4x = 360, \text{ więc: }$$

$$x = \frac{360.}{4.} = 90.$$

Gdy bowiem podzielisz 360. przez 4, będzie kwocyent 90. $= x$ całey tey wieży wysokości; tey zaś liczby 90 iedna ze trzech iest $= 30$, à iedna z pięciu $= 18$, więc dwie z pięciu rowne $= 36.$, ktore części do 24. sążni przydawszy, będzie summa całey tey wieży wysokości sążni 90, bo: $30 + 36 + 24 = 90.$ C. B. D. C.

PRO-

PROBLEMMA XXI.

KUpiec Winem handluiący ma iedne Wino przednie , ktorego garniec przedaie po złotych 16 , drugie podleysze , ktorego garniec po złotych 10. ; chce te dwa Wina mieszać , y garniec mieszanego przedawać po złotych 12. Pytam się , iak wiele przedniego , y iak wiele podleyszego ma brać do zmieszania , aby garniec wart był zł: 12 ?

REZOLUCYA.

Cena Wina przedniego zł: 16 $= a$.
Podleyszego zł: 10 $= b$.
Zmieszanego zł: 12 $= c$.
Ilkość iednego garca $= 1$.
Wielość podleysz: do zmieszania $= x$.
Cena iego będzie $= b \times x = bx$.
Wielość przedn: do zmieszania $= 1. - x$.
Cena iego $= a \times 1 - x = a - ax$.
Podług kondycyi problemma będzie:

$$\begin{array}{lll} a - ax + bx = c. & & \text{Przydaię:} \\ + ax & + ax. & \text{będzie:} \\ \hline a + bx = c + ax. & & \text{Odciągam:} \\ - bx & - bx. & \text{będzie:} \\ \hline a. = c + ax - bx. & & \text{Odciągam:} \\ - c & - c & \text{będzie:} \\ a - c = ax - bx. & & \end{array}$$

Na-

Nakoniec obydwie porownania części podzielę przez $a - b$, będzie:

$$\frac{a - c.}{a - b.} = x. \text{ to iest:}$$

$$x = \frac{16 - 12.}{16 - 10.} = \frac{4.}{6.} = \frac{2.}{3.}$$

Więc ze trzech rownych iednego garca części wziąć trzeba dwie części wina podleyszego , iednę zaś część przedniego , *np*: podzieliwszy garniec na 12. szklanek rownych , wziąść do zmieszania wina podleyszego 8. szklanek , przedniego zaś 4. szklanek : tak zmieszanego wina garniec będzie wart złotych 12. *Proba.* Albowiem cena podleyszego wina z przednim zmieszanego była

$= bx$; to iest : $10 \times \frac{2.}{3.} = \frac{20.}{3.}$ podzieliwszy $= 6.\frac{2.}{3.}$

Cena zaś przedniego z podleyszym zmieszanego była $= a - ax$, to iest :

$$16 - 16 \times \frac{2.}{3.} = \frac{48.}{3.} - \frac{32.}{3.} = \frac{16.}{3.},$$

po-

podzieliwszy, $= 5.\frac{1.}{3.}$ Więc cena iednego garca Wina zmieszanego iest: $= 6\frac{2.}{3.} + 5.\frac{1.}{3.} = 12.$ C. B. D. C.

PROBLEMMA XXII.

ZŁotnik chce zrobić 12 kubkow srebrnych tak, aby przedaiąc one na wagę, za funt sprawiedliwie mogł brać złotych 24. Tenże Złotnik ma 4. sztuki srebra rożnego gatunku, z iedney sztuki funt wart złotych 18, z drugiey funt wart złotych 21, z trzeciey złotych 26, z czwartey złotych 29. Te kubki tak chce zrobić, aby mieszaiąc te sztuki srebra rożnego waloru, funt w kubkach wart był tylko złotych 24; każdy zaś kubek aby nie więcey ważył tylko 8 funtow, Pytam się, wiele funtow brać trzeba z każdey sztuki srebra, aby mieszaiąc nie poniosł szkody?

REZOLUCYA.

Cena srzednia złotych $24 = a.$
Pierwszego gatunku srebra $18. = b.$
Drugiego gatunku złotych $21. = c.$
Trzeciego złotych $26. = d.$
Czwartego złotych $29. = e.$

Nayprzod tedy te ceny po dwie biorąc stosować trzeba do ceny srzedniey; to iest: biorę cenę b, y cenę e, y przyrownywam ie do ceny a, z ktorych że cena e, iest większa, cena zaś b mnieysza od a, będą ekwacye:

$$b = a - 6.$$
$$e = a + 5.$$

Teraz multyplikuiąc pierwszą ekwacyą przez dyfferencyą drugiey, drugą zaś ekwacyą przez dyfferencyą pierwszey, będą ekwacye:

$$5b = 5a - 30.$$
$$6e = 6a + 30.$$

Te dwie ekwacye w iednę summę zebrawszy, będzie: $6e + 5b = 11a.$ Znowu drugie dwie ceny c, y d, do a przyrownawszy, będą:

$$c = a - 3.$$
$$d = a + 2.$$

Te przez ich dyfferencye wzaiemnie zmultyplikowawszy, y w iednę summę zebrawszy, będą:

$$2c = 2a - 6.$$
$$3d = 3a + 6.$$
$$\overline{2c + 3d = 5a.}$$

Nakoniec tę summę do pierwszey wyżey znalezioney przyday, będzie:

$$6c + 5b + 2c + 3d = 16a.$$

Gdyby tedy Złotnik chciał robić kubki ważące funtow 16; toby brać powinien funtow 6 ze srebra wyrażonego przez literę c, funtow 5 z b, funtow 2, $z\,c$, trzy $z\,d$. Ale że podług problemma Złotnik chce, aby każdy kubek ważył tylko 8. funtow, z ostatniey zaś ekwacyi pokazuie się, że $8a$, czyli 8. funtow iest srzedniey ceny połową 16.; więc też trzeba brać połowę innych cen srebra, to iest: ze srebra c, funtow 3. ze srebra b. funtow 2. $\frac{1}{2}$, ze srebra c funt 1, ze srebra d, funt 1. $\frac{1.}{2.}$. Co wszystko uczyni funtow 8. C. B. D. C.

PROBLEMMA XXIII.

PAn pewny chce mieć na Folwarku swoim studnią na 36. sążni głęboką iak nayprędzey, y na to sprowadza rzemieślnikow, obliguiąc, aby iak nayprędzey tey studni dobyli, z ktorych ieden powiada, że nie może pręдzey tey studni skończyć iak w 6. Miesiącach, drugi w 9. Miesiącach, trzeci w 12. Miesiącach tę studnią skończyć przyrzeka. Pan tych trzech rzemieślnikow z ich czeladzią godzi, obliguiąc, aby razem w iednymże czasie około tey studni robili. Pytam się, w iak prędkim czasie tym sposobem tę studnią zakończą.

REZOLUCYA.

Uważam, że pierwszy rzemieślnik robiąc sam, w iednym Miesiącu wykopałby szostą część tey studni, drugi w iednym Miesiącu dziewiątą część; trzeci nakoniec w iednym Miesiącu tylkoby dwunastey części tey studni dobył. Mam tedy: te frakcye: $\frac{6.}{36.}, \frac{4.}{36.}, \frac{3.}{36.}$.

Czas ten, w ktorym wszyscy trzech razem robiąc z czeladzią swoią, tę studnią zakończą, nazywam $= x$.

Nayprzod tych frakcyi:

$\frac{6.}{36.}, \frac{4.}{36.}, \frac{3.}{36.}$, czynię addycyą, y mam: $\frac{13.}{36.}$

Więc pierwsze porownanie będzie:

$$\frac{13.}{36.} + 1 = x.$$

Przeniosłszy x, do pierwszey części porownania, będzie:

$$\frac{13.}{36.} + 1. + x = 0.$$

Teraz redukuiąc x, na frakcyą, y przeniosłszy $+ 1$, do drugiey części porownania, będzie:

$$\frac{13\,x.}{36.} = 1.$$

Potym znosząc frakcyą, multyplikuię termin drugiey części porownania,

nia, to iest, 1, przez denominatora 36, y będzie ta *ekwacya*:

$$13\,x = 36.$$

Nakoniec obydwa terminy tey *ekwacyi* dzieląc przez 13, będzie ostatnia problemma danę rezolwuiąca ta *ekwacya*:

$$\frac{13\,x.}{13.} = \frac{36.}{13.} \text{ to iest:}$$

$$x = 2. + \frac{10.}{13.}$$

Już tedy mam 2. Miesiące, y zostaie mi się 10 Miesięcy ze 13. Te 10. Miesięcy zredukowawszy na dni, rachuiąc w każdym Miesiącu rowno dni 30, będę miał w 10 Miesiącach dni: 300, ktore podzieliwszy przez 13, będzie: $\frac{300.}{13.} = 23. + \frac{1}{13.}$. Tę frakcyą $\frac{1.}{13.}$ znaczącą mi dzień ieden zredukowawszy przez multyplikacyą na godziny, rachuiąc w dniu iednym godzin 24. podług Astronomow, y produkt podzieliwszy przez 13. będzie:

$$1. \times 24 = 24.$$

Podzieliwszy produkt przez 13, będzie: $\frac{24.}{13.} = 1. + \frac{11.}{13.}$

Tę frakcyą: $\frac{11.}{13.}$ znaczącą godziny zredukowawszy na minuty pierwsze, y podzieliwszy przez 13. iak wyżey będzie:

$$\frac{660.}{13.} = \overset{'}{5}. + \frac{\overset{'}{1}.}{13.}$$

Tę frakcyą: $\frac{1.}{13.}$ znaczącą iednę minutę pierwszą, zredukowawszy na drugie minuty, y podzieliwszy iak wyżey, będzie:

$$\frac{\overset{''}{60}.}{13.} = \overset{''}{4}. + \frac{\overset{''}{8}}{13.}$$

Już tedy wiem, że ci trzech rzemieślnicy razem robiąc, studnią na 36. sążni głęboką skończą w Miesiącach 2, w dniach 23, w godzinie 1, w minutach pierwszych $\overset{'}{5}$. w drugich minut: $\overset{''}{4}$. &c.

Tey Algebrayskiey rezulucyi probę uczynić można przez Arytmetyczną regułę nazwaną *regula Trium*. C. B. D. C.

PROBLEMMA XXIV.

Piotr, Paweł, y Jan chcą ieden dworek w Warszawie kupić zgodzony za summę 26000. złotych Polskich, y taki między sobą czynią układ, y umowę: że Piotr da połowę pieniędzy, Paweł trzecią część tey summy, Jan czwartą część. Pytam się, iak wielką summę złotych Polskich każdy z osobna dać powinien, aby te ich trzy summy razem wzięte summę 26000. złotych Polskich wynosiły?

REZOLUCYA.

Nayprzod summę złotych Polskich 26000. nazywam $= a.$

Summę Piotra $= \frac{1x.}{2.}$

 Pa-

Pawła $= \frac{1\,x.}{3.}$

Jana $= \frac{1\,x.}{4.}$

Zredukowawszy te frakcye do iednego mianownika, będzie:

$$\frac{12\,x.}{24.} + \frac{8\,x.}{24.} + \frac{6\,x.}{24.} = a.$$

Tych frakcyi w pierwszey części porownania będących addycyą uczyniwszy, będzie ekwacya:

$$\frac{26\,x.}{24.} = a.$$

Frakcyą zniosłszy multyplikuiąc a, przez 24. mianownika frakcyi, będzie ta ekwacya:

$$26\,x. = 24\,a.$$

To iest, multyplikuiąc: 26000. × 24. będzieź miał to porownanie:

$$26\,x. = 624000.$$

Podzieliwszy obydwie części tego porownania przez 26. będzie:

$$\frac{26\,x.}{26.} = \frac{624000.}{26.}$$ To iest:

$$x. = 24000.$$

Więc obydwie części porownania tego dzieląc przez 2. będzie:

$$\frac{1\,x.}{2.} = 12000.$$

Ta iest summa Piotra, ktorą na kupienie dworka dać powinien. Dzieląc zaś obydwie części tegoż porownania przez 3. będzie.

$$\frac{1\,x.}{3.} = 8000.$$

Ta iest trzecia część summy należącey za dworek, ktorą da Paweł. Nakoniec obydwie części tegoż, co wyżey, porownania podzieliwszy przez 4. będzie:

$$\frac{1\,x.}{4.} = 6000.$$

Ta iest czwarta część summy 26000. złotych Polskich, ktorą Jan dać powinien. Więc kwestya, czyli problemma iest solwowane; albowiem:

$12000. + 8000. + 6000. = 26000.$

Co było do czynienia.

PROBLEMMA XXV.

PEwny Pan zgodził się z Cieślą, aby mu 20. sztuk drzewa na budynek oprawił, a po skończoney tey robocie obiecał mu 30. złotych Polskich zapłacić. Tym czasem Cieśla, oprawiwszy 12. sztuk drzewa, zachorował, y umarł. Pytam się, wiele z obiecaney summy złotych Polskich 30. za całą robotę skończoną Sukcessorom tego Cieśli zapłacić ten Pan powinien?

REZOLUCYA.

Sztuk 20. drzewa, ktore ten Cieśla miał oprawić, niech będą: $= a$.

Summa pieniędzy obiecanych od Pana za całą skończoną robotę: $= b$.

Sztuk 12. drzewa oprawnego $= c$.

Summa pieniędzy należących za oprawę sztuk 12. drzewa, iako niewiadoma niech będzie: $= x$.

Zważywszy pilnie to problemma, poznasz, że tu zachodzi Geometryczna proporcya, y przypomniawszy sobie regułę generalną o terminach proporcyonalnych, że produkt terminow srzednich proporcyonalnych iest rowny produktowi terminow ostatnich, na fundamencie tey reguły taką pierwszą uczyń ekwacyą:

$$a \times x = b \times c. \text{ To iest:}$$
$$ax = bc.$$

Abyś ilkość x niewiadomą uczynił wiadomą, y oswobodził ią od a, obydwie drugiey ekwacyi części podziel przez a, będziesz miał to porownanie:

$$\frac{ax.}{a.} = \frac{bc.}{a.}. \text{ To iest:}$$

$$x = \frac{bc.}{a.} = \frac{30. \times 12.}{20.}$$

Ponieważ zaś te trzy ilkości a, b, c, są mi wiadome; więc nayprzod multyplikuię 30. przez 12, y mam produkt: 360, ktory podzieliwszy przez 20, mam kwocyent: 18. Więc: $x = 18$. Więc sukcessorom Cieśli za sztuk 12 drzewa przez niego oprawnego Pan zapłacić powinien złotych Polskich 18. C. B. D. C.

PROBLEMMA XXVI.

JAN kupił sobie sukna łokci 6, szerokiego na trzy ćwierci, y miał z niego parę sukien. Potym chce kupić materyiki szerokiey na dwie ćwierci, y chce mieć z niey także parę sukien. Pyta się rachmistrza, wiele łokci tey materyiki na parę sukien dla siebie ma wziąść?

REZOLUCYA.

Łokci 6. tego sukna na trzy ćwierci szerokiego nazywam:

$$\frac{3.}{4.} + 6.$$

Łokcie materyiki na 2 ćwierci szerokiey są: $= \frac{2.}{4.} + x.$

Aby uczynić można ekwacyą, uważ, że gdybym tey materyiki także 6. łokci kupił; to dla nierowney sukna, y materyiki szerokości nie dostawałoby mi na parę sukien 6. ćwierci. Więc będę miał pierwsze porownanie:

$$\frac{3.}{4.} + a = \frac{2.}{4.} + x + \frac{6.}{4.}$$

Te-

Teraz łokcie redukuię na ćwierci, będzie: $27. = 4x + 2. + 6.$ Albo krociey: $27. = 4x. + 8.$ Potym od obydwoch części porownania odciągam 8, będzie:

$$27. - 8 = 4x + 8. - 8.$$

Zmazawszy terminy siebie znoszące będzie: $27. - 8. = 4x.$

To iest: $19. = 4x.$

Trzebaby teraz podzielić obydwa tey ekwacyi terminy tak, aby reszty nie było; ale że liczba 19. tak być podzieloną nie może, tylko przez 1; więc 1 od obydwoch ekwacyi części odciągam, będzie:

$$19. - 1 = 4x - 1.$$

To iest: $18. = 3x.$

Nakoniec podzieliwszy całe to porownanie przez 2, będzie:

$$\frac{18}{2.} = \frac{3x}{2.}.$$ To iest:

$$x = 9.$$

Więc Jan tey materyiki na parę sukien ma kupić łocki 9. C. B. D. C.

PRO-

PROBLEMMA XXVII.

Do pewnego gracza trzymaiącego bank zawieraiący w sobie summę czerwonych złotych 100.; przyszło trzech graczow chcących razem na iednę kartę grać o cały iego bank. Ten wątpiąc, aby mieli tyle pieniędzy, ile bank iego w sobie zawiera, pyta się ich, wiele macie pieniędzy? odpowiadaią mu w ten sposob. Pierwszy Piotr powiada: że mam tyle, ile Paweł, y nad to więcey czerwonych złotych 8. Jan zaś rzekł: mam tyle, ile tych dwoch Piotr, y Paweł, y nad to więcey czerwonych złotych 4. y te trzy summy nasze razem wzięte rowne są summie banku twoiego. Gracz trzymaiący bank chcąc się w tym upewnić, prosi Arytmetyka bliſko stoiącego, aby wyraźnie powiedział, wiele każdy z tych trzech ma pieniędzy, y czyli summy ich pieniędzy razem wzięte wynoszą czerwonych złotych 100?

REZOLUCYA.

Paweł $= x$.
Piotr $= y$.
Jan $= z$.

Fundamentalna ekwacya będzie:

$$x. + y. + z = 100.$$

Teraz danego problemma kondycye dobrze zważywszy, takie uczynię porownania. Ponieważ Piotr ma 8. czerwonych złotych więcey od Pawła; więc będzie ta ekwacya:

$$x. + 8. = y.$$

Znowu ponieważ Jan ma czerwonych złotych 4. więcey od Piotra, y Pawła summ razem wziętych; więc będę miał to porownanie:

$$x. + x. + 8. + 4. = z.$$

Z tych nowe porownanie następuiące wynika:

$$x. + x. + 8 + x + x + 8 + 4$$
$$= 100.$$

Co się krociey tak wyraża:

$$4x + 20. = 100.$$

Przeniosłszy termin 20. z pierwszey porownania części do drugiey ze znakiem przeciwnym, ostatnie rezolwuiące problemma porownanie takie wypadnie:

4x

$4x = 100 - 20$. To iest:

$4x = 80$.

Więc podzieliwszy obydwie porownania części przez 4, będzie:

$$\frac{4x}{4.} = \frac{80}{4.}. \text{ To test:}$$

$$x. = 20.$$

Ztąd się pokazuie, że, ieżeli Paweł, na mieyscu ktorego x. kładłem, miał czerwonych złotych 20.; to Piotr, ktorego w rezolucyi nazywałem: y, powinien podług kondycyi problemma mieć czerwonych złotych $20 + 8$. to iest: 28.

Jan zaś, czyli z, o ktorym problemma mowi, że miał tyle, ile razem wzięte summy Piotra, y Pawła czynią, y ieszcze więcey czerwonych złotych 4., będzie miał wszystkich czerwonych złotych $20. + 28. + 4. = 52$. Te zaś trzy summy Piotra, Pawła, y Jana razem wzięte, to iest:

$$20. + 28. + 52. = 100.$$

Już tedy wszystkim danego problemma kondycyom stało się zadosyć. C. B. D. C.

PRO-

PROBLEMMA XXVIII.

PEwny udzielny Xiążę chce tyle mieć woyska, aby połowa tego woyska w polu obozem stała, aby osma część w tym była mieście, w ktorym sam rezyduie, aby dwunasta część granic z iedney strony, à dwudziesta część z drugiey strony pilnowała, aby trzydziesta część około furażow miała staranie, nakoniec, aby pięć tysięcy było po fortecach. Pyta się Arytmetyka, aby mu wyrachował, wiele tysięcy woyska na to wszystko mieć potrzeba?

REZOLUCYA.

Liczba wszystkiego woyska $= x$.

Więc podług kondycyi problemma fundamentalne będzie to porownanie:

$$\frac{1x.}{2.} + \frac{1x.}{8.} + \frac{1x.}{12.} + \frac{1x.}{20.} + \frac{1x.}{30.} + 5000. = x.$$

Te frakcye zredukowawszy do iednego mianownika, w iednę zbierz summę, y w naymnieyszych wyraź termi-

I nach;

nach; będzież miał to nowe porownanie:

$$\frac{19x.}{24.} + 5000 = x.$$

Tę frakcyą przeniosłszy z znakiem przeciwnym do drugiey części porownania; ta będzie ekwacya:

$$5000. = x. - \frac{19x.}{24.}$$

Teraz zaś całkowitą ilkość x, na frakcyą maiącą iednegoż denominatora z daną frakcyą, to iest, 24, obrociwszy; znowu ta nowa wyniknie ekwacya:

$$5000. = \frac{24x.}{24.} - \frac{19x.}{24.}$$

W rzeczy samey tak, iak znaki pokazuią, mnieyszą frakcyą od większey odciągnąwszy, będzie:

$$5000. = \frac{5x.}{24.}$$

Nakoniec zniosłszy frakcyą, czego dokażesz, gdy przez denominatora 24, zmultyplikuiesz całkowitą liczbę pierwszey części porownania, to iest: 5000. × 24, licznik zaś iako koefficyent niech zostanie przy niewiadomey ilkości x, to ostatnia rezolwuiąca problemma ta wypadnie ekwacya:

$$120000. = 5x.$$

Podzieliwszy obydwie części tey ekwacyi przez 5, będzie:

$$\frac{5x.}{5.} = \frac{120000.}{5.}$$ To iest:

$$x. = 24000.$$

Więc mowię, że wszystkiego woyska, ktore nazwałem x, powinno być: 24000, tegoż woyſka iest: $\frac{1.}{2.} = 12000.$ $\frac{1.}{8.} = 3000.$ $\frac{1.}{12.} = 2000.$ $\frac{1.}{20.} = 1200.$ $\frac{1.}{30.} = 800.$ Albowiem te wszystkie części w iednę zebrawszy summę, y przydawszy 5000. będzie:

$$12000. + 3000. + 2000. + 1200. + 800. + 5000. = 24000.$$

Więc podług żądania, y dyspozycyi Xiążęcia liczba woyska iest znaleziona. C. B. D. C.

Wiedzieć potrzeba, że to samo problemma, (co y o innych wyżey położonych problemmatach rozumieć) można inszym sposobem tak wyrazić, *np:* chce kto tyle korcy żyta skupić, aby połowę tego żyta posłał do Gdańska, osmą część chce obrocić na palenie gorzałki, dwunastą część rozdać na ludzie, aby mu z nowego oddali, dwudziestą część schować na wyżywienie siebie z czeladzią, trzydziestą część mieć na furaże dla żołnierzy, naostatek pięć tysięcy wysiać na zimę w dobrach swoich. Podobnież możnaby mowić o skupieniu Wołow, Koni, Wina, lub inney iakiey rzeczy, albo towaru, y taż sama byłaby operacya, y rezolucya.

Także wiedzieć potrzeba, że gdyby kto chciał mieć większą liczbę woyska, korcy zboża, wołow &c. od liczby wyrażoney w problemmacie; to liczbę ostatnią w problemma położoną, to iest: 5000. ma powiększyć podług upodobania swego: przeciwnie chcąc mnieyszą mieć liczbę woyska, korcy zboża

zboża &c; to tę samę liczbę 5000. zmnieyszyć powinien.

PROBLEMMA XXIX.

TRzech chłopow Filip, Jakub, y Stefan iednęż pole trzymaią, z ktorego Panu swemu co rok płacą czynszu złotych Polskich: 67. Ale że Jakub trzy razy więcey tego pola trzyma, y zażywa, niżeli Filip, Stefan zaś tyle, ile ci dwoch, to iest, Filip, y Jakub, mniey tylko 5. sążniami; więc proszą rachmistrza, aby wyrachował, wiele złotych każdy z nich podług proporcyi zażywania tego pola na czynsz składać powinien?

REZOLUCYA.

Złote, ktore dawać Filip na czynsz powinien: $= x$.

Ktore Jakub: $= y$.

Ktore Stefan: $= z$.

Ztąd fundamentalne porownanie wynika następuiące:

$$x + y + z = 67.$$

Teraz starać się trzeba, aby, wynalasłszy rowne walory tym dwom niewiadomym ilkościom : y, z, one na mieyscu ich położyć, y żeby mieć porownanie pierwszemu rownę tak wyrażone, aby się same tylko x, w iedney porownania części znaydowało. Tego dokażesz, gdy podług kondycyi problemma inne ilkości porowniasz z ilkością x, tak *np*:

$$y = 3x, \; z = x + 3x. - 5.$$

Ztąd wypada to porownanie :

$$x. + x + 3x + 3x - 5. = 67.$$

Krociey, uczyniwszy addycyą, tak wyrazisz :

$$8x - 5. = 67.$$

Przeniosłszy z przeciwnym znakiem -5. będzie :

$$8x = 67 + 5.$$

Podzieliwszy przez 8. obydwie części porownania, będzie :

$$\frac{8x.}{8.} = \frac{72.}{8.} \quad \text{To iest :}$$

$$x. = 9.$$

Ponie-

Ponieważ tedy x, albo złote, ktore Filip na czynsz dać powinien, są $= 9$; więc Jakub, ktory trzy razy więcey pola zażywa od Filipa ; dać trzy razy więcey złotych iest obligowany, to iest : 27 ; znowu ponieważ Stefan tyle pola trzyma, ile Filip, y Jakub, mniey tylko 5. sążniami ; więc z, albo złote, ktore dać powinien na czynsz, są : $= 9 + 27 - 5$. to iest : 31.

Te trzy summy w iednę zebrane summę, to iest :

$$6. + 27. + 31 = 67.$$

C. B. D. C.

PROBLEMMA XXX.

JEden podstarości przez trzy targi przedawał Pańskie zboże, y zapisywał w regestra ; lecz przypadkiem zgubił regestra tey przedaży. Parobcy dworscy, ktorzy to zboże na targ wywozili, powiadaią mu, iż na pierwszy targ wywiezli 4. korce Zyta, 4 Pszenicy, 10. Jęczmienia, na drugi targ 5. korcy Zyta, 6. Pszenicy, 10. Jęczmienia, na trzeci zaś 10. korcy Zyta, 8. Pszenicy,

 nicy,

nicy, 12. Jęczmienia: sam też pamięta dobrze, że z pierwszego targu przywiosł do domu złotych Polskich: 228, z drugiego: 280, z trzeciego: 400, chce ieszcze wiedzieć, co była za cena każdego tego z osobna zboża; à tu tylko tyle pamięta, iż na tych trzech targach po iednych pieniędzach Zyto, po iednych Pszenicę, po iednych Jęczmień, iak było Zyto, iak Pszenica, iak Jęczmień w targu, przedawał. Pytam się teraz, iakim doydę sposobem ceny tego przedanego Zyta, Pszenicy, y Jęczmienia?

REZOLUCYA.

Trudność tę ułatwisz następuiącym sposobem. Nayprzod podług troiakiego wywozu tego zboża uczyń trzy ekwacye. Nazwawszy tedy Zyto $= z$, Pszenicę $= p$, Jęczmień $= y$; będziesz miał z pierwszego wywozu ekwacyą:

$$A.\ 4, z + 4, p + 10 y. = 228.$$

Z drugiego wywozu.

$$B.\ 5 z + 6 p + 10 y. = 280.$$

Z trze-

Z trzeciego wywozu.

$$C.\ 10 z + 8 p + 12 y = 400.$$

Teraz odciągniy pierwszą ekwacyą A. od drugiey B. przemieniaiąc znaki + na —, y tak te ekwacye napisz:

$$\begin{array}{llllll} B. & 5z & + 6p & + 10y & = & 280. \\ A. & -4z & - 4p & - 10y & = & 228. \\ \hline \text{Reszta}: & z & + 2p. & *. \ *. & = & 52. \end{array}$$

Z tey ostatniey ekwacyi przenieś $2 p.$ na drugą stronę z przeciwnym znakiem, będziesz miał walor z, to iest:

$$z = 52 - 2 p.$$

Ten walor $z.$ na mieyscu $z.$ połoź w ekwacyi B., będziesz miał następuiącą ekwacyą:

$$260. - 10p + 6p + 10y = 280.$$

Albo: $260 - 4p + 10y = 280.$

Przeniosłszy 260. na drugą stronę z przeciwnym znakiem, będzie:

$$- 4 p + 10 y = 280. - 260.$$

To iest: $- 4 p + 10 y = 20.$ Znowu przeniosłszy $- 4 p$, będzie:

$$10 y. = 20 + 4 p.$$

 Po-

Podzieliwszy obydwie części porownania przez 10, będzie:

$$y = \frac{20 + 4p.}{10.}$$

Już tedy masz wyżey walor z, tu zaś walor y, ktore położywszy w trzeciey ekwacyi C., wypadnie ci ta nowa ekwacya:

$$520. - 20p + 8p + \frac{240 + 48p.}{10.}$$

$= 400.$ Abyś zniosł frakcyą, multyplikuy wszystkie terminy przez 10, będzie:

$5200 - 200p. + 80p + 240 +$
$+ 48p = 4000.$

Uczyniwszy teraz addycyą, y subtrakcyą, iak znaki pokazuią, będzież miał krotszą ekwacyą:

$$5440 - 72p = 4000.$$

Przeniosłszy 4000 z drugiey części do pierwszey, à $72p.$ z pierwszey porownania części do drugiey, wyniknie nowa ta ekwacya:

$$5440 - 4000 = 72p.$$

To iest: $1440 = 72p.$ Po-

Podzieliwszy obydwie porownania części przez 72, będzie:

$$\frac{1440.}{72.} = p. = 20.$$

Ale $p.$ znaczyło ieden korzec Pszenicy; więc cena iego iest $= 20.$ złotym. Znowu wyżey było:

$$z = 52 - 2p.$$

Więc: $z = 52 - 40. = 12.$ Jeden tedy korzec Zyta przedawał ten Podstarości na trzech targach po złotych: 12. Nakoniec było Jęczmień znaczące: $y = \frac{20 + 4p.}{10.}$ To iest: y

$$= \frac{20 + 80.}{10.} = 10.$$

Więc za korzec Jęczmienia na każdym targu brał po złotych 10.

Proba. *Pierwszego wywozu korce.*

Zyta: $4 \times 12 = 48.$
Pszenicy: $4 \times 20. = 80.$
Jęczmienia: $10. \times 10. = 100.$

Summa: - - $= 228.$

Drugie-

Drugiego wywozu korce.

Zyta :	$5. \times 12.$	$= 60.$
Przenicy :	$6. \times 20.$	$= 120.$
Jęczmienia :	$10 \times 10.$	$= 100.$
Summa - -		$= 280.$

Trzeciego wywozu korce.

Zyta :	$10 \times 12.$	$= 120.$
Przenicy :	$8. \times 20.$	$= 160.$
Jęczmienia :	$12. \times 10.$	$= 120.$
Summa - -		$= 400.$

C. B. D. C.

PROBLEMMA XXXI.

PEwny Pan Szyprowi swemu daie taką dyspozycyą, aby w Gdańsku kupił Wina, Sledzi, Oliwy, Cukru, Kawy, &c., y żeby na to wszystko więcey nie expensował, tylko czerwonych złotych : 144, żeby Wina kupił za kwotę czerwonych złotych dwa razy większą, niżeli Sledzi, żeby Oliwy, Cukru, Kawy &c. kupił za kwotę czerwonych złotych trzy razy większą, niżeli Wina. Pytam się, wiele czerwonych

nych złotych ze 144. na każdy ten sprawunek ma Szyper wyexpensować?

REZOLUCYA.

$$\text{Sledzie} = x.$$
$$\text{Wino} = y.$$
$$\text{Oliwa, Cukier \&c.} = z.$$

Pierwsze porownanie będzie:

$$x + y + z = 144.$$

A ponieważ podług problemma ten Szyper ma kupić Wina za kwotę pieniędzy dwa razy większą, niżeli Sledzi, więc będzie:

$$y = 2x.$$

Znowu ponieważ ma kupić Oliwy, Cukru, Kawy &c. za kwotę pieniędzy trzy razy większą, niżeli Wina, będzie tedy:

$$6x. = z.$$

Przez te dwa walory znalezione, można znieść dwie niewiadome ilkości: y, z, kładąc w pierwszym porownaniu na mieyscu y, $2x$, na mieyscu z, $6x$. Więc będzie drugie porownanie:

$x +$

$x + 2x + 6x$, to iest : $9x = 144$.

Podzieliwszy przez 9, będzie:

$x = \frac{144.}{9.} = 16.$ Ta iest kwota czerwonych złotych, ktorą ma Szyper expensować za Sledzie. Ponieważ zaś dwa razy więcey ma wydać za Wino, więc: $16 \times 2. = 32$, będzie kwota pieniędzy na Wino. Znowu ponieważ za Oliwę, Cukier, Kawę &c. trzy razy więcey ma expensować, niżeli za Wino; więc: $32 \times 3.$ będzie kwota czerwonych złotych $= 96$, za ktorą ma kupić Oliwy Cukru, &c. Te summy w iednę zebrawszy: $96. + 32. + 16. = 144.$ C. B. D. C.

PROBLEMMA XXXII.

PEwny Pan znayduiący się na Kontraktach w Dubnie, chce pożyczyć takiey summy czerwonych złotych, aby z niey trzecią część obrocił na skupienie Wołow, czwartą część zostawił Żonie w domu na expens, nakoniec, aby 1000. czerwonych złotych wziął z sobą do Warszawy. Pytam się, iak wielkiey summy czerwonych złotych na to wszystko temu Panu potrzeba?

REZOLUCYA.

Tę całą summę czerwonych złotych nazywam $= x$.

Trzecią część $= \frac{1x.}{3.}$

Czwartą część $= \frac{1.\ x.}{4.}$

Ztąd wypada pierwsze porownanie:

$$\frac{1x.}{3} + \frac{1x.}{4.} + 1000 = x.$$

Teraz frakcye do iednego mianownika zredukowawszy, y w iednę summę zebrawszy, będzie:

$$\frac{7x}{12.} + 1000 = x.$$

Przeniosłszy frakcyą, będzie:

$$1000. = x - \frac{7x.}{12.}$$

Teraz całkowite x, obrociwszy na frakcyą maiącą tegoż mianownika, co ma przyległa frakcya, będzie:

1000.

$$1000. = \frac{12x}{12.} - \frac{7x.}{12.}$$

To iest: $1000. = \frac{5x.}{12.}$

Abym zniosł frakcyą, to przez denominatora frakcyi, to iest: 12×1000, wyniknie ta ekwacya:

$$12000. = 5x.$$

Obydwie części ekwacyi tey podzieliwszy przez 5, będzie ostatnie porownanie to:

$\frac{12000.}{5.} = x.$ summie czerwonych złotych, ktorey ten Pan potrzebuie, to iest: $x. = 2400.$ Albowiem 2400. podzieliwszy przez 3, będzie trzecia część tey summy: $= 800$, tęż summę podzieliwszy przez 4, będzie czwarta część tey summy $= 600$, do tych summ przydawszy: 1000, y addycyą uczyniwszy, będzie:

$$800. + 600. + 1000 = 2400.$$

C. B. D. C.

PROBLEMMA XXXIII.

PAweł widząc się być bliskim śmierci, obliguie przyiaciela swego, aby, odebrawszy dług od iednego Szlachcica, ktorego długu kwoty nie pamięta, tylko ma kartę między papierami swemi, z tych pieniędzy trzecią część dał na Msze Swięte za duszę iego, piątą część wziął sobie, y żeby te dwie części razem wzięte czyniły tylko czerwonych złotych: 50, resztę, aby oddał żonie iego. Gdy umarł, przyiaciel pilnie szuka tey karty, ale nie mogąc iey znaleść, przez Algebrę całey kwoty czerwonych złotych na długu będących dochodzi, aby odebrawszy ten dług, dyspozycyi sobie zostawioney zadosyć uczynił.

REZOLUCYA.

Cała długu tego summa $= x.$

Trzecia część $= \frac{1x.}{3.}$

Piąta część $= \frac{1x.}{5.}$

Podług kondycyi problemma, będzie to pierwsze porownanie:

$$\frac{1x.}{3.} + \frac{1x.}{5.} = 50.\ \text{czerw: złot:}$$

Zredukowawszy frakcye do iednego mianownika, y addycyą ich uczyniwszy, będzie:

$$\frac{8x.}{15.} + 50. = x.$$

Przeniosłszy x, do pierwszey części ekwacyi, będzie:

$$x + \frac{8x.}{15.} + 50. = 0.$$

Więc przydawszy x, z przeciwnym znakiem, zostaną rowne sobie ilkości:

$$\frac{8x.}{15.} = 50.$$

Zniosłszy frakcyą, multyplikuiąc przez denominatora frakcyi całą drugą część ekwacyi, to iest: $50. \times 15.$ wypadnie rezolwuiąca ekwacya:

$$8x. = 750.$$

Po-

Podzieliwszy przez 8., będzie:

$$x. = \frac{750.}{8.} = 93.\ \frac{6.}{8.}\ \text{albo}\ \frac{3.}{4.}$$

Całey summie długu, ktorego szukałem. Teraz obaczmy, iak się z okolicznościami problemma ta rezolucya zgadza.

Więc wszystkiego tego długu, iest summa: 93. y $\frac{3.}{4.}$, tey całey summy trzecią część, ktorą dać powinien na Msze Swięte, znaydzież łatwo, podzieliwszy 93. przez 3, także frakcyą $\frac{3.}{4.}$ podzieliwszy przez 3, wypadnie: 31. $\frac{3.}{12.}$ znowu dzieląc: 93. przez 5, wyidzie kwocyent: 18, y, $\frac{3.}{5.}$, także dzieląc frakcyą: $\frac{3.}{4.}$ przez 5, wypadnie: $\frac{3.}{20.}$, piąta tedy część, ktorą przyiaciel ma wziąść dla siebie, iest: czerwonych złotych, 18, $\frac{3.}{5.}$, y, $\frac{3.}{20.}$. Te zaś trzy frakcye:

 3.

$\frac{3.}{12.}, \frac{3.}{5.}, \frac{3.}{20.},$

Zredukowawszy do iednego denominatora, y w iednę summę zebrawszy, wyniknie ta nowa frakcya:

$$\frac{1200.}{1200.}$$

Ale, że ta frakcya ma licznika, y mianownika sobie rownych, przeto znaczy iednę całą ilkość, to iest: ieden czerwony złoty; ponieważ w kwestyi, y w rezolucyi mowa iest o czerwonych złotych. Nakoniec w iednę summę zebrawszy trzecią część tego długu, y piątą część wraz z frakcyami, ktore, iak się pokazało, czynią ieden czerwony złoty, będzie:

$1. + 18. + 31 = 50. \; 93. - 50. = 43.$ reszta dla żony. C. B. D. C.

PROBLEMMA XXXIV.

PEwny pobożny Pan, chce na trzech ubogich Piotra, Pawła, y Jana rozdać 96. złotych Polskich tym sposobem; aby Piotr wziął więcey dwoma

ma złotemi od Pawła, Jan zaś, aby tyle wziął, co Piotr, y Paweł, y nadto więcey cztery złote. Pytam się, wiele złotych każdemu z summy złotych 96. dać należy?

REZOLUCYA.

Złote, ktore ma dać Pawłowi: $= x.$
Piotrowi $= z.$
Janowi $= y.$

Ztąd wynika pierwsza fundamentalna ekwacya ta:

$$x. + z. + y. = 96.$$

Ponieważ podług kondycyi problemma, Paweł ma wziąść 2. złote mniey od Piotra; więc będzie:

$$x + 2. = z.$$

Znowu, ponieważ Jan ma wziąść tyle złotych, ile Piotr, y Paweł, y ieszcze nadto więcey złotych 4, więc będzie: $x + x + 2 + 4. = y.$

Teraz zamiast tych dwoch terminow z, y, kładąc ich walory dopiero znalezione w pierwszey porownania części, w drugiey zaś części kładąc 96, będę miał ekwacyą:

x

$x + x + 2 + x + x + 2 + 4 = 96.$
To iest krociey: $4x + 8 = 96.$

Gdy przeniosę liczbę 8, do drugiey porownania części ze znakiem przeciwnym, będzie porownanie:
$4x = 96 - 8$, to iest: $4x = 88.$
Podzieliwszy przez 4. obydwie porownania części, wypadnie rezolwuiąca problemma ekwacya:

$$\frac{4x.}{4.} = \frac{88.}{4.} \text{ to iest: } x = 22.$$

Ztąd poznaię, że Pawłowi ten Pan ma dać złotych 22, Piotrowi chce dać więcey od Pawła złotemi 2, więc da mu złotych 24, $= z$, Janowi chce dać tyle, ile dał tym dwom, y więcey złotych 4, to iest:

$$22. + 24. + 4. = 50. = y.$$

Te sumki razem wzięte, czynią złotych 96; albowiem $50 + 24 + 22 = 96.$ C. B. D. C.

Dotąd wyraźne (determinata) do rzeczy, y okoliczności w szczegulności przystosowane problemmata kładłem; teraz niektore nie wyraźne, (indeterminata,) w ogulności rzecz zawieraiące położę, abym nayprzod wielki ich pożytek pokazał, y arcy-bogaty Skarb Algebry w sposoby do wynaydowania rzeczy niewiadomych, y do naytrudnieyszych solwowania kwestyi cożkolwiek młodzi w tych początkach odkrył. Powtore, abym tym samym młodź szkolną do uczenia się głębszey Algebry zachęcił, y pobudził.

PROBLEMMA XXXV.

Znaleść liczbę taką, aby, podzieliwszy ią przez iakie liczby dane z osobna, po każdym podziele reszta była 1; y tęż samę liczbę podzieliwszy przez inne dane liczby, aby po każdey dywizyi nic nie zostawało.

REZOLUCYA.

I.

Dla łatwieyszego zrozumienia tego problemma, nayprzod rezolwuię go w liczbach. Abyś taką liczbę znalazł, ktorą dzieląc przez te dane liczby z osobna: 5, 7, aby reszta była 1, dzieląc łąc zaś przez tę trzecią daną liczbę : 3, aby nic nie zostało ; multyplikuy iednę przez drugą te dane liczby : 5.×7., będzież miał produkt : 35, do ktorego przydawszy 1, będzie 36. Tę liczbę dzieląc z osobna przez 5, 7, zostawać będzie reszta 1, dzieląc zaś ią przez 3, nic nie zostanie. Więc 36, iest taką liczbą, iakiey szukać miałem.

Ale bardzo wiele innych liczb większych, ktoreby kondycyom danego problemma zadosyć czyniły, wynaleść można, za pomocą pierwszey, y mnieyszey liczby wynalezioney 36, w ten sposob :

Abyś znalazł drugą liczbę zadosyć czyniącą kondycyom danego problemma, y większą od 36; to multyplikuy dane liczby : 5.×7.×3. do ich produktu : 105, przyday pierwszą liczbę znalezioną 36, będzie summa : 141, taką liczbą, iakiey szukasz, do 141, przydawszy przeszły produkt : 105, będzie : 246. trzecia takaż liczba, znowu do 246 przydawszy tenże produkt 105, będzie : 351 czwarta takaż liczba, iakiey szukam, y tak daley bez końca.

II.

To samo problemma wyżey położone przez Algebrę będę rezolwował.

Ponieważ trzeba wynaleść liczbę x, taką, aby dzieląc ią przez 3, nic reszty nie zostało, dzieląc zaś tęż liczbę x, niewiadomą przez 5, potym przez 7, aby po pierwszey, y po drugiey dywizyi reszta ieden, dico: 1, została : więc tę propozycyą redukuię do tych ekwacyi :

$$1^{\circ}.\frac{x}{3}=p.\ 2^{\circ}.\frac{x-1.}{5.}=m.\ 3^{\circ}.\frac{x-1}{7.}=n.$$

Biorę teraz dwie pierwsze ekwacye, iednę do drugiey stosuiąc, y zniosłszy frakcye, multyplikuiąc przez denominatory, będę miał :

$1^{\circ}.\ x = 3p.$

$2^{\circ}.\ x = 5m + 1.$

Więc zamiast x, rowne iego walory kładąc, będzie ekwacya :

$$4^{\circ}.\ x = 3p. = 5m + 1.$$

Podzieliwszy przez 3, będzie :

$p. = \frac{5m+1.}{3.}$ Tu ieszcze

waloru m, nie wiem, ktory, abym znalazł, tak rzecz roztrząsam:

Ponieważ $5m + 1$ powinno być podzielone przez 3, nic reszty nie zostawuiąc; to także wszystkie dyfferencye: $5m + 1$. od 3. iego denominatora, albo, co iedno iest, od $3m$, powinny być przez 3, podzielone bez reszty. Więc, abym ostatnią dyfferencyą znalazł, w ktoreyby samo m, zostawało, ile razy tylko można, tyle odciągam: $3m$. od $5m + 1$: pierwsza dyfferencya iest: $2m + 1$, y mam: $\frac{2m+1.}{3.}$: ale że m, nie iest samo, przeto mi się to wyrażenie nie przyda; odciągam ieszcze: $2m + 1$. od $3m$, iego denominatora, y mam: $m - 1$, to dzieląc przez 3, będzie: $\frac{m-1.}{3.}$

Abym teraz walor, czyli cenę m, znalazł, kładę, 1°. $\frac{m-1}{3} = 0$. Ztąd wnoszę, że iest: $m = 1$. 2°. $\frac{m-1}{3.}$ $= 1$, więc: $m = 4$. 3°. $\frac{m-1.}{3} =$

$= 2$, więc: $m. = 7$. &c. $m. = 1$, nie może zadosyć uczynić stosowanym wyżey do siebie ekwacyom, biorę tedy: $m. = 4.$, to rezolwuie mi ekwacye z sobą wyżey porownane w czwartym wyrażeniu: $x = 3p. = 5m + 1$. Albowiem: $x = 21$, dzieląc przez 3, nic nie zostaie, dzieląc zaś przez 5, zostaie 1.

Ale gdy tę liczbę: 21, położę w trzeciey suppozycyi: $\frac{x-1}{7.}$, znayduię, że: $\frac{21.-1.}{7.}$, nie zostaie reszta 1, ale więcey. Szukam tedy waloru m, takiego, ktoryby kondycyom problemma zadosyć uczynił, y abym go tym pewniey znalazł; tak rzecz uważam:

Ponieważ szukaiąc waloru m. w tey expressyi: $\frac{m-1.}{3.}$, kładłem, że $\frac{m-1.}{3.}$ było rowne iakiey liczbie wziętey podług upodobania, *np:* 0, 1, 2, 3, 4, &c; więc teraz kładę, że iedna z tych liczb wziętych podług upodobadobania, iest rowna f, à tak będę miał $\frac{m-1.}{3.} = f$, ztąd znosząc frakcyą przez multyplikacyą, będzie: $m = 3f. + 1.$ Więc położywszy $3f + 1$, zamiast x, w czwartey ekwacyi: $x = 5m + 1$, będę miał: $5m + 1 = 15f + 5 + 1. = x$. Także w trzeciey ekwacyi: $\frac{x-1.}{7.} = n$, kładę $15f + 6.$ na mieyscu x, y będę miał: $\frac{15f+5.}{7.}$. Odciągam $7f.$ tyle razy, ile mogę od $15f + 5$, abym miał tę ostatnią dyfferencyą: $f + 5$, ktorą podzieliwszy przez 7, bębzie: $\frac{f+5.}{7.}$

Znowu, abym miał walor f, kładę 1°. $\frac{f+5.}{7.} = 0$, więc $f = 5$, ktore mi się nie zda do rezolucyi. 2°. $\frac{f+5.}{7.} = 1$, ztąd wypada: $f = 7 - 5. = 2$; y ten walor $f.$ daie mi rezolucyą trzech ekwacyi wyżey założonych. Albowiem poło-

żywszy 2. na mieyscu $f.$ w tey ekwacyi: $m = 3f + 1$, będę miał $m = 7$, y $x = 5m + 1. = 36$. Ta liczba iest taka, że podzieliwszy ią przez 3, nic nie zostaie, podzieliwszy zaś ią przez 5, reszta zostaie 1, taż sama iest reszta, podzieliwszy przez 7. Więc 36. iest taką liczbą, iakiey problemma wyciąga.

Oprocz 36, inne liczby znaydzież, gdy supponować będzież, że $\frac{f+5.}{7.}$ rowne iest 2, 3, 4, &c.

III.

Gdybym był przystosował trzecie porownanie do drugiego, to iest: $\frac{x-1.}{7.} = n$, do $\frac{x-1.}{5.} = m$; to miałbym był: $x = 7n + 1. = 5m + 1$, y $n. = \frac{5m.}{7.}$, y pokazałoby się, że m powinno być rowne 7, albo inszey liczbie kilka razy 7. w sobie zamykaiącey.

cey. Albowiem, gdy odciągnę 5 m. od 7 m, będę miał pierwszą resztę 2 m, ktorą dwa razy wziąwszy, y odciągnąwszy od 5 m, reszta będzie m; à zatym będę miał: $\frac{m.}{7.}$. Jeżeli kładę: $\frac{m}{7} = 1$, będzie: $m = 7$. Jeżeli ieszcze kładę: $\frac{m}{7.} = 2$, będzie: $m = 14$, &c, $m = 7$ solwuie problemma, bo $x = 5m + 1. = 36$, $m = 14$. także problemma solwuie, lubo ztąd insza większa wypada liczba, y tak daley bez końca.

IV.

Gdybym był więcey uczynił ekwacyi, np: 1°. $\frac{x - 1.}{2.} = m$, 2°. $\frac{x - 1.}{3.} = n$, 3°. $\frac{x - 1}{5.} = p$, 4°. $\frac{x.}{11.} = q$; tobym był miał 5°. $x = 2m + 1. = 3n + 1$, à zatym: $m = \frac{3n.}{2.}$ Odciągam $2n$ od $3n$, zostaie n, więc

$n.$

$\frac{n.}{2.}$. Teraz kładę 1°. $\frac{n.}{2.} = 1$, wypada $n = 2$. 2°. $\frac{n.}{2.} = 2$, wypada: $n = 4$. 3°. $\frac{n.}{2} = 3$, wypada: $n = 6$, &c. Z tych walorow n kładę po iednemu w piątey ekwacyi: $x = 3n + 1$; y znayduię, że 2, y 4, te dwa walory n, uspokaiaią trudność w dwoch pierwszych ekwacyach z sobą porownanych, ale nie uspokaiaią w trzeciey kwestyi: $\frac{x - 1}{5.} = p$.

Dla tego biorę: $n = 2f$, ktore zamiast $3n + 1$ kładę w piątey ekwacyi: $x = 3n + 1$, y mam: 6°. $x = 6f. + 1$, to położywszy w trzecim wyrażeniu: $\frac{x - 1.}{5.}$, wypadnie: $\frac{6f.}{5.}$, odciągnąwszy $5f$, od $6f$, zostanie f, ktore podzieliwszy przez 5, wyidzie: $\frac{f.}{5.}$, à zatym: 1°. $\frac{f.}{5.} = 1$, bę-

dzie:

dzie: $f. = 5$. 2°. $\frac{f.}{5.} = 2$, będzie: $f = 10$, &c. Pierwszy walor f, to iest: 5, położywszy go w tym szostym porownaniu: $x = 6f + 1$, rezolwuie trzy pierwsze porownania; ale nie rezolwuie tego czwartego porownania: $\frac{1.}{11.}$. Albowiem $31 = x$. nie może być podzielone przez 11. nie zostawuiąc reszty.

Więc biorę: $f = 5g$, ktore kładę na mieyscu f w szostym porownaniu: $x = 6f + 1$, zkąd wynika 7°. $x = 30g + 1$, to kładę w czwartym porownaniu za $\frac{x.}{11.}$, y mam: $\frac{30x + 1.}{11.}$ Odciągam $30g + 1$ od $33g$ produktu: $11g$, zostaie $3g - 1$. Odciągam $3g - 1$, albo *multiplum* iego $9g - 3$ od $11g$, potym resztę $2g + 3$ odciągam od $3g - 1$, wypada mi ostatnia reszta: $g - 4$. Supponuiąc: $\frac{g - 4.}{11.} = 0$, będę miał: $g = 4$, ktore mi rezolwuie siodme porownanie:

x

$x = 30g + 1. = 121$, ktora liczba służy do rozwiązania czterech ekwacyi wyżey uczynionych.

Aby młodź szkolna widziała pożytek choć po części z takowych problematow niewyraźnych (indeterminatis) wypływaiący, położę tu iednę, y drugie wyraźne (determinatum) problemma, ktore się przez to niewyraźne solwować powinny.

PROBLEMMA I.

HEtman chce woysko tak uszykować, aby w każdym gleycie, albo rzędzie tyle się znaydowało żołnierzy, żeby liczbę ich dzieląc przez 5, przez 7, reszta była 1, dzieląc zaś przez 3, żeby nic reszty nie było.

PROBLEMMA II.

PEwny Pan zgubił worek z czerwonemi złotemi, kwoty ich nie pamięta doskonale, tylko to dobrze wie; że, gdy te czerwone złote rachował po 5, albo po 7, zostawał się w reszcie 1, gdy rachował ie przez 3, nic reszty nie zostawało.

Wiele innych tym podobnych wyraźnych problemmatow wynaleść można, y na wszystkie z niewyraźnego problemma wyżey położonego dać rezolucyą.

PROBLEMMA XXXVI.

TRzech Braci będąc przez ćwierć roku u iednego Gospodarza na stole, gdy im przyszło umowionę za stoł wypłacić kwotę, z wzaiemney Braterskiey miłości tak się między sobą umawiać zaczeli: Naymłodszy mowił dwom starszym Braci: daycie wy trzecią część swoich, ktore macie, pieniędzy, ia zaś dam moie wszystkie, à zapłaciemy, co się od nas należy Gospodarzowi. Srzedni Brat odezwał się: owszem ia, co mam pieniędzy, wszystkie oddaię, wy z swoich przydaycie tylko część czwartą, à uspokoiemy Gospodarza. Zakończył naystarszy mowiąc: ia moie pieniądze na ten dług ofiaruie wszystkie, od was zaś nie wyciągam, tylko szostey części waszey kwoty, à zapłaci się należytość Gospodarzowi. Pytam się, 1°. ile każdy z tych trzech Braci miał pieniędzy. 2°. Jle się Gospodarzowi od nich za stoł należało?

REZOLUCYA.

Pieniądze naymłodszego: $= x$.
Srzedniego: $= y$.
Naystarszego: $= z$.
Dług za stoł: $= a$.

Podług trzech kondycyi, ktore ci trzey Bracia założyli, zaczynaiąc od naymłodszego, będą te trzy ekwacye:

$$\frac{x + y + z}{3} = a.$$

$$\frac{y + x + z}{4} = a.$$

$$\frac{z + x + y}{6} = a.$$

Zmultyplikowawszy pierwszą ekwacyą przez 3, drugą przez 4, trzecią przez 6, aby frakcye zginęły; ztąd wynikaią nowe ekwacye:

A. $3x + y + z = 3a.$
B. $4y + x + z = 4a.$
C. $6z + x + y = 6a.$

Teraz odciągnąwszy pierwszą ekwacyą od drugiey, zamieniaiąc znaki + na —, będzie:

$$4y + x + z = 4a.$$
$$-3x - y - z = -3a.$$

Zostaie: $3y - 2x. * *. = a.$

Przeniosłszy $2x$. do drugiey części ekwacyi, będzie:

$$3y = a + 2x.$$

Znowu a. przeniosłszy, będzie:

$$3y - a = 2x.$$

Podzieliwszy obydwie części porownania przez 2, będzie:

$$\frac{3y - a.}{2.} = x.$$

Otoż masz walor x, ktorego połoź w ekwacyi B, à będzież miał:

$$4y + \frac{3y - a.}{2.} + z = 4a.$$

Multyplikny teraz przez 2. wszystkie terminy ekwacyi, będzie:

$$8y + 3y - a + 2z = 8a.$$

To iest: $11y - a + 2z = 8a.$

Przenieś $-a$. do drugiey części ekwacyi, będzież miał:

$$11y + 2z = 9a.$$

Znowu przenieś $11y$. do drugiey części ekwacyi, wypadnie:

$$2z = 9a - 11y.$$

Teraz podzieliwszy przez 2. obydwie części ekwacyi, wyidzie:

$$z = \frac{9a - 11y.}{2.}$$

Masz tedy w tey ostatniey ekwacyi walor z, wyżey miałeś walor x, te obydwa walory połoź w ekwacyi C, à tak odmienisz ią w następuiącą:

$$\frac{54a - 66y.}{2.} + \frac{3y - a.}{2.} + y = 6a.$$

Multyplikuiąc przez 2, będzie:

$$54a - 66y + 3y - a + 2y = 12a.$$

Krociey: $53a - 61y = 12a.$

Przeniosłszy $-61y$ na drugą stronę będzie:

$$53a = 12a + 61y.$$

Znowu 12 a. przeniosłszy do pierwszey części ekwacyi, y od 53 a. odciągnąwszy, wypadnie:

$$41\,a = 61\,y.$$

Tey ekwacyi obydwie części podzieliwszy przez 61, wyidzie:

$$y = \frac{41\,a.}{61.}$$

Teraz załóż podług upodobania cenę, *np:* $a = 61$. czerwonym złotym należącym za stoł gospodarzowi od tych trzech Braci. Więc srzedniego Brata cała kwota czerwonych złotych: $y = 41$. Albowiem: $41 \times 61. = 2501$, à $\frac{2501.}{61.} = 41$. To otrzymawszy, połoź wynalezione ceny w ekwacyi: $\frac{3\,y - a.}{2.} = x$, to iest: $\frac{3 \times 41 - 61.}{2.} = 31$, więc $x = 31$. kwocie całey czerwonych złotych naymłodszego Brata. Tymże sposobem znaydziesz cenę z; albowiem miałeś walor z. w tey ekwacyi:

z

$z = \frac{9\,a - 11\,y.}{2.}$ To iest: $9. \times 61. = 549. - 11. \times 41. = -451. = \frac{98.}{2.} = 49$. Więc: $z = 49$. całey kwocie czerwonych złotych naystarszego brata.

Proba tey rezolucyi.

Cała kwota czerwonych złotych należąca się Gospodarzowi za stoł iest: $a = 61$.

Cała kwota naymłodszego: $x = 31$.
Cała kwota srzedniego: $y = 41$.
Cała kwota naystarszego: $z = 49$.

Ale całe $x = 31$. razem wzięte z trzecią częścią: $y = 41$, $+ z = 49$, $= 90. = 30$, $= 61$, znowu całe $y = 41$, wzięte z czwartą częścią: $x = 31$, $+ z = 49. = 80. = 20$, $= 61$. Nakoniec całe $z = 49$, razem wzięte z szostą częścią: $x = 31 + y = 41. = 72. = 12. = 61$. Więc wszystkim kondycyom danego problemma zadosyć się stało. C. B. D. C.

 PRO-

PROBLEMMA XXXVII.

JAkim sposobem doyść można, iak wiele w iakiey robocie, *np:* w Koronie, w Kielichu, w Monecie, &c, albo w sztuce iakiego kruszcu inszego kruszcu *np:* srebra do złota, miedzi do srebra &c. iest przymieszanego?

Nayprzod przed rezolucyą tę historyą przytaczam. Pisze Vitruvius, że Hieron Krol Syrakuski, wiele funtow ważącą sztukę złota dał Złotnikowi, aby mu szczero-złotą zrobił Koronę: ten bardzo piekną zrobiwszy Koronę, odniosł ią, ktora tyle funtow ważyła, ile sztuka złota na tę robotę dana. Jednak Krol nie wierząc, aby Złotnik nie miał cożkolwiek srebra do złota tey korony przymieszać, zlecił sławnemu na ten czas Matematykowi swemu Archimedesowi, aby doszedł wiele srebra do złota tey Korony złotnik przymieszał. Długo o sposobie tego doyścia Archimedes myślał, aż dnia pewnego, będąc cały o tym w myślach, chcąc się kąpać, gdy właził do wanny, trefunkiem postrzegł, że nieco się wody z wanny wylało; ztąd zaraz

raz przyszedł mu na myśl sposob, ktorymby doyść mogł, wiele Złotnik srebra do złota tey Korony przymieszał. Więc, iak nayprędzey z wanny wyszedłszy, tak sobie postąpił. Nayprzod koronę w naczyniu pełnym wody zatopił, y wodę, ktorą zatopiona korona wylała, pilnie zebrawszy, zważył. Potym wziąwszy iednę sztukę złota samego szczerego, drugą sztukę samego srebra (te zaś obydwie sztuki tyleż, co y korona, ważyły,) iednę po drugiey w naczyniu pełnym wody zatopił, y wodę, ktorą tak iedna, iak druga sztuka zatopiona z naczynia wylała, z osobna zważył. Przez to doszedł, że sztuka złota mniey wody wylała, niżeli korona złota, y że korona złota mniey wody wylała, niżeli sztuka srebra. Tenże Historyk nie pisze wiele funtow złota Krol dał na zrobienie tey korony, ani iak z tego doświadczenia Archimedes wniosł sobie, y doszedł w szczegulności wiele było srebra do złota tey korony przymieszanego od Złotnika.

Powtore przed rezolucyą tego problemma wiedzieć potrzeba, że teraźnieyszych wiekow Matematycy, y Filozo-

fosowie biorąc rożnych kruszcow rowne bryły (ejusdem voluminis , to iest : długością , miąższością , y grubością swoią iednakowy plac zabieraiące) y ważąc ie wprzod na powietrzu , potym w wodzie , doświadczyli , że kruszce podług właściwey sobie , czyli naturalney ciężkości większey , lub mnieyszey , pewną też większą , lub mnieyszą część wagi swoiey w wodzie utracaią. Tak 1°. złoto wagi swoiey utraca w wodzie część dziewietnastą , 2°. merkuryusz , albo żywe srebro część czternastą , 3°. srebro część dziesiątą , 4°. miedź część dziewiątą , 5°. żelazo część osmą , 6°. cyna część siodmą , 7°. ołow część dwunastą &c. O tym maiąc wiadomość , y reguły proporcyi używszy , problemma wyżey położone łatwo można nayprzod w powszechności przez Algebrę solwować ; à potym tę rezolucyą do rożnych w szczegulności przypadkow względem pomieszania iednego kruszcu z drugim stosować , czego niżey dam przykład.

RE-

REZOLUCYA.

Sztuka kruszcu iakiego zmieszanego z drugim pewną liczbę funtow , albo łutow ważąca na powietrzu $= a$.

Taż sztuka ważąca w wodzie $= b$.

Taż sztuka , uważaiąc ią , iakby nie była z drugim kruszcem zmieszana , ale sama przez się , *np:* ze złota , srebra , &c , $= c$. znowu taż sztuka sama przez się z drugiego kruszcu , ktory rozumiemy być zmieszany z robotą , lub sztuką daną $= d$. Jlkość (quantitas) kruszcu przymieszanego do a , $= x$, ktorego szukam. Także ilkość drugiego niewiadomego kruszcu do a. przymieszanego $= y$.

Abym doszedł , wiele iest kruszcu x , wiele y , w sztuce , lub robocie a ; tak rzecz rozważam : iako się ma waga kruszcu , ktory rozumiem być *np:* złoto , &c , do utraty wagi swoiey w wodzie ; tak się wzaiemnie ma ilkość tegoż kruszcu *np:* złota , &c , niewiadoma , do utraty swoiey wagi , ztąd wynika : $a : c :: x : \frac{cx}{a}$.

Zno-

Znowu iako się ma waga kruszcu, ktory rozumiem być *np*: srebro, &c, do utraty swoiey; tak wzaiemnie iest ilkość tegoż kruszcu niewiadoma *np*. srebra, *&c*, do utraty swoiey, ztąd wypada: $a : d :: y : \frac{dy}{a}$.

Te proporcye miawszy, tak układam pierwszą ekwacyą:

$$\frac{cx}{a} + \frac{dy}{a} = b.$$

A ponieważ x, y, wyrażaią mi te kruszce, z ktorych się składa a; więc będę miał drugą ekwacyą:

$$x + y = a. \text{ albo:}$$
$$x = a - y.$$

Ten walor x, położywszy w przeszłey ekwacyi, będzie:

$$\frac{ac - yc + dy}{a} = b.$$

Multyplikuiąc przez a, y przeniosłszy na drugą stronę ac, będzie:

$$dy - yc = ab - ac.$$

Po-

Podzieliwszy przez $d - c$, będzie:

$$y = \frac{ac - ab}{d - c}.$$

Ten walor y położywszy w tey ekwacyi: $x = a - y$, będzie:

$$x = a - \frac{ac - ab}{d - c}.$$

Uczyniwszy te rachunki, ktore litery wyrażaią, y znaki, wszelkie datne w szczegulności problemma będzie rezolwowane. Tego daię dowod w następuiących przykładach.

PRZYKŁAD I.

Ponieważ doskonale nie wiemy, wiele grzywien złota dał Krol Hieron Złotnikowi na zrobienie korony; więc położmy, że dał grzywien: 20, y korona zrobiona tyleż ważyła. Powtore położmy, że taż korona, gdy ią Archimedes ważył w wodzie, wagi swoiey utraciła grzywien: 13, że sztuka, albo bryła szczerego złota tyleż ważąca, co y korona, to iest: grzywien

20,

20, utraciła wagi swoiey w wodzie grzywien: 12, naostatek sztuka, albo bryła samego srebra także ważąca grzywien: 20, utraciła w wodzie wagi swoiey grzywien: 18. Teraz niech będzie:

Korona: $a = 20.$
Strata iey wagi: $b = 13.$
Strata sztuki złota: $c = 12.$
Strata sztuki srebra: $d = 18.$
Jlkość złota w koronie niewiadoma: $= x.$
Jlkość srebra w koronie niewiadoma: $= y.$

Ale w Algebrayskim rachunku iest walor: $y = \frac{ac - ab.}{d - c.}$, to iest: $y = \frac{240 - 260.}{18 - 12.} = \frac{20.}{6.} = 3 + \frac{1.}{3.}$; walor zaś: $x = a - \frac{ac - ab.}{d - c.}$. To iest: $x = 20. - 3 + \frac{1.}{3.} = 16. + \frac{2.}{3.}$

Uczyniwszy addycyą:

$$16 + \frac{2.}{3.} + 3. + \frac{1}{3.} = 20.$$

Więc korona ważąca grzywien: 20, zawierała w sobie złota grzywien: $16. + \frac{2.}{3.}$, srebra zaś grzywien: $3. + \frac{1.}{3.}$ C. B. D. C.

Jeżeli się ieszcze chcę bardziey konwinkować o dobrey rezolucyi danego problemma, to znowu zażyię reguły proporcyi mowiąc: iak się ma samego złota grzywien: 20, do straty swoiey w wodzie: 12, tak się mieć powinno złota będącego w koronie grzywien: $16. \frac{2.}{3.}$, do straty swoiey: znowu iak się ma samego srebra grzywien: 20, do straty swoiey: 18, tak się mieć powinno srebra będącego w koronie grzywien: $3. \frac{1.}{3.}$, do swoiey straty. Jeżeli tedy tey proporcyi dwa czwarte terminy takie wyidą; że summa ich będzie $= 13.$ stracie korony; to bardzo pewnym być mogę, że dane problemma iest dobrze rezolwowane:

$$20 : 12 :: 16.\frac{2.}{3.} : 10.$$

$$20 : 18 :: 3.\frac{1.}{3.} : 3.$$

Summma - - — 13.

PRZYKŁAD II.

DAł kto Złotnikowi srebra przedniedniego grzywien : 18. $= a$. na zrobienie rządu, lub czego innego; toż srebro w wodzie ważyło tylko grzywien : 16. $= b$; chce doyść, wiele miedzi do tego srebra złotnik przymieszał? Niechże nayprzod ten rząd uważa, iakby z samego był srebra; więc strata wagi iego w wodzie będzie : $\frac{18.}{10.}$ $= c$, podług wyżey daney reguły: znowu niech go rozumi być z samey miedzi; więc strata iego wagi będzie: $\frac{18.}{9.} = d$, niech część srebra w tym rządzie niewiadoma będzie $= x$, część miedzi niewiadoma $= y$. Potym termin proporcyi niech tak ułoży:

1°.

$$1°.\ a : c :: x : \frac{cx.}{a.}$$

$$2°.\ a : d :: y : \frac{dy.}{a.}$$

Naostatek niech tych dwoch niewiadomych y, x, walor z Algebrayskiey rezolucyi wyciągnie, à tak będzie wiedział, wiele Złotnik do srebra danego miedzi przymieszał.

Tymże sposobem, wziąwszy garść srebrney monety np: talerow, albo złotowek &c, można doyść, wiele się w tey monecie srebra, wiele miedzi znayduie.

Te problemmata, y tym podobne mogą się solwować przez reguły Arytmetyki; ale z długą pracą, y z wielkim uprzykrzeniem, y głowy mozołem.

Naostatek kończąc tę początkową Algebrę, ieszcze iednę położę problemma, ktore pokażę, iak obfita iest Algebra w sposoby ułatwienia, y rozwiązania wszelkich trudnych, y ciekawych kwestyi, oraz będzie rozrywką, y do dalszego ćwiczenia się w tey umieiętności zachęceniem.

M PRO-

PROBLEMMA XXXVIII.

TRzech Kupcow maiących iednegoż towaru nierowną sztuk liczbę; bo *np:* pierwszy miał sztuk 10, drugi tegoż towaru sztuk 25, trzeci sztuk 30, przedawszy te sztuki towaru swego dwoma razami, raz taniey, drugi raz drożey, iednak obydwoma razami wszyscy trzech po iednych pieniędzach, iednęż summę pieniędzy za towar przedany mieli. Pytam się, iakim to sposobem stać się mogło?

REZOLUCYA.

Na to problemma dam dziesięć rezolucyi.

I.

Pieniądze, za ktore ci trzey Kupcy pierwszym razem towar swoy przedali $= u$. Pieniądze, za ktore drugim razem resztę towaru swego przedali: $= p$.

Liczbę sztuk towaru pierwszego Kupca nazywam: $= x$, przedanych za cenę $= u$, pierwszym razem; resztę sztuk towaru drugim razem przedanych

za cenę $= p$, nazywam: $= 10 - x$. Więc pieniądze pierwszey przedaży będą: $= xu$, drugiey zaś przedaży: $= 10p - px$: summa iest: $xu + 10p - px$.

Liczbę sztuk towaru drugiego Kupca nazywam $= z$, przedanych za cenę $= u$ pierwszym razem; reszta sztuk towaru drugim razem przedanych za cenę $= p$, będzie: $= 25 - z$. Więc pieniądze pierwszey przedaży będą: $= zu$, drugiey przedaży: $= 25p - pz$: summa iest: $zu + 25p - pz$.

Nakoniec liczbę sztuk towaru trzeciego Kupca nazywam: $= y$, pierwszym razem przedanych za cenę $= u$; reszta sztuk towaru drugim razem przedanych za cenę $= p$, będzie: $= 30 - y$. Więc pieniądze pierwszey przedaży są: $= yu$, drugiey przedaży: $= 30p - py$: summa tego trzeciego Kupca iest: $= yu + 30p - py$.

Te wszystkie rożne ceny kładę w następuiącey tablicżce; ktore są po lewey ręce, te znaczą ceny sztuk towaru przedanych od tych trzech Kupcow pierwszym razem, ktore są po prawey ręce, te znaczą ceny sztuk towaru drugim razem przedanych.

	1ª. Przedasz.	2ª. Przedasz.
1. Kupiec	$xu.$	$10p - px.$
2. Kupiec	$zu.$	$25p - pz.$
3. Kupiec	$yu.$	$30p - py.$

Summa, ktorą wziął pierwszy Kupiec za swoy towar, iest: $xu + 10p - px.$

Summa, ktorą wziął drugi Kupiec, iest: $zu + 25p - pz.$

Summa, ktorą wziął trzeci Kupiec, iest: $yu + 30p - py.$

Te trzy summy, podług kondycyi problemma, powinny być rowne, to iest:

$$xu + 10p - px. = zu + 25p - pz. = yu + 30p - py.$$

Ztąd wynikaią te ekwacye:

1°. Stosuiąc dwie pierwsze summy:

$$xu + 10p - px = zu + 25p. - pz.$$

Przeniosłszy $10p.$ na drugą stronę, y odciągnąwszy od $25p$, będzie:

$$xu - px. = zu - pz + 15p.$$

Podzieliwszy przez $u - p$, będzie:

$$x = z + \frac{15p.}{u - p.}$$

2°.

2°. Stosuiąc z sobą pierwszą, y trzecią summę:

$$xu + 10p - px = yu + 30p - py.$$

Ztąd znowu, iak wyżey wypada:

$$xu - px = yu - py + 20p.$$

Podzieliwszy przez $u - p$, będzie:

$$x = y + \frac{20p.}{u - p.}$$

3°. Stosuiąc z sobą drugą, y trzecią summę:

$$zu + 25p - pz = yu + 30p - py.$$

Ztąd podobnym sposobem, iak pierwey, wypada ta ekwacya:

$$zu - pz = yu - py + 5p.$$

Podzieliwszy przez $u - p$, będzie:

$$z = y + \frac{5p.}{u - p.}$$

Widzisz w tych trzech porownaniach, że dyfferencya $u.$ od $p.$ ($u - p.$) powinną doskonale dzielić te liczby: 15, 20, 5, to iest, dyfferencye sztuk

 to-

towaru tych trzech Kupcow. Ale aby doyść pewnego waloru: $u - p$, obieram na ten koniec frakcyą: $\frac{5p.}{u - p.}$, w ktorey znayduie się naymnieyszy licznik 5, ktory iest powszechnym dzielnikiem (divisor) trzech wyżey położonych dyfferencyi; y kładę nayprzod: $\frac{5p.}{u - p.} = 0$. ztąd wypada $5p = 0$, co się na nic mi nie przyda. Kładę potym: $\frac{5p.}{u - p.} = 1$, ztąd wypada: $5p. = u - p$, albo: $6p = u$, kładąc zaś: $p = 1$, mam: $6 = u$. Te walory u, p, zdadzą mi się do siedmiu rezolucyi, ktore mam dać. Teraz na mieyscu trzech wyżey położonych ekwacyi, mam ztąd te trzy nowe:

2ª. $x = z + 3.$
2ª. $x = y + 4.$
3ª. $z = y + 1.$

Te ekwacye ieszcze nie są wyraźne: ale nam tylko ostatnia, y iedna z dwoch pierwszych iest potrzebna.

Abym

Abym wynalazł walor tych niewiadomych: x, z, y, kładę: $y = 0$, więc $z = 1$ podług trzeciey ekwacyi, à $x = 4$ podług pierwszey, albo drugiey ekwacyi. Podobnież kładąc: $p = 1$, $u = 6$, summa każdego Kupca za towar przedany, będzie: $= 30$.

Summy.

1°. Kupca: $xu + 10p - px. = 24 + 10 - 4 = 30.$
2°. Kupca: $zu + 24p - pz = 6 + 25 - 1 = 30.$
3°. Kupca: $yu + 30p - py = 0 + 30 - 0. = 30.$

Uważaiąc tę tabliczbę summ, ktorą dopiero co położyłem, obaczysz, że pierwszy Kupiec ptzedał pierwszym razem 4. sztuki towaru po 6, albo groszy, albo złotych &c, resztę zaś towaru 6. sztuk drugim razem po 1: że drugi Kupiec pierwszym razem przedał 1, tylko sztukę po 6, drugim zaś razem 24. sztuk po 1: że trzeci Kupiec pierwszym razem żadney sztuki towaru nie przedał; drugim zaś razem wszystkie 30. sztuk przedał po 1. Więc

 tym

tym sposobem każdy Kupiec iednakową summę: 30 wziął za towar przedany. Tę przestrogę trzeba stosować do następniących rezolucyi.

REZOLUCYA. II.

Kładę $y = 1$, à zatym $z = 2$, (podług trzeciey ekwacyi) $x = 5$, (podług pierwszey, albo drugiey ekwacyi,) $u = 6$, $p = 1$.

Summy.

1°. Kupca: $xu + 10p - p1 = 30 + 10 - 5 = 35$.

2°. Kupca: $zu + 25p - pz = 12 + 25 - 2 = 35$.

3°. Kupca: $yu + 30p - py = 6 + 30 - 1 = 35$.

REZOLUCYA. III.

Kładę $y = 2$, więc: $z = 3$. $x = 6$, $u = 6$, $p = 1$.

Sumuy.

1°. Kupca: $xu + 10p - px = 36 + 10 - 6 = 40$.

2°. Kupca: $zu + 25p - pz = 18 + 25 - 3. = 40$.

3°. Kupca: $yu + 30p - py = 12 + 30 - 2 = 40$.

REZOLUCYA. IV.

Kładę $y = 3$, à zatym $z = 4$, $x = 7$, $u = 6$, $p = 1$.

Summy.

1°. Kupca: $xu + 10p - px = 42 + 10 - 7 = 45$.

2°. Kupca: $zu + 25p - pz = 24 + 25 - 4 = 45$.

3°. Kupca: $yu + 30p - py = 18 + 30 - 3. = 45$.

REZOLUCYA. V.

Kładę $y = 4$, będzie tedy $z = 5$, $x = 8$, $u = 6$, $p = 1$.

Summy.

1°. Kupca: $xu + 10p - px = 48 + 10 - 8 = 50$.

2°. Kupca: $zu + 25p - pz = 30 + 25 - 5 = 50$.

3°. Kupca: $yu + 30p - py = 24 + 30 - 4 = 50$.

REZOLUCYA. VI.

Kładę $y = 5$, à zatym będzie $z = 6$, $x = 9$, $u = 6$, $p = 1$.

Summy.

1°. Kupca: $xu + 10p - px = 54 + 10 - 9 = 55$.
2°. Kupca: $zu + 25p - pz = 36 + 25 - 6. = 55$.
3°. Kupca: $yu + 30p - py = 30 + 30 - 5 = 55$.

REZOLUCYA. VII.

Kładę $y = 6$, będzie tedy $z = 7$, $x = 10$, $u = 6$, $p = 1$.

Summy.

1°. Kupca: $xu + 10p - px = 60 + 10 - 10 = 60$.
2°. Kupca: $zu + 25p - pz = 42 + 25 - 7. = 60$.
3°. Kupca: $yu + 30p - py = 36 + 30 - 6. = 60$.

W tey rezolucyi widziemy, że pierwszy Kupiec wszystkie sztuki towaru za pierwszym razem przedaie.

Już

Już nie mogę większego kłaść waloru y, nad te, ktore do tych czas kładem; boby x walor był większy niżeli 10; à tak pierwszy Kupiec więceyby sztuk towaru przedawał, niżeli ich ma, co iest przeciw kondycyom problemma. Przeto szukać trzeba inszego waloru u, p, od tego, ktory mieli w przeszłych rezolucyach. Na ten koniec kładę: $\frac{5p.}{u - p.} = 2$, zkąd wypada: $5p = 2u - 2p$, albo: $7p = 2u$, kładąc: $p = 2$, będzie: $u = 7$. Te walory znalezione położemy w tych ekwacyach: $x = z + \frac{15p.}{u - p.}$, $x = y + \frac{20p.}{u - p.}$, $z = y + \frac{5p.}{u - p.}$, y będziemy mieli te ekwacye:

1°. $x = z + 6$. 2°. $x = y + 8$.
3°. $z = y + 2$.

REZOLUCYA. VIII.

Kładę $y = 0$, więc będzie $z = 2$, $x = 8$, (przez ekwacye dopiero położone) $u = 7$, $p = 2$.

Sum-

Summy.

1°. Kupca: $xu + 10p - px =$
$= 56 + 20 - 16 = 60.$
2°. Kupca: $zu + 25p - pz =$
$= 14 + 50 - 4 = 60.$
3°. Kupca: $yu + 30p - py =$
$= 0. - 60 - 0 = 60.$

Summy, ktore każdy Kupiec ma z przedaży towaru swego, są te same, co y w przeszłey rezolucyi; iednak te dwie rezolucye, są bardzo od siebie rożne, iako to łatwo poznać można, pilnie rzecz zważywszy.

REZOLUCYA. IX.

Kładę $y = 1$, zatym $z = 3$, $x = 9$, (podług ostatnich ekwacyi) $u = 7$, $p = 2$. *Summy.*

1°. Kupca: $xu + 10p - px =$
$= 63 + 20 - 18 = 65.$
2°. Kupca: $zu + 25p - pz =$
$= 21 + 50 - 6 = 65.$
3°. Kupca: $yu + 30p - py =$
$= 7 + 60 - 2 = 65.$

Ta dziewiąta rezolucya pokazuie, że pierwszy Kupiec przedał pierwszym ra-

razem 9. sztuk towaru po 7, drugim zaś razem sztukę 1, po 2: że drugi Kupiec pierwszym razem przedał 3. sztuki po 7, drugim zaś razem 22 sztuk po 2: że trzeci Kupiec pierwszym razem przedał 1, sztukę po 7, drugim zaś razem sztuk 29. po 2, ztąd każdego Kupca wypada rowna summa: 65.

REZOLUCYA. X.

Kładę nakoniec $y = 2$, więc będzie $z = 4$, $x = 10$, (podług ostatnich ekwacyi) $u = 7$, $p = 2$.

Summy.

1°. Kupca: $xu + 10p - px =$
$= 70 + 20 - 20 = 70.$
2°. Kupca: $zu + 25p - pz =$
$= 28 + 50 - 8 = 70.$
3°. Kupca: $yu + 30p - py =$
$= 14 + 60 - 4 = 70.$

Nakoniec ta ostatnia rezolucya pokazuie, że pierwszy Kupiec 10. sztuk towaru pierwszym razem przedał po 7, drugim zaś razem nic nie przedał: że drugi Kupiec pierwszym razem 4. sztuki ki przedał po 7, drugim zaś razem sztuk 21, po 2: że trzeci Kupiec pierwszym razem dwie sztuki przedał po 7, drugim zaś razem 28. po 2. Przeto każdy z tych trzech Kupcow rowną summę pieniędzy 70. wziął za przedany towar. C. B. D. C.

RE-

REGESTR ROZDZIAŁOW.

Roz-

Regestr Rozdziałow.

BIBLIOTEKA TMP im. ZIELIŃSKICH

XVIII, 90